

Chapitre 2 : Addition et soustraction des nombres rationnels.

I - Addition - soustraction de deux nombres rationnels: 2° Dans une addition ou soustraction, pour rendre les nombres rationnels on le fait verticalement.

1) Cas des deux nombres ayant même dénominateur:

a) Règle ①:
 $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad ; \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

b) Exemples:

$$\begin{aligned} * \frac{11}{5} + \frac{6}{5} &= \frac{11+6}{5} = \frac{17}{5} \\ * \frac{7}{6} + \frac{9}{6} &= \frac{7+9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{2 \times (-3)}{2 \times 3} = \frac{-3}{3} \\ * \frac{27}{11} - \frac{14}{11} &= \frac{27-14}{11} = \frac{13}{11} \\ * \frac{3}{6} - \frac{5}{6} &= \frac{3-5}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

2) Cas des deux nombres n'ayant pas même dénominateur:

a) Activité ①: activité 3 page 21

$$\begin{aligned} \text{On a } -\frac{1}{10} + \frac{3}{15} - \frac{3}{20} &= \frac{-6}{60} + \frac{12}{60} - \frac{9}{60} \\ &= \frac{-6+12-9}{60} = \frac{-3}{60} = \frac{-1}{20} \end{aligned}$$

donc Nada est atteint son objectif

b) Règle ②:

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad-bc}{bd}$$

* Remarques importantes:

1° Avant de réduire au même dénominateur, il faut d'abord rendre les nombres rationnels irréductibles (simplifiés), puis donner le résultat sous forme irréductible lorsque c'est possible.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} \quad \text{verticalement}$$

c) Exemples:

$$\begin{aligned} * \frac{3}{5} + \frac{-4}{3} &= \frac{9}{15} + \frac{-20}{15} = \frac{9+(-20)}{15} = \frac{-11}{15} \\ * \frac{24}{16} + \frac{3}{8} &= \frac{3}{2} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{12}{8} + \frac{3}{8} = \frac{12+3}{8} = \frac{15}{8} \\ * \frac{-21}{36} - \frac{15}{24} &= \frac{-7}{12} + \frac{5}{8} \\ &= \frac{-14}{24} + \frac{15}{24} = \frac{-14+15}{24} = \frac{1}{24} \\ * \frac{18}{12} - \frac{27}{15} &= \frac{3}{2} - \frac{9}{5} \\ &= \frac{15}{10} - \frac{18}{10} = \frac{15-18}{10} = \frac{-3}{10} \end{aligned}$$

3) Somme de deux nombres rationnels opposés

a) définition et règle ③:

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, alors

$$\frac{a}{b} + \frac{-a}{b} = 0$$

On dit que les deux nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{b}$ sont opposés, ou bien que l'un d'eux est l'opposé de l'autre

b) Exemples:

$$\begin{aligned} * \text{L'opposé du nombre } -\frac{12}{5} \text{ est } \frac{12}{5} \text{ et on a } \\ &= \frac{12}{5} + \frac{12}{5} = 0 \\ * \text{L'opposé du nombre } \frac{27}{17} \text{ est le nombre } -\frac{27}{17} \\ &\text{et on a } \frac{27}{17} + \frac{-27}{17} = 0 \\ * \text{L'opposé du nombre } -\frac{5}{11} \text{ est le nombre } \frac{5}{11} \\ &\text{et on a } -\frac{5}{11} + \frac{5}{11} = 0 \\ * \frac{14}{8} + \frac{-7}{4} &= \frac{7}{4} + \frac{-7}{4} = 0 \end{aligned}$$

4) La commutativité:

a) Exemple:

$$\text{On a } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{5} + \frac{-1}{7} = \frac{14}{35} + \frac{-5}{35} = \frac{14+(-5)}{35} = \frac{9}{35} \\ \frac{-1}{7} + \frac{2}{5} = \frac{-5}{35} + \frac{14}{35} = \frac{-5+14}{35} = \frac{9}{35} \end{array} \right.$$

On remarque que $\frac{2}{5} + \frac{-1}{7} = \frac{-1}{7} + \frac{2}{5}$

b) Règle (4):

La somme de deux nombres rationnels ne change pas lorsqu'on change l'ordre des ses termes.

C'est à dire $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

5) Exercice d'application: Exercice 3 page 25

$$a) \frac{5}{6} + \frac{2}{8} = \frac{20}{24} + \frac{3}{24} = \frac{20+3}{24} = \frac{23}{24}$$

$$b) \frac{7}{25} + \frac{11}{15} = \frac{21}{75} + \frac{55}{75} = \frac{76}{75}$$

$$c) \frac{3}{5} + \frac{2}{11} = \frac{33}{55} + \frac{10}{55} = \frac{43}{55}$$

$$d) \frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{4}{40} + \frac{5}{40} = \frac{9}{40}$$

$$e) \frac{3}{20} + \frac{1}{15} = \frac{9}{60} + \frac{4}{60} = \frac{9+4}{60} = \frac{13}{60}$$

$$f) \frac{4}{7} + \frac{3}{4} = \frac{16}{28} + \frac{21}{28} = \frac{16+21}{28} = \frac{37}{28}$$

II - Somme de trois nombres rationnels.

1) activité (2):

1) Calculez ce qui suit:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{3} \right) + \frac{-1}{4} \quad \text{et} \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{4} \right) + \frac{-1}{3}$$

2) Que remarquez vous?

Solution:

$$\begin{aligned} 1) \text{ On a } \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{3} \right) + \frac{-1}{4} &= \left(\frac{3}{6} + \frac{-2}{6} \right) + \frac{-1}{4} \\ &= \frac{3+(-2)}{6} + \frac{-1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{-1}{4} \\ &= \frac{2}{12} + \frac{-3}{12} = \frac{2-3}{12} = \frac{-1}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{4} \right) + \frac{-1}{3} &= \left(\frac{2}{4} + \frac{-1}{4} \right) + \frac{-1}{3} \\ &= \frac{2+(-1)}{4} + \frac{-1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{-4}{12} = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$$

2) On remarque que:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{3} \right) + \frac{-1}{4} = \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{4} \right) + \frac{-1}{3}$$

2) Règle (5):

a, b et c trois nombres rationnels

$$a+b+c = (a+b)+c = a+(b+c) = (a+c)+b$$

* Remarques importantes:

1°/ N'oubliez pas de rendre les nombres irréductibles lorsque c'est nécessaire.

2°/ Avant d'appliquer la règle (5), on doit changer les soustractions en additions.

3) Exemples

$$\begin{aligned} * \frac{-5}{3} + \frac{7}{3} + \frac{-1}{9} &= \frac{-5+7}{3} + \frac{-1}{9} \\ &= \frac{2}{3} + \frac{-1}{9} = \frac{6}{9} + \frac{-1}{9} = \frac{6-1}{9} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \frac{13}{11} + \frac{-5}{4} + \frac{13}{11} &= \frac{13}{11} + \frac{-5}{4} + \frac{13}{11} \\ &= \left(\frac{13}{11} + \frac{13}{11} \right) + \frac{-5}{4} = 0 + \frac{-5}{4} = \frac{-5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \frac{12}{14} + \frac{3}{10} + \frac{-4}{5} &= \frac{6}{7} + \frac{-3}{10} + \frac{-4}{5} \\ &= \frac{6}{7} + \left(\frac{-3}{10} + \frac{-8}{10} \right) = \frac{6}{7} + \frac{-11}{10} \\ &= \frac{60}{70} + \frac{-77}{70} = \frac{60+(-77)}{70} = \frac{-17}{70} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \frac{-7}{15} - \frac{21}{14} + \frac{16}{10} &= \frac{-7}{15} + \frac{-3}{2} + \frac{-8}{5} \\ &= \left(\frac{-7}{15} + \frac{-8}{5} \right) + \frac{-3}{2} \\ &= \left(\frac{-7}{15} + \frac{-24}{15} \right) + \frac{-3}{2} \\ &= \frac{(-7+(-24))}{15} + \frac{-3}{2} = \frac{-31}{15} + \frac{-3}{2} \\ &= \frac{-62}{30} + \frac{-45}{30} = \frac{-62+(-45)}{30} \\ &= \frac{-107}{30} \end{aligned}$$