أهم فقرات الدرس

المتجهــات + الإزاحة

مادة الرياضيات 2AC

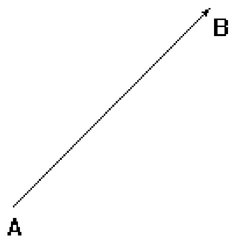
I _ تعاريف :

1) – المتجهة و عناصرها :

أ) -- تعريف متجهة :

كل نقطتين مختلفتين A و B في المستوى تحددان متجهة غير منعدمة يرمز لها بالرمز : $\overrightarrow{AB}$.

ب) -- مثال :



A و B نقطتان مختلفتان في المستوى .

نسمي الشكـل جانبه متجهة و يرمز لها بالرمز : $\overrightarrow{AB}$.

ج) - عناصر متجهة :

نعتبر المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في الشكـل أعلاه .

* / نسمي النقطة A أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي المستقيم (AB) إتجاه المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي من A نحو B منحى المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي المسافة AB معيار أو منظم المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

2) – المتجهة المنعدمة :

كل نقطة A في المستوى تحدد متجهة تسمى متجهة منعدمة و يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AA}$ أو $\vec{O}$
و نكتب : $\overrightarrow{AA} = \vec{O}$

3) – تساوي متجهتين :

أ) -- مثال :

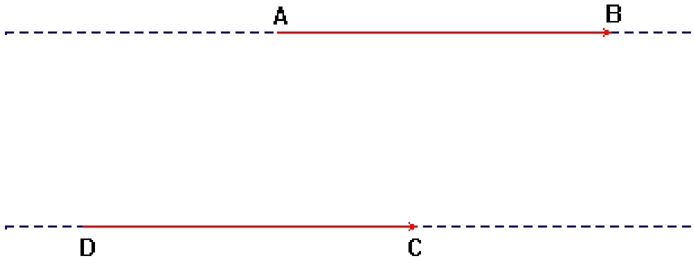
A و B و E ثلاث نقط مختلفة غير مستقيمية .

لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا :

-- $(EF) // (AB)$.

-- F و B تقعان من نفس الجهة بالنسبة للنقطتين E و A .

-- $AB = EF$.



نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$

لدينا :

1) – $(EF) // (AB)$.

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفي الاتجاه .

2) – المنحى من A نحو B هو نفس المنحى من E نحو F .

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفس المنحى .

3) – $AB = EF$.

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفي المعيار (أي المنظم) .

وبالتالي نقول أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ متساويتان

و نكتب : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

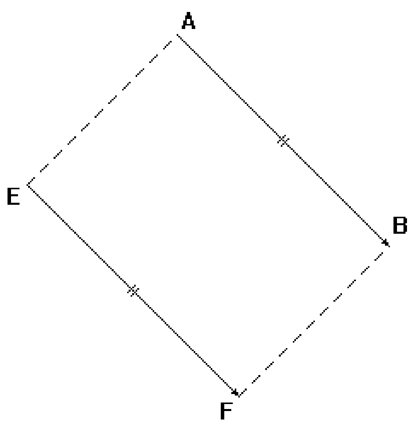
ب) -- تعريف :

تكون متجهتان متساويتين إذا كان لهما :
-- نفس الاتجاه .
-- نفس المنحى .
-- نفس المعيار (أي المنظم) .

ج) -- خاصية :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و E نقطة خارج المستقيم (AB) .

1) – لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.



2) – لنبين أن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

لدينا :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ إذن : $\left.\begin{matrix} AB = EF \\ (AB)//(EF) \end{matrix}\right\}$ و منه فإن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

نقول إذن :

A و B و C و D أربع نقط من المستوى .
-- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .
-- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني أن $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف .

II _ مجموع متجهتين :

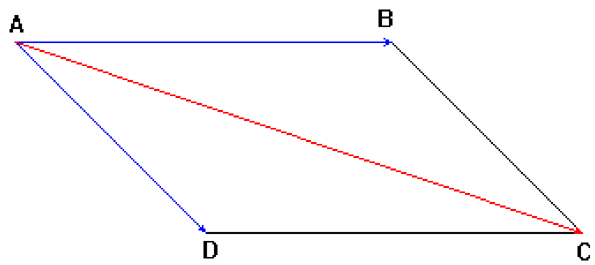
1) – مجموع متجهتين :

أ) -- قاعدة :

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

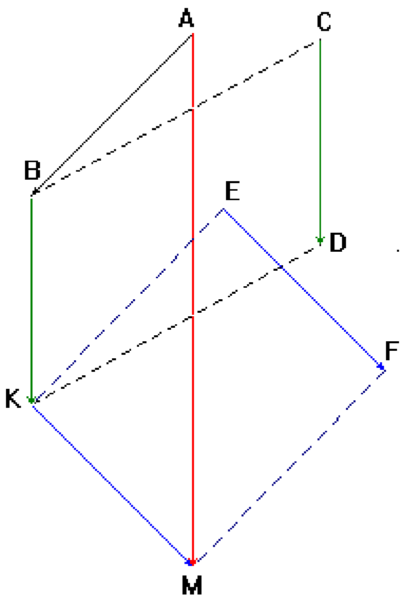
ب) -- مثال :

نعتبر $ABCD$ متوازي الأضلاع .



لدينا : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

2) – مجموع عدة متجهات :



$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{EF}$ متجهات غير منعدمة .
لننشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$.

من أجل هذا ننشئ المتجهة $\overrightarrow{BK}$ بحيث : $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{CD}$
أي $BKDC$ متوازي الأضلاع .
ثم المتجهة $\overrightarrow{KM}$ بحيث : $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{EF}$
أي $KMFE$ متوازي الأضلاع .

3) – كتابة مجموع عدة متجهات :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة .

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}$

$$\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\dots+\overrightarrow{AB}}_{n\text{ مرة}}=n\overrightarrow{AB}$$

4) – علاقة شـال :

إذا كانت A و B و C ثلاث نقط من المستوى فإن :

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$

* / تمرين تطبيقي :

بسط ما يلي :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}$ و $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EB}$

الحــل :

1) – لدينا :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\\&=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}\\&=\overrightarrow{AA}\\&=\vec{O}\end{aligned}$$

2) – لدينا :

$$\begin{aligned}2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EB}&=2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}\\&=2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EA}\\&=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EA}\\&=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AA}\\&=\overrightarrow{AE}+\vec{O}\\&=\overrightarrow{AE}\end{aligned}$$

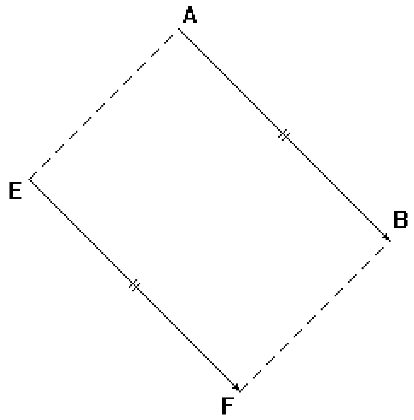
4) – مقابل متجهة :

مقابل متجهة $\overrightarrow{AB}$ هو المتجهة $-\overrightarrow{AB}$ و يكتب $\overrightarrow{BA}$

إذن : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$.

III _ الإزاحــة :

1) – مثال :



A و B و E نقط غير مستقيمية .

لننشئ النقطة F بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

لدينا :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ يعني أن : $ABFE$ متوازي الأضلاع .

سنسمي F صورة E بالإزاحة التي تحول A إلى B

أو بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

2) – قاعدة :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة في المستوى.

M' صورة M بالإزاحة التي تحول A إلى B يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$

* / تمرين تطبيقي :

$ABCD$ متوازي الأضلاع .

نعتبر t الإزاحة التي تحول A إلى C .

1) – أنشئ E و F صورتي D و B على التوالي بالإزاحة t .

2) – أثبت أن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .

الحــل :

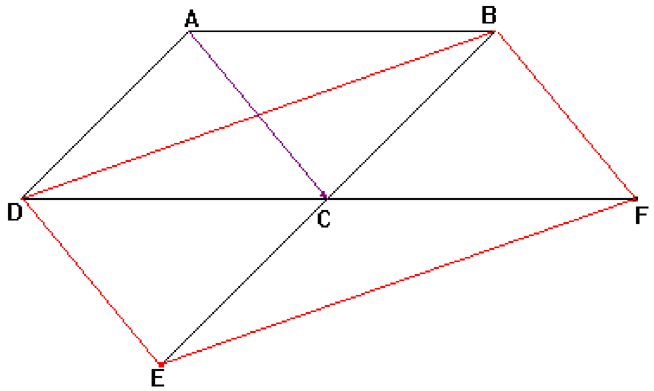
1) – الشكــل :

لدينا : E صورة D بالإزاحة t يعني أن :

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$ أي أن الرباعي $ACED$.

و لدينا : F صورة B بالإزاحة t يعني أن :

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$ أي أن الرباعي $ACFB$



2) – لنبين ان الرباعي $BDEF$ متوازي الاضلاع

نعلم أن : $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}\\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}\end{array}\right\}$

إذن : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BF}$ و منه فإن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .