هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الدرس ⑥ : المتجهات والإزاحة

I - المتجهة :

1) عناصر متجهة غير منعدمة :

أ - تعريف :

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى

الزوج (A,B) يحدد متجهة يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AB}$

عناصرها هي :

* الإتجاه : هو المستقيم (AB)
* المنحى : هو منحى نحو المستقيم [AB]
أي من A نحو B
* المنظم (أو المعيار) : هو المسافة (الطول) AB
- النقطة A تسمى أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- النقطة B تسمى طرف المتجهة $\overrightarrow{AB}$

ب - التمثيل الهندسي :

نسمي الشكل جانبه متجهة ويرمز لها بـ $\overrightarrow{AB}$

2) المتجهة المنعدمة :

* تعريف :

- المتجهة $\overrightarrow{AA}$ ليس لها إتجاه ولا منحى ومنظمها يساوي 0 ونسمي المتجهة المنعدمة ونكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

- إذا كان $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ فإن $A = B$
(أي أن النقطتان A و B منطبقتان)

3) مقابل متجهة

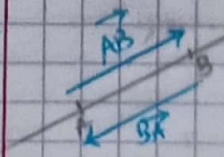
أ - تعريف :

A و B نقطتان لدينا : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

المتجهة $\overrightarrow{BA}$ تسمى مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$

ونكتب : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

ب - التمثيل الهندسي :



لدينا : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

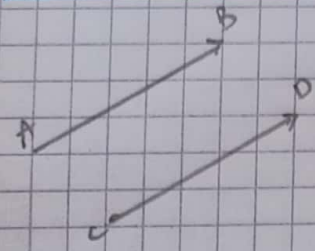
II - تساوي متجهتين :

1) تعريف :

تكون متجهتان متساويتين إذا كان لهما :
- نفس الإتجاه
- نفس المنحى
- نفس المعيار (المنظم).

بتعبير آخر : تكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ إذا كان :
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي : $(AB) // (CD)$
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنحى
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنظم (الطول) أي $AB = CD$

* الشكل الهندسي :



لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

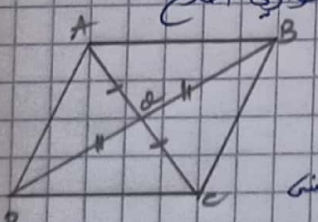
2) خاصيات مميزة :

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني أن ABCD متوازي أضلاع

2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني أن القطعتين [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف

* الشكل الهندسي :

نعتبر الرباعي ABCD متوازي أضلاع



إذن : $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \end{cases}$

والقطعتان [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O

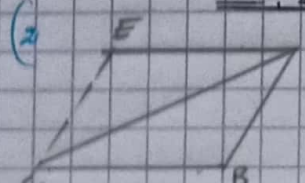
3) تطبيق :

ليكن ABC مثلث

1) أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

2) حدد طبيعة الرباعي ABCE

* جواب :



1) لدينا : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

2) إذن ABCE متوازي أضلاع

للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع Talamid.ma
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

III - مجموع متجهتين :

1) تعريف :

نقول أن المتجهة $\vec{AC}$ هي مجموع المتجهتين $\vec{AB}$ و $\vec{AD}$ إذا كان الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

ونكتب : $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

* الشكل الهندسي :

ABCD متوازي أضلاع

إذن : $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

ولدينا كذلك :

$$\begin{cases} \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD} \\ \vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA} \\ \vec{DA} + \vec{DC} = \vec{DB} \end{cases}$$

2) علاقة شال :

أ - خاصية :

A و B و C ثلاث نقط من المستوى

لدينا : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

هذه الخاصية تسمى علاقة شال.

