

الحساب الحرفي : تعريف

- الحساب الحرفي هو حساب يتم على تعابير تتكون من حروف و أعداد معلومة ، ويستعمل لاختصار النص الرياضي.

أمثلة لتعابير حرفية

$$C = 4ax - \frac{2a}{5} + 9 - x ; B = 3x^2 - \frac{2x}{-5} + 1 - x^2 + \frac{3}{11} ; A = -1 + 2a - 4 + 2,4a$$

تبسيط تعابير : تعريف

- تبسيط تعبير هو اختصاره ، تصغيره ، أو كتابته بأقل ما يمكن من العمليات .

تعابير بمجهول واحد

أمثلة

$$C = \frac{5y}{-2} + \frac{-1}{-6} + y - \frac{7}{3} ; B = -3x + 2 - \frac{-1}{4} + 8x ; A = -1 + 2a - 4 + 2,4a$$

قاعدة

- لتبسيط تعبير بمجهول واحد نجمع الأعداد المرتبطة بالمجهول في جهة ، والأعداد المعلومة في جهة أخرى .

أمثلة

$$\begin{aligned} D &= \frac{-1+3x}{5} - \frac{4x-2}{5} \\ D &= \frac{-1+3x}{5} + \frac{-(4x-2)}{5} \\ D &= \frac{-1+3x}{5} + \frac{-4x+2}{5} \\ D &= \frac{-1+3x+(-4x)+2}{5} \\ D &= \frac{3x+(-4x)-1+2}{5} \\ D &= \frac{-x+1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{5y}{-2} + \frac{-1}{-6} + y - \frac{7}{3} \\ C &= \frac{-5}{2}y + \frac{1}{6} + y - \frac{7 \times 2}{3 \times 2} \\ C &= \left(\frac{-5}{2} + \frac{2}{2} \right) y + \frac{1}{6} - \frac{14}{6} \\ C &= \frac{-5+2}{2}y + \frac{1-14}{6} \\ C &= \frac{-3}{2}y + \frac{-13}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2t - (-7t+5) \\ E &= 2t + 7t - 5 \\ E &= 9t - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= -1 + 2a - 4 + 2,4a \\ A &= 2a + 2,4a - 1 - 4 \\ A &= 4,4a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -3x + 2 - \frac{-1}{4} + 8x \\ B &= -3x + 8x + \frac{2}{1} + \frac{1}{4} \\ B &= 5x + \frac{2 \times 4}{1 \times 4} + \frac{1}{4} \\ B &= 5x + \frac{8+1}{4} \\ B &= 5x + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

توحيد
المقام

تعبير بعدة مجاهيل / بمجهول واحد ودرجات مختلفة

أمثلة

$$N = \frac{-4}{-5}x^2 - 6x + 4 + \frac{5x}{2} - \frac{3x^2}{10} - 7 ; M = -7x + 2a - 3 + 4x - 6a + 1$$

قاعدة

- لتبسيط تعبير بعدة مجاهيل أو بمجهول واحد ودرجات مختلفة ، نجمع الحدود المتشابهة .

ملاحظة

- الحدين x و x^2 حدين مختلفين من نفس المجهول : $2x^2 + 3x \neq 5x^3$ فقط يمكن التعميل أما الحساب أكثر لا يمكن ؟

أمثلة

$$N = \frac{-4}{-5}x^2 - 6x + 4 + \frac{5x}{2} - \frac{3x^2}{10} - 7$$

$$N = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{10}x^2 - \frac{6x}{1} + \frac{5x}{2} + 4 - 7$$

$$N = \left(\frac{4 \times 2}{5 \times 2} - \frac{3}{10} \right) x^2 + \left(\frac{-6 \times 2}{1 \times 2} + \frac{5}{2} \right) x - 3$$

$$N = \frac{8-3}{10}x^2 + \frac{-12+5}{2}x - 3$$

$$N = \frac{5}{10}x^2 + \frac{-7}{2}x - 3$$

$$M = -7x + 2a - 3 + 4x - 6a + 1$$

$$M = -7x + 4x + 2a - 6a - 3 + 1$$

$$M = -3x - 4a - 2$$

$$P = 6ax + 3a + 4 - 8x - 4 - a + 2x$$

$$P = 6ax + 3a - 1a - 8x + 2x + 4 - 4$$

$$P = 6ax + 2a - 6x + 0$$

$$P = 6ax + 2a - 6x$$

* الحدود ax و a و x حدود مختلفة !!!

النشر: تعريف

- النشر هو تحويل تعبير على شكل جداء إلى تعبير على شكل مجموع أو/ و فرق .

قواعد النشر

$$\bullet k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb \quad : a \text{ و } b \text{ و } k \text{ أعداد جبرية}$$

$$\bullet k \times (a - b + c) = ka - kb + kc \quad ; \bullet k \times (a - b) = ka - kb$$

لتحديد إشارة $k \times a$ مثلا ، نحدد إشارة a ثم نحدد إشارة c ، وبذلك إشارة الجداء $a \times c$ هي جداء إشارة a مع إشارة c

أمثلة

$$B = 2a \times (-5 + 3x - 7b)$$

$$B = 2a \times 5 - 2a \times 3x + 2a \times 7b$$

$$B = 10a - 6ax + 14ab$$

$$A = y \times (4 + t)$$

$$A = y \times 4 + y \times t$$

$$A = 4y + yt$$

$$D = \frac{ax}{2} \left(\frac{5x}{3} - \frac{1}{2}a + \frac{-6ax}{-11} \right)$$

$$D = \frac{ax}{2} \times \frac{5x}{3} - \frac{ax}{2} \times \frac{1}{2}a + \frac{ax}{2} \times \frac{6ax}{11}$$

$$D = \frac{5}{6}ax \times x - \frac{1}{4}ax \times a + \frac{6}{22}ax \times ax$$

$$D = \frac{5}{6}ax^2 - \frac{1}{4}a^2x + \frac{6}{22}(ax)^2$$

$$C = \frac{-3}{-11} \left(\frac{-5}{3} - \frac{1}{7}x \right)$$

$$C = \frac{3}{11} \times \frac{-5}{3} - \frac{3}{11} \times \frac{1}{7}x$$

$$C = \frac{-5}{11} - \frac{3}{77}x$$

قواعد النشر

● $(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$: a و b و c و d أعداد جبرية :

● $(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$

* الأسهم تشرح كيفية تحديد

● $(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$

الإشارات بين الحدود *

● $(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd$

أمثلة

$$P = \left(\frac{-2}{-7}a - 5x \right) \left(\frac{1}{6}x - 3 \right)$$

$$P = \frac{2}{7}a \times \frac{1}{6}x - \frac{2}{7}a \times 3 - 5x \times \frac{1}{6}x + 5x \times 3$$

$$P = \frac{2 \times 1}{7 \times 3 \times 2}a \times x - \frac{2 \times 3}{7}a - \frac{5 \times 1}{6}x \times x + 15x$$

$$P = \frac{1}{21}ax - \frac{6}{7}a - \frac{5}{6}x^2 + 15x$$

$$F = (6-t)(7+a)$$

$$F = 6 \times 7 + 6 \times a - t \times 7 - t \times a$$

$$F = 42 + 6a - 7t - ta$$

$$M = (-x+2)(-3-b)$$

$$M = x \times 3 + x \times b - 2 \times 3 - 2 \times b$$

$$M = 3x + xb - 6 - 2b$$

المتطابقات الهامة : النشر

1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: a و b عددين جبريين ، لدينا :

التعليل : $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + \underbrace{ab+ab}_{2ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: لدينا a و b عددين جذريين ،

التعليل : $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b = a^2 - \underbrace{ab - ab}_{=0} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: لدينا a و b عددين جذريين ،

التعليل : $(a+b)(a-b) = a \times a - a \times b + b \times a - b \times b = a^2 - \underbrace{ab + ab}_{=0} + b^2 = a^2 - b^2$

أمثلة

<p>متطابقة هامة 2 مرتين</p> $R = (x-1-y)^2$ $R = ((x-1)-y)^2$ $R = (x-1)^2 - 2 \times (x-1) \times y + y^2$ $R = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 2y(x-1) + y^2$ $R = x^2 - 2x + 1 - 2y \times x + 2y \times 1 + y^2$ $R = x^2 - 2x + 1 - 2xy + 2y + y^2$ $R = x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y + 1$ $R = (x-1-y)^2$	<p>متطابقة هامة 1</p> $T = (3+x)^2$ $T = 3^2 + 2 \times 3 \times x + x^2$ $T = 9 + 6x + x^2$
<p>متطابقة هامة 3</p> $F = \left(\frac{3x}{-5} - 6\right) \left(\frac{3x}{-5} + 6\right)$ $F = \left(\frac{3x}{-5}\right)^2 - 6^2$ $F = \frac{3^2 \times x^2}{(-5)^2} - 36$ $F = \frac{9x^2}{25} - 36$	<p>متطابقة هامة 2</p> $S = \left(2x - \frac{1}{3}\right)^2$ $S = (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $S = 2^2 \times x^2 - 4 \times \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $S = 4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}$ <p>متطابقة هامة 3</p> $E = (5-y)(5+y)$ $E = 5^2 - y^2$ $E = 25 - y^2$ <p>متطابقة هامة 3</p> $G = (2+x-3t)(2+x+3t)$ $G = ((2+x)-3t)((2+x)+3t)$ $G = (2+x)^2 - (3t)^2$ $G = 2^2 + 2 \times 2 \times x + x^2 - 3^2 \times t^2$ $G = 4 + 4x + x^2 - 9t^2$ <p>متطابقة هامة 3 ثم متطابقة هامة 1</p>

التعميل : تعريف

- التعميل هو **عكس النشر** ، أي تحويل تعبير على شكل مجموع أو / و فرق إلى تعبير على شكل جداء .

