Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الدرس ⑤ : الترتيب والعمليات

I - مقارنة عددين جذريين :

1) قاعدة :

لمقارنة عددين جذريين، نحدد إشارة فرقهما:
* إذا كان $a-b \geqslant 0$ فإن : $a \geqslant b$
* إذا كان $a-b \leqslant 0$ فإن : $a \leqslant b$

2) أمثلة :

① لنقارن العددين $\frac{2}{5}$ و 7

لدينا: $\frac{2}{5} - 7 = \frac{2-35}{5} = \frac{-33}{5} \leqslant 0$

إذن: $\frac{2}{5} - 7 \leqslant 0$ ، ومنه فإن: $\frac{2}{5} \leqslant 7$

② لنقارن العددين $\frac{11}{3}$ و $\frac{7}{8}$

لدينا: $\frac{11}{3} - \frac{7}{8} = \frac{88-21}{24} = \frac{67}{24} > 0$

إذن: $\frac{11}{3} - \frac{7}{8} > 0$ ، ومنه فإن: $\frac{11}{3} > \frac{7}{8}$

③ a و b عددان جذريان بحيث: $a-b=-5$

لنقارن a و b

لدينا: $a-b=-5$

إذن: $a-b<0$ ، ومنه فإن: $a<b$

3) اصطلاحات :

أ- التعريف <

الترتيب $a<b$ يعني أن $a<b$ و $a \neq b$

ونقرأ a أصغر قطعا من b

ب- التعريف ≤

الترتيب $a \leqslant b$ يعني أن $a<b$ أو $a=b$

ونقرأ a أصغر من أو يساوي b

ج- المتعادية

a و b عددان جذريان.

كل كتابة على الشكل $a \leqslant b$ أو $a \geqslant b$ تسمى متعادية

a و b يسميان طرفي المتعادية.

II - الترتيب والعمليات :

1) الترتيب والجمع

أ- خاصية ① :

a و b و k أعداد جذرية

إذا كان $a \leqslant b$ فإن: $a+k \leqslant b+k$

* مثال :

a و b عددان جذريان بحيث: $a-5 \leqslant b$

لنبين أن $a-3 \leqslant b+2$

لدينا: $a-5 \leqslant b$ يعني أن $a-5+2 \leqslant b+2$

أي أن: $a-3 \leqslant b+2$

ب- خاصية ② :

a و b و c و d أعداد جذرية

إذا كان $\left.\begin{matrix} a \leqslant b \\ c \leqslant d \end{matrix}\right\}$ فإن: $a+c \leqslant b+d$

* مثال :

a و b عددان جذريان بحيث:

$a+3 \leqslant -4$ و $2b-1 \leqslant \frac{1}{2}$

لنبين أن: $2b+a+2 \leqslant -\frac{7}{2}$

لدينا: $\left.\begin{matrix} a+3 \leqslant -4 \\ 2b-1 \leqslant \frac{1}{2} \end{matrix}\right\}$ إذن $2b-1+a+3 \leqslant \frac{1}{2}+(-4)$

ومنه فإن: $2b+a+2 \leqslant \frac{1-8}{2}$

وبالتالي: $2b+a+2 \leqslant -\frac{7}{2}$

2) الترتيب والضرب :

أ- خاصية ③ :

a و b و k أعداد جذرية

1/ إذا كان $\left.\begin{matrix} a \leqslant b \\ k \geqslant 0 \end{matrix}\right\}$ فإن: $a \times k \leqslant b \times k$

2/ إذا كان $\left.\begin{matrix} a \leqslant b \\ k \leqslant 0 \end{matrix}\right\}$ فإن: $a \times k \geqslant b \times k$

ب- مثال :

a و b عددان جذريان بحيث: $a \leqslant \frac{1}{2}$ و $b \leqslant -\frac{3}{2}$

استنتج $2a$ و $-6b$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

* لدينا $a \leq \frac{1}{2}$ و $a \geq 0$ إذن: $a \times 2 \leq \frac{1}{2} \times 2$ أي: $2a \leq 1$

* لدينا $b \leq -\frac{3}{2}$ و $-6 \leq 0$ إذن: $b \times (-6) \geq -\frac{3}{2} \times (-6)$ أي: $-6b \geq 9$

II - التأطير:

1) تعريف:

تعريف: a و b و x أعداد حقيقية

كل من المتباينتين $a < x < b$ و $a \leq x \leq b$ تسمى تأطيرا للعدد x

ملاحظة:

* المتباينة $a \leq x \leq b$ تقرأ x محصورة بين a و b

* المتباينة $a < x < b$ تقرأ: x محصورة تحطعابيا a و b

2) التأطير والتقريب:

* مثال: نعتبر العدد الجزئي $\frac{13}{7}$

لدينا:

13	7
60	1,85
40	
5	

1) القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى $0,01$ بتقريب هي $1,85$

* القيمة المقربة للعدد $\frac{13}{7}$ إلى $0,01$ بإفراط هي $1,86$

إذن المتباينة $1,85 < \frac{13}{7} < 1,86$ تسمى تأطيرا للعدد $\frac{13}{7}$

2) القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى $0,01$ بتقريب هي: $-1,86$

* القيمة المقربة للعدد $-\frac{13}{7}$ إلى $0,01$ بإفراط هي: $-1,85$

المتباينة $-1,86 < -\frac{13}{7} < -1,85$ تسمى تأطيرا للعدد $-\frac{13}{7}$

3) التأطير والعمليات:

أ - تأطير مجموع:

خاصية ④: نعتبر جميع الأعداد الحقيقية

إذا كان $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ فإن: $a+c \leq x+y \leq b+d$

* مثال: x و y عددان حقيقيان

$2 \leq x \leq 5$ و $-3 \leq y \leq -1$

نأطر $x+y$

لدينا: $\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ -3 \leq y \leq -1 \end{cases}$ إذن: $2+(-3) \leq x+y \leq 5+(-1)$

وبالتالي فإن: $-1 \leq x+y \leq 4$

ب - تأطير فرق:

خاصية ⑤: نعتبر جميع الأعداد الحقيقية

إذا كان $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ فإن: $a-d \leq x-y \leq b-c$

* ملاحظة: $a-b = a+(-b)$ لدينا:

إذن لتأطير $a-b$ نؤطر أولا $-b$ ثم نطبق خاصية ④ (الجمع) مع:

إذا كان $a \leq x \leq b$ فإن: $-b \leq -x \leq -a$ ⇐

تأطير المقابل

* مثال: x و y عددان حقيقيان

$3 \leq x \leq 8$ و $-4 \leq y \leq 2$

نأطر $x-y$

لدينا: $-4 \leq y \leq 2$ إذن: $-2 \leq -y \leq 4$

لدينا: $\begin{cases} 3 \leq x \leq 8 \\ -2 \leq -y \leq 4 \end{cases}$ إذن: $3+(-2) \leq x+(-y) \leq 8+4$

وبالتالي فإن: $1 \leq x-y \leq 12$

ج - تأطير جداء:

خاصية ⑥: نعتبر جميع الأعداد الحقيقية

$a \leq x \leq b$ حيث:

* إذا كان $k > 0$ فإن: $ka \leq kx \leq kb$

* إذا كان $k < 0$ فإن: $kb \leq kx \leq ka$

* مثال: x عدد حقيقي حيث: $-3 \leq x \leq 4$

نأطر $2x$ و $-5x$

لدينا: $-3 \leq x \leq 4$ و $2 > 0$

إذن: $2 \times (-3) \leq 2x \leq 2 \times 4$ أي: $-6 \leq 2x \leq 8$

ولدينا: $-3 \leq x \leq 4$ و $-5 < 0$

إذن: $-5 \times (4) \leq -5x \leq -5 \times (-3)$ أي: $-20 \leq -5x \leq 15$

للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع Talamid.ma
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

IV - المتراجحات :

1) تعريف :

تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهل واحد كل كتابة على الشكل :

$ax+b \leqslant c$ أو $ax+b \geqslant c$

$ax+b < c$ أو $ax+b > c$

2) حل المتراجحات :

أ - تقنيات الحل :

* يعتمد حل متراجحة على نفس تقنيات حل المعادلات مثل :
- تجميع المجاهيل في طرف والمعاليم في طرف
- تغيير إشارة كل حد نقلناه من طرف إلى الطرف الآخر من المتراجحة.

* يجب الانتباه لإشارة العدد a في المتراجحة $ax \leqslant b$ حيث :

$a<0$	$a>0$
فإن : $x \geqslant \frac{b}{a}$	فإن : $x \leqslant \frac{b}{a}$
نغير الرمز	لا نغير الرمز

ب - حالات الحل :

1) إذا وجدنا مثلا $x>a$ $(x \leqslant a)$ نقول أن جميع الأعداد الجذرية الأكبر قطعا (الأصغر أو يساوي a) هي حلول لهذه المتراجحة

2) إذا وجدنا مثلا $0 \geqslant 3$ $(0 > 3)$ نقول أن هذه المتراجحة ليس لها حل.

