أهم فقرات الدرس

المثلث القائم الزاوية و الدائرة

مادة الرياضيات 2AC

I _ خاصية منتصف وتر مثلث قائم الزاوية :

1) – الخاصية المباشرة :

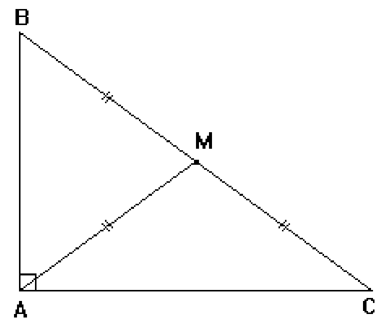
إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن منتصف وتره يبعد بنفس المسافة عن رؤوسه.

* / بتعبير آخر :

إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A و M منتصف [BC] فإن : MA = MB = MC .

* / مثال :

ABC مثلث قائم الزاوية في A و M منتصف [BC] .



سيكون لدينا : MA = MB = MC .

* / تمرين تطبيقي :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $A\hat{B}C = 50^{\circ}$ و E منتصف [BC] .

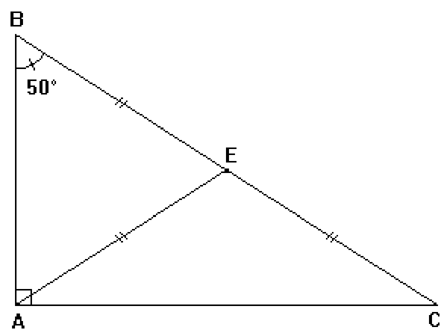
1) – أرسم شكـلا مناسبا .

2) – ماهي طبيعة المثلث AEB ؟ علل جوابك .

3) – استنتج قياس الزاويتين $E\hat{A}B$.

الحـل :

1) – الشكـل :



2) – طبيعة المثلث AEB .

نعلم أن : ABC مثلث قائم الزاوية في A .
و
E منتصف الوتر [BC] .

إذن : $EA = EB = EC$.

أي : $EA = EB$.

و منه فإن المثلث AEB متساوي الساقين رأسه E .

3) – لنستنتج قياس الزاوية $E\hat{A}B$.

نعلم أن : AEB مثلث متساوي الساقين في E .

إذن : $E\hat{A}B = E\hat{B}A$.

و بما أن : $E\hat{B}A = 50^\circ$ فإن : $E\hat{A}B = 50^\circ$

2) – الخاصية العكسية :

إذا كان منتصف أحد أضلاع مثلث يبعد بنفس المسافة عن رؤوسه ، فإن هذا المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل لهذا الضلع .

* / بتعبير آخر :

ABC مثلث و E منتصف [AB] .
إذا كان : $EA = EB = EC$
فإن ABC مثلث قائم الزاوية في C .

* / تمرين تطبيقي :

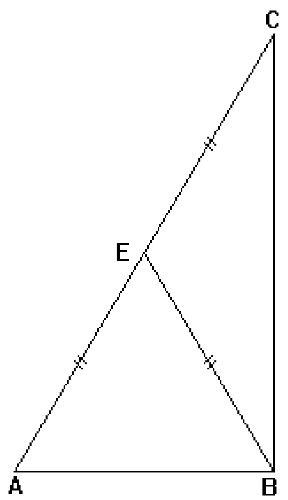
AEB مثلث متساوي الساقين في E و C مماثلة A بالنسبة للنقطة E .

1) – أرسم شكلا مناسبا .

2) – أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية .

الحل :

1) – الشكل :



2) – لنثبت أن ABC مثلث قائم الزاوية .

نعلم أن : AEB مثلث متساوي الساقين رأسه E .

إذن : EA = EB ① .

و نعلم أن : C هي مماثلة A بالنسبة للنقطة E .

إذن : E منتصف [AC] .

و منه فإن : EA = EC ② .

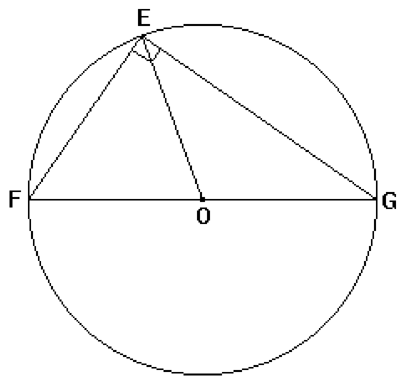
من ① و ② نستنتج أن : EA = EB = EC .

و بالتالي :

لدينا في المثلث ABC : E منتصف [AC] و EA = EB = EC

إذن : ABC مثلث قائم الزاوية في B.

II _ المثلث القائم الزاوية و الدائرة :



1) – مثال :

EFG مثلث قائم الزاوية في E و O منتصف [FG .

-- لنثبت أن O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFG محددين شعاعها.

لدينا EFG مثلث قائم الزاوية في E .

و بما أن O منتصف وتره [FG] فإن : OE = OF = OG (حسب الخاصية المباشرة)

و منه فإن E و F و G تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O .

و بالتالي فإن O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFG و التي شعاعها $\frac{FG}{2}$.

2) – خاصية :

إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن منتصف وتره هو مركز الدائرة المحيطة به و التي شعاعها هو نصف طول وتره

* / بتعبير آخر :

إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و O منتصف وتره [BC]

فإن : O هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و التي شعاعها $\frac{BC}{2}$