

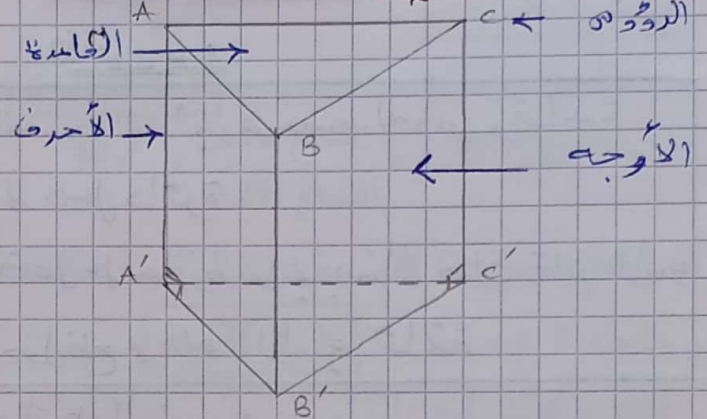
الدرس (10) : بعض الجسودان الرياضية

I - الحوشور القائم :

(1) تعريف :

الحوشور القائم هو جسم أوجهه الجانبية مستطيلات وقاعدته مثلثان قائمان للطائفتين.

* الشكل الهندسي :



$ABC A'B'C'$ حوشور قائم ثلاثي القاعدة.

$$AA' = BB' = CC'$$

AA' هو ارتفاع الحوشور القائم.

* أمثلة :

← متوازي المستطيلات هو حوشور قائم ثلاثي

مستطيل

← المكعب هو حوشور قائم ثلاثي مربع

(2) المساحة الجانبية :

المساحة الجانبية للحوشور القائم متساوي جملته محيط قاعدته في ارتفاعه

$$S = p \times h$$

ارتفاع الحوشور القائم $\uparrow$ محيط إحدى القاعدتين $\uparrow$

(3) الحجم :

حجم الحوشور القائم يساوي جملته مساحة قاعدته في ارتفاعه.

$$V = S \times h$$

الارتفاع $\uparrow$ مساحة القاعدة $\uparrow$

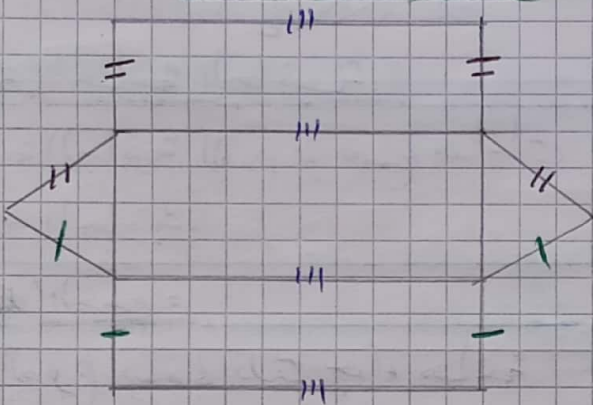
* مثال :

نعتبر حوشور قائم بحيث قاعدته هو 28 cm ومساحة قاعدته 13 cm^2 وارتفاعه 5 cm

← المساحة الجانبية هي : $S = p \times h = 28 \times 5$
 $S = 140 \text{ cm}^2$

← الحجم : $V = S \times h = 13 \times 5 = 65 \text{ cm}^3$

(4) حشر الحوشور القائم :

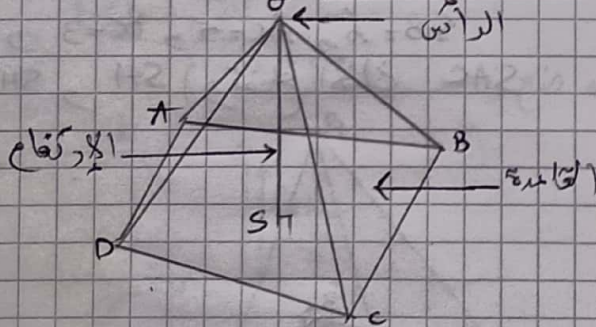


II - الهرم :

(1) تعريف ونطعي القاعدة :

* تعريف : هرم رباعي القاعدة هو جسم له قاعدة عبارة عن مضلع رباعي وأوجهه الجانبية عبارة عن مثلثات.

* الشكل الهندسي :



$OABCD$ هرم رباعي القاعدة وقاعدته

الرباعي $ABCD$

- O هو رأس الهرم

- $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$, $[OD]$ (الأضلاع)

- OS الارتفاع.

$$= \frac{(4 \times 6) + (3 \times 6) + (3 \times 4 \times 5)}{2}$$

$$S = 29,5 \text{ cm}^2$$

وهذه

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \times SH$$

حجم الهرم هو:

$$= \frac{1}{3} \times \frac{AB \times BC}{2} \times SH$$

$$= \frac{4 \times 3 \times 3,4}{6} = 6,8 \text{ cm}^3$$

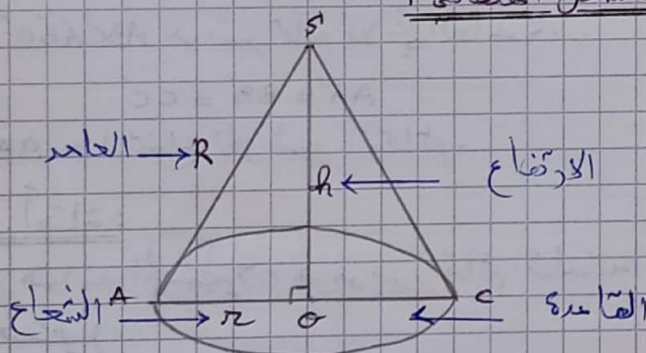
II - المخروط الدوراني:

(1) تعريف:

المخروط الدوراني هو جسم له رأس وقاعدة على شكل دائرة.

تتصل بين مركز القاعدة ومركز الرأس بخط مستقيم يدعى المحور. تتكون قاعته من زاوية حول قاعته في المحور.

الشكل الهندسي:



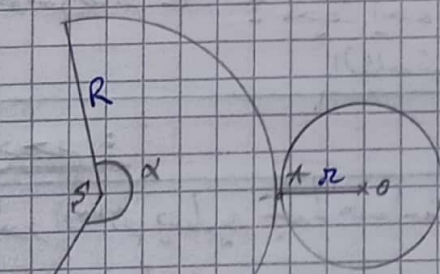
R = شعاع الدائرة مركزها O

h = ارتفاع المخروط الدوراني

R = شعاع الدائرة مركزها O

القطر [AC] يولد قاعته المخروط الدوراني.

القطر [AS] يولد السطح الجانبي للمخروط الدوراني.

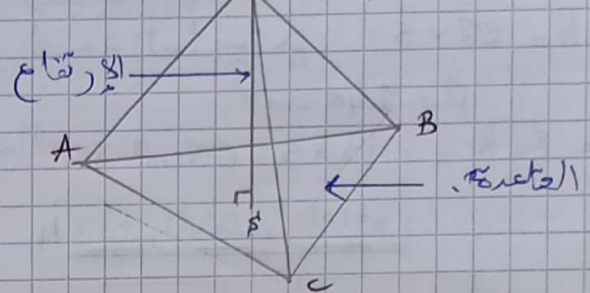


يمكن تطبيق هذه الطريقة الجبرية لحساب المساحة في المخروط A و O القائم الدائري في O

(2) هرم ثلاثي القاعدة:

تعريف: هرم ثلاثي القاعدة عبارة عن جسم له قاعدة عبارة عن مثلث وأوجهه الجانبية عبارة عن مثلثات.

الشكل الهندسي:



(3) المساحة الجانبية:

المساحة الجانبية للهرم هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية.

(4) الحجم:

حجم الهرم يساوي ثلث حاصل مساحة قاعدته في ارتفاعه.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{قاعدة}} \times \text{الارتفاع}$$

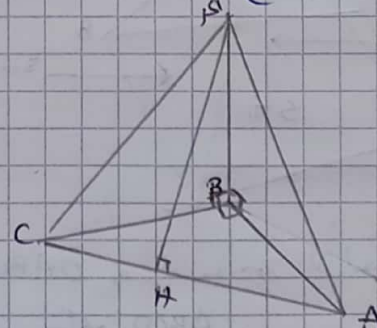
* مثال:

هرم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في B

و SAB و SBC قائم الزاوية في B

AB = 4 و BC = 3 و AC = 5 و SB = 6

و SH = 3,4 و ارتفاع المثلث SAC



لحساب المساحة الجانبية لهذا الهرم

$$S = S_{ABS} + S_{BSC} + S_{ASC} \\ = \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times SB}{2} + \frac{SH \times AC}{2}$$

+ مساحة المخروط السابق هي:

$$S = \pi \times R \times R = 3,14 \times 3 \times 5$$

$$S = 47,1 \text{ cm}^2$$

(3) حجم المخروط الدائري:

حجم مخروط دائري يساوي ثلث مساحة

كأسه في ارتفاعه.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

ارتفاع المخروط
شعاع القاعدة

* مثال: لنحسب المخروط الدائري السابق:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 3^2 \times 4$$

$$V = 37,68 \text{ cm}^3$$

ملحوظة: مساحة المخروط الدائري = المساحة الكلية للقائمة

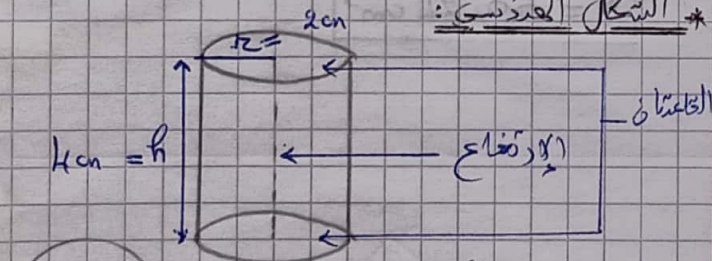
(1) تعريف:

الأسطوانة عبارة عن جسم له قاعدتين عبارة عن

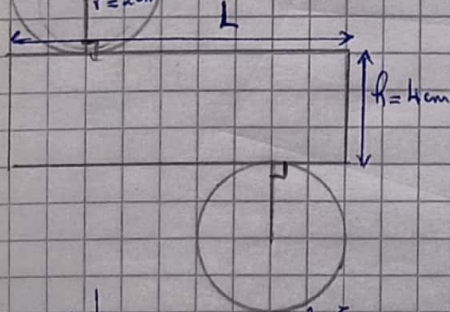
عزيتين دائريتين (للمخروط الشعاع)

المساوية يربطهما خطي القاعدتين يسمى ارتفاع الأسطوانة

* الشكل الهندسي:



* وضع ونشر أسطوانة:



بعد نشر الوجه الجانبي للأسطوانة نحصل على مستطيل

يكون الإحداث على شكل جانب طول الوجه الجانبي

$$L = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 2 = 12,56 \text{ cm}$$

* ملاحظة: الأسطوانة عبارة عن مجموع قائمتين قائمتاه
مربعة

(2) المساحة الجانبية:

أنظر الشكل المنشور السابق.

πR^2	S
360°	α

$2\pi R$	$2\pi r$
360°	α

$$S = \frac{\alpha \times \pi R^2}{360^\circ}$$

$$= \frac{r \times \pi R^2 \times 360^\circ}{R \times 360^\circ}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ \times 2\pi r}{2\pi R}$$

$$\alpha = \frac{r}{R} \times 360^\circ$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$S = \pi r R$$

زاوية القطاع الزاوية = الشعاع الأصغر $360^\circ \times$ الشعاع الأكبر

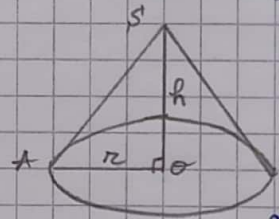
المساحة الجانبية للمخروط الدائري التي شعاعه R

$$S = \pi \cdot r \cdot R$$

وعادة R هي

* مثال: كيف يمكن إنشاء مخروط دائري شعاع

قاعدته 3cm وارتفاعه 4cm



لنحسب طول القائم R

المثلث AOS قائم الزاوية هي 90

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة غاي:

$$AP^2 = AO^2 + OS^2$$

$$= 3^2 + 4^2$$

$$= 9 + 16$$

$$AS^2 = 25$$

$$AS = \sqrt{25}$$

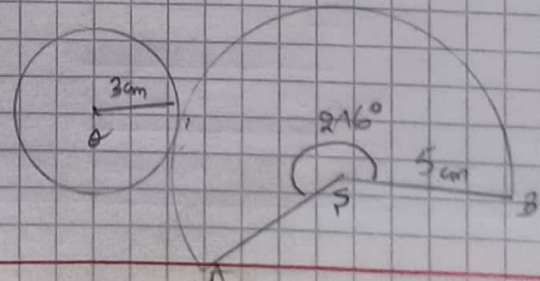
$$R = 5 \text{ cm}$$

وهذه هي

* وهذه زاوية القطاع الدائري هي:

$$\alpha = \frac{r}{R} \times 360^\circ = \frac{3}{5} \times 360^\circ$$

$$\alpha = 216^\circ$$



(2) المساحة الجانبية

المساحة الجانبية للأسطوانة تساوي جدل محيط

$$P = p \times h = 2\pi r \times h$$

مثال: في المثال السابق

الوجه الجانبي عبارة عن مستطيل عرضه

$$p = 2 \times \pi \times 2 = 25,12 \text{ cm}$$

إذ المساحة الجانبية هي:

$$P = 2 \times \pi \times 2 \times 4 = 50,24 \text{ cm}^2$$

(3) الحجم

حجم الأسطوانة القائمة هو مساحة القاعدة

في الارتفاع

$$V = P \times h = \pi \times R^2 \times h$$

مساحة القاعدة الارتفاع

مثال: في المثال السابق

حجم الأسطوانة هو:

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

$$= 3,14 \times 2^2 \times 4$$

$$V = 50,24 \text{ cm}^3$$