3) إذا وجدنا مثلا $0 > -8$ (هذا دائما صحيح) نقول أن جميع الأعداد الجذرية هي حلول لهذه المتراجحة.

ج - أمثلة :

1) المتراجحة $2x+1 \leqslant 5$ نكافئ على التوالي

$2x \leqslant 5-1$

$2x \leqslant 4$

$x \leqslant \frac{4}{2}$

$x \leqslant 2$

إذن جميع الأعداد الجذرية الأصغر أو تساوي 2 هي حلول لهذه المتراجحة.

4) تمرين تطبيقي :

a و b عددان جذريان بحيث :

$1 \leqslant a \leqslant \frac{5}{2}$ و $-4 \leqslant b \leqslant -\frac{3}{2}$

أطر $a+b$ ، $a-b$ ، $-4a$ ، $8b$ ، $3a+2$ و $-2b-\frac{3}{4}$

* تأطير $a+b$

لدينا : $\begin{cases} 1 \leqslant a \leqslant \frac{5}{2} \\ -4 \leqslant b \leqslant -\frac{3}{2} \end{cases}$

إذن : $1+(-4) \leqslant a+b \leqslant \frac{5}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)$

أي أن : $-3 \leqslant a+b \leqslant 1$

* تأطير $a-b$

لدينا : $-4 \leqslant b \leqslant -\frac{3}{2}$ إذن : $\frac{3}{2} \leqslant -b \leqslant 4$

و لدينا : $1 \leqslant a \leqslant \frac{5}{2}$

إذن : $1+\frac{3}{2} \leqslant a+(-b) \leqslant \frac{5}{2}+4$

وبالتالي فإن : $\frac{5}{2} \leqslant a-b \leqslant \frac{13}{2}$

* تأطير $-4a$

لدينا : $1 \leqslant a \leqslant \frac{5}{2}$ إذن $-4 \times 1 \geqslant -4a \geqslant -4 \times \frac{5}{2}$

أي أن : $-4 \leqslant -4a \leqslant -10$

* تأطير $8b$

لدينا : $-4 \leqslant b \leqslant -\frac{3}{2}$ إذن : $8 \times (-4) \leqslant 8b \leqslant 8 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

أي أن : $-32 \leqslant 8b \leqslant -12$

* تأطير $3a+2$

لدينا : $1 \leqslant a \leqslant \frac{5}{2}$ إذن $3 \times 1 \leqslant 3 \times a \leqslant 3 \times \frac{5}{2}$

$3 \leqslant 3a \leqslant \frac{15}{2}$

$3+2 \leqslant 3a+2 \leqslant \frac{15}{2}+2$

$5 \leqslant 3a+2 \leqslant \frac{19}{2}$ وبالتالي :

* تأطير $-2b-\frac{3}{4}$

لدينا : $-4 \leqslant b \leqslant -\frac{3}{2}$ إذن $-2 \times (-4) \geqslant -2 \times b \geqslant -2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

$3 \leqslant -2b \leqslant 8$

$3-\frac{3}{4} \leqslant -2b-\frac{3}{4} \leqslant 8-\frac{3}{4}$

$\frac{12-3}{4} \leqslant -2b-\frac{3}{4} \leqslant \frac{32-3}{4}$

ومنه فإن : $\frac{9}{4} \leqslant -2b-\frac{3}{4} \leqslant \frac{29}{4}$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

2) المتراجحة $2(3x-5)-3(x+1)\geq 0$ تكافئ على التوالي

$6x-10-3x-3\geq 0$

$3x-13\geq 0$

$3x\geq 13$

$x\geq \frac{13}{3}$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر أو تساوي $\frac{13}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة.

3) المتراجحة $\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}>\frac{3x+5}{6}$ تكافئ على التوالي

$\frac{3(x+1)-2(x-3)}{6}>\frac{3x+5}{6}$

$3x+3-2x+6>3x+5$

$x-3x>5-9$

$-2x>-4$

$x<\frac{-4}{-2}$

$x<2$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من 2 هي حلول لهذه المتراجحة

4) المتراجحة $2(3x-1)-4x\geq 2x+1$ تكافئ على التوالي

$6x-2-4x\geq 2x+1$

$2x-2x\geq 1+2$

$0x\geq 3$

وهذا غير ممكن إذن هذه المتراجحة ليس لها حل.

5) المتراجحة $3x+5-2(x+2)>x-7$ تكافئ على التوالي

$3x+5-2x-4>x-7$

$x-x>-7-1$

$0x>-8$

إذن جميع الأعداد الحقيقية حلول لهذه المتراجحة

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع