

1 - مقارنة عددين جذريين :

خاصية 1 : a و b عددين جذريين إذا كان $a - b \leq 0$ فإن $a \leq b$ إذا كان $a \leq b$ فإن $a - b \leq 0$	$a - b = -5$ و b و a عددين جذريين حيث قارن العددين a و b .
تمرين : - قارن العددين $\frac{9}{4}$ و $\frac{8}{3}$ - قارن العددين : $2 + \frac{-1}{3}$ و $1 + \frac{-3}{4}$	

2 - الترتيب والعمليات :

- الترتيب و الجمع :

خاصية 3 : a و b و c أعداد جذرية إذا كان $a \leq b$ فإن $a + c \leq b + c$	نحدد إشارة فرقهما : $(a + c) - (b + c) = a + c - b - c$ بما أن $a - b \leq 0$ فإن $(a + c) - (b + c) \leq 0$ وبالتالي : $a + c \leq b + c$
تمرين 1 : a عدد حقيقي حيث : $a \leq 3$ قارن $a - 7$ و -4	لدينا $a \leq 3$ إذن $a - 7 \leq 3 - 7$ (نضيف -7) ومنه : $a - 7 \leq -4$
تمرين 2 : a و b عددين جذريين حيث : $a \leq 7$ و $b \leq -5$ قارن العددين $a + b$ و 2	$a \leq 7$ إذن : $a + b \leq 7 + b$ و $b \leq -5$ إذن : $7 + b \leq -5 + 7$ أي $7 + b \leq 2$ ومنه : $a + b \leq 2$

- الترتيب و الضرب :

الخاصية 4 : a و b و c أعداد جذرية إذا كان $a \leq b$ و $c > 0$ فإن $a.c \leq b.c$ إذا كان $a \leq b$ و $c < 0$ فإن $a.c \geq b.c$	$a \leq 3$ عدد جذري حيث : $a \leq 3$ قارن العددين : $3a$ و 9 ثم $-a$ و -3 لدينا $a \leq 3$ و 3 موجب إذن : $a \times 3 \leq 3 \times 3$ أي $3a \leq 9$ لدينا $a \leq 3$ و -1 سالب إذن : $-1 \times a \geq -1 \times 3$ أي $-a \geq -3$
تمرين : a و b عددين جذريين موجبان حيث : $a \leq 2$ و $b \leq 3$ قارن العددين : ab و 6	الحل : لدينا $a \leq 2$ و b موجب إذن : $ab \leq 2b$ و $b \leq 3$ و 2 موجب إذن : $2b \leq 3 \times 2$ وبالتالي : $ab \leq 6$

3 - المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

تعريف : كل متفاوتة على شكل $ax \leq b$ أو $ax \geq b$ تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث : a و b عددين جذريين و x العدد المجهول .	مثال 2 : حل المتراجحة $\frac{2}{3}x \geq 3$ نضرب طرفي المتراجحة في مقلوب $\frac{2}{3}$ فنجد $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x \geq 3 \times \frac{3}{2}$ ومنه : $x \geq \frac{9}{2}$ إذن حل هذه المتراجحة هي الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي $\frac{9}{2}$.
مثال 1 : متى يكون $3x \leq 12$ ؟ نضرب طرفي متفاوتة في $\frac{1}{3}$ العدد الموجب فنجد : $\frac{1}{3} \times 3x \leq \frac{1}{3} \times 12$ ومنه : $x \leq 4$ إذن حلول المتراجحة $3x \leq 12$ هي الأعداد الجذرية الأصغر من أو تساوي 4 .	