ب - الشكل :

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

ج - أمثلة :

لنبسط ما يلي :

* $\vec{EF} + \vec{GE} + \vec{FG} = \vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GE}$
$= \vec{EG} + \vec{GE}$
$= \vec{EE} = \vec{0}$

* $\vec{AB} - \vec{BD} - \vec{CA} - \vec{CB} = \vec{CA} + \vec{AB} - \vec{CB} - \vec{BD}$
$= \vec{CB} - \vec{CB} - \vec{BD}$
$= \vec{0} + \vec{DB}$
$= \vec{DB}$

3) تطبيق :

ABCD متوازي أضلاع

1) أنشئ النقطتين M و N بحيث :

$\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$ و $\vec{AN} = \vec{AC} + \vec{AD}$

2) بين أن : $\vec{MN} = \vec{BD}$

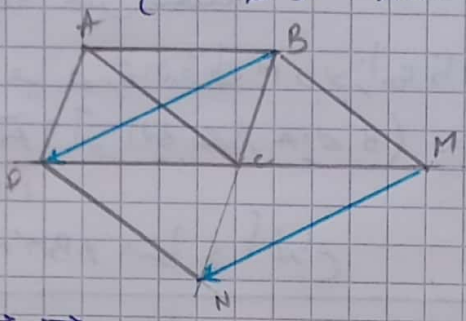
---

1) لدينا : $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$

إذن : ABMC متوازي أضلاع

و $\vec{AN} = \vec{AC} + \vec{AD}$

إذن : ACND متوازي أضلاع



2) لدينا :

$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN}$
$= -\vec{AM} + \vec{AN}$
$= -\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AC} + \vec{AD}$
$= \vec{BA} + \vec{AD}$
$= \vec{BD}$

و بالتالي فإن : $\vec{MN} = \vec{BD}$

IV - الإزاحة :

1) نشاط :

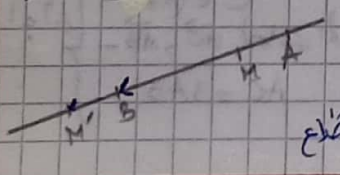
A و B و M ثلاث نقط من المستوى

أنشئ في كل حالة النقطة M' بحيث : $\vec{MM'} = \vec{AB}$

حالة ① : النقط A و B و M ليست على استقامة

ABM'M متوازي أضلاع

حالة ② : النقط A و B و M على استقامة



2) خاصية :

أ - قاعدة :

$\vec{AB}$ متجهة و a عدد حقيقي طبيعي

لدينا :

$\vec{AB} + \vec{AB} = 2\vec{AB}$

$\vec{AB} + \vec{AB} + \vec{AB} = 3\vec{AB}$

$\underbrace{\vec{AB} + \vec{AB} + \ldots + \vec{AB}}_{a \text{ مرة}} = a\vec{AB}$

ب - ملاحظة :

لجمع ثلاث متجهات (أو أكثر) نجمع متجهتين منها، ونطبق إلى مجموعهما المتجهة الثالثة، وذلك باستعمال الإزاحة حتى نطبق علاقة شال.

Talamid.ma للمزيد من الملفات، قم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

في هذه الحالة نقول أن M' هي صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (التي تحول A إلى B)

ب) تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة

النقطة M' هي صورة النقطة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (أو التي تحول A إلى B) يعني أن $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

يعني أن ABM'M متوازي أضلاع

ج) طريقة الإنشاء :

A و B نقطتان من المستوى . M نقطة من المستوى

M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$

1) إذا كانت $M \in (AB)$

فإن : $M' \in [AB]$ حيث : $AB = MM'$

2) إذا كانت $M \notin (AB)$

فإن M' هي الرأس الرابع لمتوازي أضلاع ABM'M بالبركار.

* دفترة إضافية : ضرب متجهة في عدد حقيقي

1) تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي

نسمي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ ضرب المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k ونكتب $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ إذا كانت M نقطة من المستقيم (AB) بحيث :

* إذا كان $k > 0$ فإن $AM = kAB$ و $\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى

* إذا كان $k < 0$ فإن $AM = -kAB$ و $\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{AB}$ لهما منحيان متعاكسان

2) مثال :

$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$

$C \in (AB)$

$\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى

$AC = 3AB$

أي أن

$\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$M \in (AB)$

$\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{AB}$ لهما منحيان متعاكسان

$AM = \frac{3}{2}AB$

Talamid.ma للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع