

الدرس ٥: المستقيمات المتوازية لأضلاع مثلث

(2) خاصية ١:

المستقيم الخارج من منتصف ضلع في مثلث يوازي - لحل الضلع الثالث -
بتعبير آخر: مثلث ABC
إذا كان $\left. \begin{array}{l} M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right\}$ فإن: $(MN) \parallel (BC)$

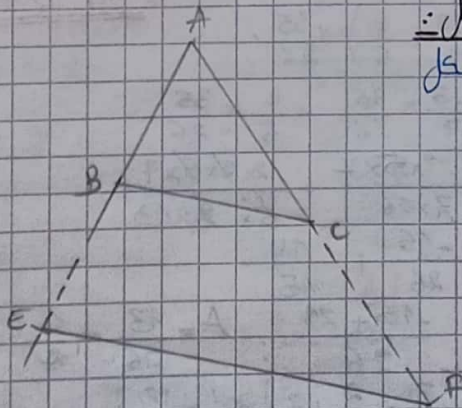
(3) خاصية ٢:

طول القطعة التي تربطها منتصفي ضلع في مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث.
بتعبير آخر: مثلث ABC
إذا كان $\left. \begin{array}{l} M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right\}$ فإن: $MN = \frac{1}{2} BC$

(4) طريقة تطبيق:

مثلث ABC
E منتصف A بالنسبة للنقطة B، و F منتصف A بالنسبة للنقطة C
أثبت أن: $(EF) \parallel (BC)$
مع أن: $BC = \frac{1}{2} EF$

* الحل:
(1) الشكل



(2) نعتبر المثلث AEF

لدينا E و F منتصفان في A بالنسبة للنقطتين B و C

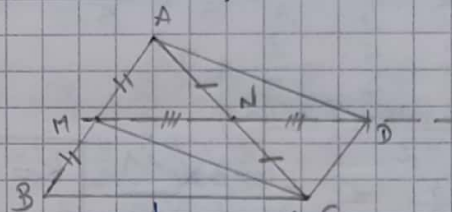
على التوالي
أي: $\left. \begin{array}{l} E \text{ منتصف } [AB] \\ F \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right\}$ حسب الخاصية ١
أي: $(EF) \parallel (BC)$ فإن: $(EF) \parallel (BC)$

(3) نعتبر المثلث AEF
لدينا $\left. \begin{array}{l} E \text{ منتصف } [AB] \\ F \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right\}$ فإن: $BC = \frac{1}{2} EF$ حسب الخاصية ٢

I - المستقيم الخارج من منتصف ضلع في مثلث:

(1) نشاط:

ABC مثلث، M و N هما على التوالي منتصفا الضلعين [AB] و [AC]
نقطة D هي امتداد M بالنسبة للنقطة N
(1) أنشئ الشكل
(2) أ- بين أن الرباعي AMCD متوازي أضلاع
ب- أثبت أن: $AM = MB = DC$
(3) أ- بين أن الرباعي BCDM متوازي أضلاع
ب- أثبت أن: $(MN) \parallel (BC)$ و $MN = \frac{1}{2} BC$



(2) أ- لدينا D هي امتداد M بالنسبة للنقطة N
أي: N منتصف [MD]
ولدينا N منتصف [AC]
أي: $(AN) \parallel (MD)$ و $(AC) \parallel (MD)$ لمضامين المنتصفيين
وبالتالي فإن الرباعي AMCD متوازي أضلاع.
ب- لدينا M منتصف [AB] (أي: $AM = MB$)
ولدينا: AMCD متوازي أضلاع (أي: $AM = CD$)
أي: $AM = MB = CD$

(3) أ- لدينا AMCD متوازي أضلاع (أي: $(AM) \parallel (CD)$)
أي: $(BM) \parallel (CD)$ (1)
ونعلم أن: $BN = CD$ (2)

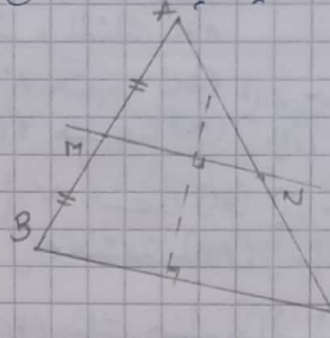
ب- ١- ٢- ٣- من متوازي أضلاع BCDM
ب- لدينا BCDM متوازي أضلاع (أي: $(BC) \parallel (MD)$)
أي: $MD = BC$ و $(BC) \parallel (MN)$
لدينا N منتصف [MD] (أي: $MN = \frac{1}{2} MD$)
أي: $MN = \frac{1}{2} BC$

II - المسعوم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث

والخوازي لحاصل الضلع الثاني:

(1) مثال

ABC مثلث و M منتصف [AB] (A) مستقيم يمر من M ويوازي (BC) ويقطع (AC) في N
ماذا نلاحظ؟



نلاحظ أن N منتصف [AC]

(2) خاصية 3:

المسعوم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث والخوازي لحاصل الضلع الثاني يقطع الضلع الثالث في منتصفه

بتعبير آخر: مثلث ABC

إذا كان: $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ منتصف } [AB] \\ (A) \text{ مستقيم يمر من } M \text{ ويوازي } (BC) \text{ ويقطع } (AC) \text{ في } N \end{array} \right.$ فإن N منتصف [AC]

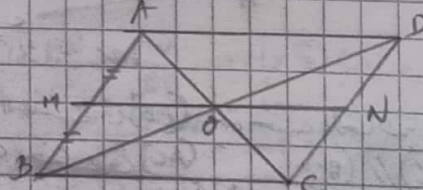
(3) قرين طبيعي:

ABCD متوازي أضلاع مركزه O و M منتصف [AB] المسعوم (OM) يقطع (CD) في N

(1) أنشئ الشكل

(2) أثبت أن N منتصف [CD]

الحل:



(2) لنثبت أولاً: (OM) // (DC)

نعتبر المثلث ABC

لدينا: $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ منتصف } [AB] \\ O \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right.$ (O مركز متوازي أضلاع ABCD)

إذن حسب الخاصية 1 فإن (OM) // (BC)

أي أن (OM) // (DC)

أثبت أن N منتصف [CD]

نعتبر المثلث BDC

لدينا: $\left\{ \begin{array}{l} O \text{ منتصف } [BC] \\ M \text{ منتصف } [BD] \end{array} \right.$

المسعوم (OM) يمر من O ويوازي (DC) ويقطع (BC) في N

(1) أثبت أن N منتصف [BC]

III - المسعوم المار من منتصف الضلع في مثلث:

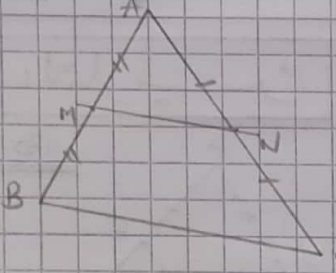
(1) مثال

ABC مثلث و M منتصف [AB] و N منتصف [AC]

(1) أنشئ الشكل

(2) بين أن (MN) // (BC)

(3) أثبت أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



(2) نعتبر المثلث ABC

لدينا: $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right.$ إذن حسب الخاصية 1

(MN) // (BC) فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

(3) لنثبت أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

(1) $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$ لأن M منتصف [AB]

(2) $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$ لأن N منتصف [AC]

إذن حسب الخاصية 1 فإن: $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

(3) $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ أي أن: $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

من 1 و 2 و 3 نستنتج أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

(2) خاصية 4: خاصية طاليس

في مثلث ABC إذا كان: $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ نقطة على } [AB] \\ N \text{ نقطة على } [AC] \end{array} \right.$ بحيث (MN) // (BC)

فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

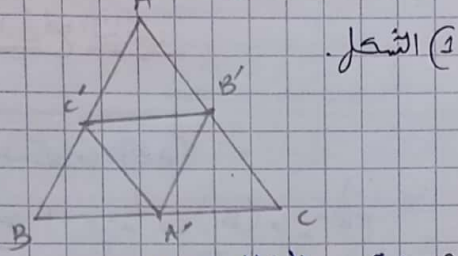
(3) مبرر طبيعي:

ABC مثلث و M نقطة على [AB] و N نقطة على [AC]

بحيث: (MN) // (BC) و AB=8 و BC=4 و MN=2

أثبت أن: AM=2

* تمرين 6 ب 133:



(الشكل)

نعتبر المثلث ABC

- لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ②
 ① $AB' = \frac{1}{2} AB$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC)$
 ولدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ②
 ② $AC' = \frac{1}{2} AC$ ، فإن: $(A'C') \parallel (AB)$

ولدينا ABC مثلث متساوي الساقين في A

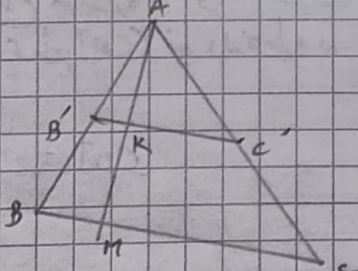
إذن: $AB = AC$ ③

من ① و ② و ③ نجد أن: $AB' = A'C'$
 وبذلك نبي أن المثلث ABC' متساوي الساقين في A*

في المثلث ABC

- لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ①
 ① $(A'B') \parallel (AB)$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC')$
 أي أن: الطريقة السابقة تبين أن: $(A'C') \parallel (AB')$
 إذن الرباعي $AB'A'C'$ متوازي أضلاع
 ولدينا $AB = AC'$ إذن الرباعي $AB'A'C'$ مربع.

* تمرين 13 ب 134:



نعتبر المثلث ABC

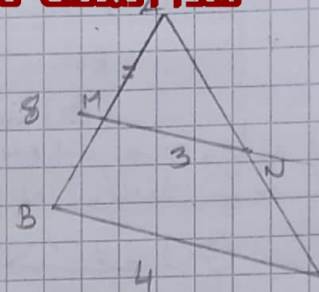
- لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ① فإن:
 ① $(A'B') \parallel (AC)$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC)$
 أي أن: $(A'C') \parallel (AB)$

نعتبر المثلث AMC

لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ①

① $(A'B') \parallel (AC)$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC)$

إذن حسب الخاصية ③ فإن: $(A'M) \parallel (AC)$



نعتبر المثلث ABC

لدينا: M منتصف (AB) ، إذن حسب الخاصية ①

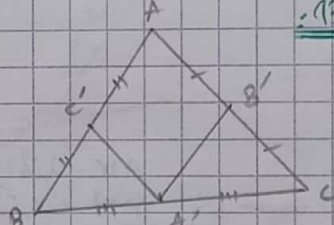
① $(AM) \parallel (BC)$ ، فإن: $(AM) \parallel (BC)$

إذن: $(AM) \parallel (BC)$ ، فإن: $(AM) \parallel (BC)$

$$AM = \frac{8 \times 3}{4} \Rightarrow AM = 6$$

التعاريف

* تمرين 4 ب 133:



في المثلث ABC

- لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ①
 ① $(A'B') \parallel (AC)$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC)$
 أي أن: $(A'C') \parallel (AB)$

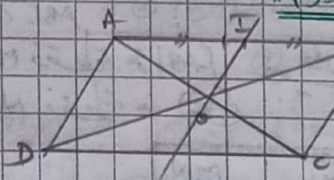
في المثلث ABC

- لدينا: A' منتصف (BC) ، إذن حسب الخاصية ①
 ① $(A'B') \parallel (AC)$ ، فإن: $(A'B') \parallel (AC)$
 أي أن: $(A'C') \parallel (AB)$

أي أن: $(A'C') \parallel (AB)$

من ① و ② نجد أن الرباعي $AB'A'C'$ متوازي أضلاع

* تمرين 3 ب 133:



ABCD متوازي أضلاع

إذن: $(AC) \parallel (BD)$

نعتبر المثلث ABC

لدينا: I منتصف (AB) ، إذن حسب الخاصية ①

① $(AI) \parallel (BC)$ ، فإن: $(AI) \parallel (BC)$

إذن حسب الخاصية ① فإن: $(AI) \parallel (BC)$