كيف نعمل ؟

- لتعميل تعبير نبحث أولاً عن **العامل المشترك** ، ثم نعمل به . مثلاً العامل المشترك بين $k \times a$ و $k \times b$ هو k .

قواعد التعميل

● $k \times a + k \times b = k(a + b)$: a و b و c أعداد جذرية :
العامل المشترك

● $ka - kb = k(a - b)$

● $ka - kb + kc = k(a - b + c)$

أمثلة

للحصول على العامل المشترك نقوم بتفكيك الأعداد عبر الجداء

$D = 35x - 5x^2 + 15xy$

$D = 5x \times 7 - 5x \times x + 5x \times 3y$

$D = 5x(7 - x + 3y)$

$C = 12x^2 - 8x$

$C = 4x \times 3x - 2 \times 4x$

$C = 4x(3x - 2)$

$B = 8x - 16y$

$B = 8x - 8 \times 2y$

$B = 8(x - 2y)$

$A = \frac{8}{5}x + \frac{8}{5}y$

$A = \frac{8}{5}(x + y)$

قواعد التعميل

نعمل ب : (c + d)

● $a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$

* أولاً نعمل ب a للحددين الأول والثاني ثم نعمل ب b للحددين الثالث والرابع

ثانياً نلاحظ أنه أصبح لدينا عامل مشترك جديد هو (c+d) سنعمل به !!!

● $ac - ad + bc - bd = a(c - d) + b(c - d) = (c - d)(a + b)$ بنفس الطريقة نجد:

● $ac - ad - bc + bd = a(c - d) - b(c - d) = (c - d)(a - b)$

● $ac + ad - bc - bd = a(c + d) - b(c + d) = (c + d)(a - b)$

أمثلة

$M = x - 3 + 9x^2 - 27x$

$M = x - 3 + 9x \times x - 3 \times 9x$

$M = (x - 3) \times 1 + 9x(x - 3)$

$M = (x - 3)(1 + 9x)$

$P = 2x + 8 + xy + 4y$

$P = 2x + 2 \times 4 + y(x + 4)$

$P = 2(x + 4) + y(x + 4)$

$P = (x + 4)(2 + y)$

المتطابقات الهامة : التعميل

1 a و b عددين جديرين ، لدينا : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

2 a و b عددين جديرين ، لدينا : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

3 a و b عددين جديرين ، لدينا : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

أمثلة

$G = x^2 + 2x - 3$ $G = x^2 + 2x + 1 - 4$ $G = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - 2^2$ $G = (x + 1)^2 - 2^2$ $G = (x + 1 - 2)(x + 1 + 2)$ $G = (x - 1)(x + 3)$ متطابقة هامة 1 ومتطابقة هامة 3	$R = \left(\frac{6}{7}\right)^2 - 2 \times \frac{6}{7} \times \frac{0,2y}{3} + \left(\frac{0,2y}{3}\right)^2$ $R = \left(\frac{6}{7} - \frac{0,2y}{3}\right)^2$ متطابقة هامة 2	$M = x^2 + 2 \times x \times 3 + 9$ $M = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $M = (x + 3)^2$ متطابقة هامة 1
$G = (x + 1)^2 - 2^2$ $G = (x + 1 - 2)(x + 1 + 2)$ $G = (x - 1)(x + 3)$ متطابقة هامة 1 ومتطابقة هامة 3	$E = 1 - t^2$ $E = 1^2 - t^2$ $E = (1 - t)(1 + t)$ متطابقة هامة 3	$N = x^4 + 2x^2 + 1$ $N = (x^2)^2 + 2 \times x^2 \times 1 + 1^2$ $N = (x^2 + 1)^2$ متطابقة هامة 1
$S = \frac{25}{4} - \frac{9x^2}{100}$ $S = \frac{5^2}{2^2} - \frac{3^2 \times x^2}{10^2}$ $S = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x}{10}\right)^2$ $S = \left(\frac{5}{2} + \frac{3x}{10}\right)\left(\frac{5}{2} - \frac{3x}{10}\right)$ متطابقة هامة 3	$P = \frac{4}{9} - \frac{4}{3}x + x^2$ $P = \frac{2^2}{3^2} - 2 \times \frac{2}{3} \times x + x^2$ $P = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} \times x + x^2$ $P = \left(\frac{2}{3} - x\right)^2$ متطابقة هامة 2	$F = 18 - 2x^2$ $F = 2 \times 9 - 2 \times x^2$ $F = 2(9 - x^2)$ $F = 2(3^2 - x^2)$ $F = 2(3 - x)(3 + x)$ متطابقة هامة 3

المهم في تعميل المتطابقات الهامة هو ملاحظة شكل التعبير جيدا واستخراج شكل المتطابقة الهامة المناسبة ، الأولى

أو الثانية أو الثالثة ، وبعدها نقوم بتفكيك الأعداد لاستخراج الجداء : $2 \times a \times b$ أو مربع العدد : $a \times a = a^2$

التمارين : أنظر سلسلة التمارين