4- التآطير :

تعريف : a و b و x أعداد حقيقية حيث $a < b$ الكتابة $a < x < b$ تسمى تآطير العدد x تآطير العدد $\frac{5}{3}$ إلى $0,1$ هو : $1,6 \leq \frac{5}{3} \leq 1,7$	تآطير العدد $\frac{8}{3}$ إلى $0,01$ هو $2,66 \leq \frac{8}{3} \leq 2,67$
تآطير مجموع : a و b عددين حقيقيين حيث : $1 \leq a \leq 2$ و $3 \leq b \leq 4$ أعط تآطيرا لـ $a + b$	لدينا : $\begin{cases} 1 \leq a \leq 2 \\ 3 \leq b \leq 4 \end{cases}$ إذن : $1 + 3 \leq a + b \leq 2 + 4$ ومنه : $4 \leq a + b \leq 6$
تآطير جداء : a و b عددين حقيقيين حيث : $2 \leq b \leq 3$ و $4 \leq a \leq 5$ أعط تآطيرا لـ ab	لدينا : $\begin{cases} 4 \leq a \leq 5 \\ 2 \leq b \leq 3 \end{cases}$ إذن : $2 \times 3 \leq ab \leq 5 \times 4$ ومنه : $6 \leq ab \leq 15$

التمرين 5 : a و b عددين جذريان موجبان قطعاً

قارن العددين $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ و 2

الحل : نحدد إشارة فرقهما

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}$$

$$\text{إذن : } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{(a+b)^2}{ab}$$

$$\text{وبالتالي : } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

التمرين 6 : a و b عددين جذريان

قارن العددين $a^2 + b^2$ و $2ab$

الحل : نحدد إشارة فرقهما

$$\text{إذن : } a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$$

الفرق موجب لأن مربع عدد دائماً موجباً.

$$\text{وبالتالي : } a^2 + b^2 \geq 2ab$$

التمرين 7 : a عدد جذري موجب حيث $a \leq 1$

قارن العددين a^2 و 1

$$\text{الحل : لدينا } a \leq 1 \text{ و } a \text{ موجب إذن : } a \times a \leq 1 \times a$$

$$\text{أي : } a^2 \leq a$$

التمرين 1 : قارن العددين : $x + \frac{1}{3}$ و $x + \frac{3}{5}$

قارن العددين : $x + \frac{-1}{2}$ و $x + \frac{-2}{3}$

قارن العددين : $x + \frac{7}{5}$ و $x + \frac{-3}{2}$

التمرين 2 : قارن العددين : $3 + \frac{3}{2}$ و $5 + \frac{7}{3}$

الحل : لدينا $3 \leq 5$

$$\text{بمأن : } \begin{cases} 3 \leq 5 \\ 3 + \frac{3}{2} \leq 5 + \frac{7}{3} \end{cases}$$

التمرين 3 : a و b عددين جذريان حيث $a \leq 4$ و $b \leq -3$

1- بين أن : $3a - 7 \leq 5$

2- بين أن : $-2b + 3 \geq 9$

الحل : - لدينا $a \leq 4$ ومنه : $3a \leq 12$ لأن 3 موجب

إذن : $3a - 7 \leq 12 - 7$ أي : $3a - 7 \leq 5$

- لدينا $b \leq -3$ ومنه : $-2a \leq 6$ لأن -2 سالب

إذن : $-2b + 3 \leq 6 + 3$ أي : $-2b + 3 \leq 9$

التمرين 4 : حل المتراجحات التالية :

$$2x - 1 > 5$$

$$3x + 2 \geq x - 4$$

$$2(x - 3) \leq 2x + 1$$

الحل :

- حل المتراجحة $2x - 1 > 5$ هو حل المتراجحات المتكافئة :

$$2x - 1 + 1 > 5 + 1$$

$$2x > 6$$

$$\frac{1}{2} 2x > 6 \times \frac{1}{2}$$

ومنه $x > 3$ أي الأعداد الجذرية الأكبر قطعاً من 3

- حل المتراجحة $3x + 2 \geq x - 4$ هو حل المتراجحات التالية

$$3x + 2 - 2 - x \geq x - 4 - 2 - x$$

$$2x \geq -6$$

$$\frac{1}{2} \times 2x \geq -6 \times \frac{1}{2}$$

ومنه : $x \geq -3$ أي الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي -3

- حل المتراجحة $2(x - 3) \leq 2x + 1$ هو حل المتراجحات :

$$2x - 6 \leq 2x + 1$$

$$2x - 6 + 6 - 2x \leq 2x + 1 - 2x - 6$$

$$0x \leq -5$$

إذن : هل توجد أعداد جذرية تحقق المتراجحة الأخيرة ؟

ومنه المتراجحة الأولى ليس لها حلول .