

①

# Chapitre 1: Nombres rationnels : introduction et comparaison

## I. Nombre rationnel :

### 1) Définition:

Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre entier relatif par un nombre entier relatif non nul noté  $\frac{a}{b}$

a: est appelé numérateur

b: est appelé dénominateur

### 2) Exemples:

Les nombres suivants sont des nombres rationnels :  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{-4}{3}$ ,  $\frac{-11}{-3}$ ,  $\frac{9}{-5}$

### \* Remarque importante :

1) Tout nombre décimal relatif est un nombre rationnel

\* Exemples  $25 = \frac{25}{1}$

$0,12 = \frac{12}{100}$  et  $-3,42 = \frac{-342}{100}$

2) On peut le nombre rationnel sous la forme

$\frac{-2,5}{3}$  et  $\frac{1}{-0,5}$  et  $\frac{-3,7}{-2,42}$

Car  $\frac{-3,7}{-2,42} = \frac{-370}{-242}$

3) Si  $\frac{a}{b}$  est un nombre rationnel, alors :

$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$  et  $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

### 3) Le signe d'un nombre rationnel:

#### a. Activité ①:

En utilisant la division euclidienne, calculer les quotients suivants  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{-15}{2}$ , après déduire leurs signes.

Solution On a:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 4} \\ 30 \phantom{0} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -15 \overline{) 2} \\ -14 \phantom{0} \\ \underline{-10} \phantom{0} \\ -20 \phantom{0} \\ \underline{-20} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

donc  $\frac{3}{4} = 0,75$  et  $\frac{-15}{2} = -7,5$

Alors le nombre  $\frac{3}{4}$  est positif et le nombre  $\frac{-15}{2}$  est négatif.

#### b. Règle ①:

- \*  $\frac{a}{b}$  est positif si a et b sont de même signe.
- \*  $\frac{a}{b}$  est négatif si a et b sont de signes différents.

#### c. Exemples:

- \*  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{-31}{-12}$  sont des nombres rationnels positifs
- \*  $\frac{-15}{17}$  et  $\frac{11}{-2}$  sont des nombres rationnels négatifs.

### 4) Exercice d'application:

1) Écrire les nombres suivants sous forme de fraction

$2,73$ ,  $-3,6$ ,  $54$ ,  $7,211$ ,  $-30,1$

2) Déterminer le signe des nombres suivants :

$\frac{9}{17}$ ,  $\frac{-1}{216}$ ,  $\frac{3}{128}$ ,  $\frac{-2}{-24}$ ,  $\frac{1}{-12}$ ,  $\frac{-15}{36}$

#### Solution:

1)  $2,73 = \frac{273}{100}$ ,  $-3,6 = \frac{-36}{10}$ ,  $54 = \frac{54}{1}$

$7,211 = \frac{7211}{1000}$ ,  $-30,1 = \frac{-301}{10}$

2) Les nombres rationnels positifs sont:  $\frac{9}{17}$ ,  $\frac{3}{128}$ ,  $\frac{-2}{-24}$

Les nombres rationnels négatifs sont:  $\frac{-1}{216}$ ,  $\frac{1}{-12}$ ,  $\frac{-15}{36}$

### 5) Le nombre rationnel et équation:

#### a. Règle ②:

Le nombre rationnel  $\frac{a}{b}$  est la solution de l'équation  $bx = a$  tel que a et b sont des nombres entiers relatifs et b est non nul

#### b) Exemples:

\* La solution de l'équation  $-2x = 5$  est le nombre rationnel  $\frac{5}{-2}$



- \* La solution de l'équation  $3x = -11$  est le nombre rationnel  $-\frac{11}{3}$
- \* La solution de l'équation  $-4x = -7$  est le nombre rationnel  $-\frac{7}{4}$  c'est-à-dire  $\frac{7}{4}$

## II - Egalité de deux nombres rationnels

### 1) Activité ②

1) Compléter en utilisant l'un des symboles  $=$  ou  $\neq$

$$\frac{-3}{4} \quad \frac{-6}{8} \quad \text{et} \quad \frac{9}{20} \quad \frac{3}{7}$$

$$(-3) \times 8 \quad 4 \times (-6) \quad \text{et} \quad 9 \times 7 \quad 20 \times 3$$

2) Que'est ce que vous remarquez?

Solution:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{-6}{8} = -0,75$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) -6} \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{-3}{4} = -0,75$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ 9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ 9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{9}{20} \approx 0,45$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 40} \\ 36 \\ \hline 40 \\ 36 \\ \hline 4 \end{array} \quad \frac{9}{20} \approx 0,45$$

$$\text{donc} \quad \frac{-3}{4} = \frac{-6}{8} \quad \text{et} \quad \frac{9}{20} \neq \frac{3}{7}$$

$$\text{On a} \begin{cases} (-3) \times 8 = -24 \\ 4 \times (-6) = -24 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} 9 \times 7 = 63 \\ 20 \times 3 = 60 \end{cases}$$

$$\text{donc} \quad (-3) \times 8 = 4 \times (-6) \quad \text{et} \quad 9 \times 7 \neq 20 \times 3$$

2) On remarque que

$$(-3) \times 8 = 4 \times (-6) \quad \text{donc} \quad \frac{-3}{4} = \frac{-6}{8}$$

$$9 \times 7 \neq 20 \times 3 \quad \text{donc} \quad \frac{9}{20} \neq \frac{3}{7}$$

### 2) Règle ③

$\frac{a}{b}$  et  $\frac{x}{y}$  deux nombres rationnels

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y} \quad \text{signifie que} \quad a \times y = b \times x$$

### 3) Exemples

1) Comparons les nombres  $\frac{18}{8}$  et  $\frac{9}{4}$

$$\text{On a} \begin{cases} 18 \times 4 = 72 \\ 8 \times 9 = 72 \end{cases} \quad \text{donc} \quad 18 \times 4 = 8 \times 9$$

$$\text{donc} \quad \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

2) Comparons les nombres  $\frac{-7}{5}$  et  $\frac{3}{-11}$

$$\text{On a} \begin{cases} (-7) \times (-11) = 77 \\ 5 \times 3 = 15 \end{cases} \quad \text{donc} \quad (-7) \times (-11) \neq 5 \times 3$$

$$\text{donc} \quad \frac{-7}{5} \neq \frac{3}{-11}$$

### 4) Réduction d'un nombre rationnel

#### a - Propriété ①

Si  $\frac{a}{b}$  est un nombre rationnel et  $k$  un nombre entier relatif non nul, alors:

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

La forme trouvée finalement s'appelle la forme irréductible.

#### b) Exemples

$$\frac{12}{18} = \frac{6 \times 2}{6 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{-15}{25} = \frac{5 \times (-3)}{5 \times 5} = \frac{-3}{5}$$

$$\frac{12}{-24} = \frac{12 \times 1}{12 \times (-2)} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

\* Revenons les nombres suivants irréductibles.

$$\frac{21 \times 6 \times 11}{7 \times 22 \times 3} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 11}{7 \times 11 \times 2 \times 3} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{-30 \times 25 \times 2}{15 \times 5 \times 6} = \frac{15 \times (-2) \times 5 \times 5 \times 2}{15 \times 5 \times 2 \times 3} = \frac{-10}{3}$$

## III - Réduire au même dénominateur

### 1) Définition

Pour réduire des nombres rationnels au même dénominateur, on cherche le plus petit multiple commun de leurs dénominateurs.

### 2) Exemples

\* Cas ①, si l'un des deux dénominateurs est multiple de l'autre, donc le dénominateur commun est le plus grand des dénominateurs



