

AIRE D'UNE FIGURE

I – En comptant les unités d'aires

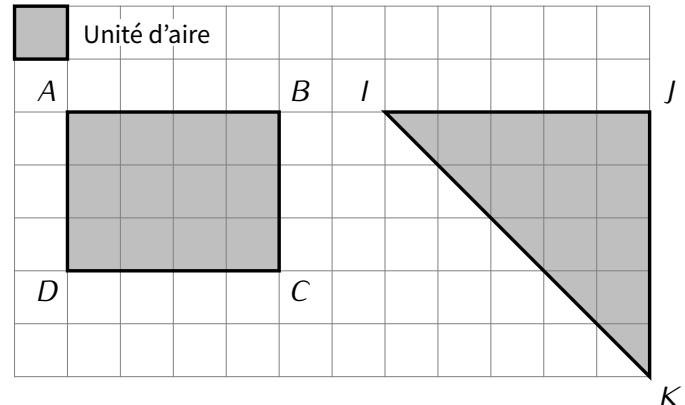


Définition

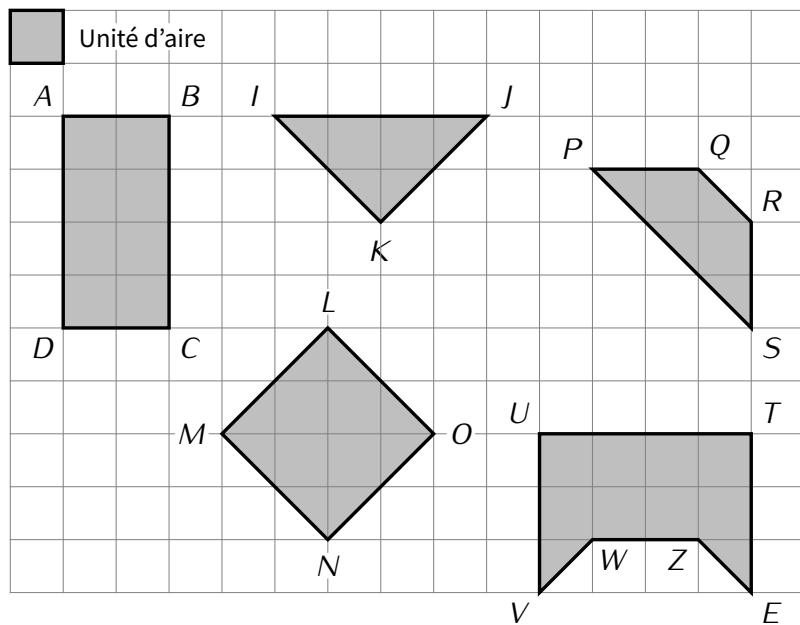
| **L'aire d'une figure** est la mesure de sa surface.

Exemples :

- * L'aire du rectangle $ABCD$ est de 12 unités d'aire, c'est-à-dire que le rectangle $ABCD$ peut contenir 12 carrés représentant chacun une unité d'aire.
- * L'aire du triangle IJK est de 12,5 unités d'aire.



■ **EXERCICE 1 (SUR CE TD) :** Complète les phrases à l'aide des figures suivantes :



1. L'aire de $ABCD$ est de unités d'aire.
2. L'aire de IJK est de unités d'aire.
3. L'aire de $LMNO$ est de unités d'aire.
4. L'aire de $PQRS$ est de unités d'aire.
5. L'aire de $TUVWZE$ est de unités d'aire.



Remarque

Au début de ce chapitre, nous donnerons systématiquement les réponses en unités d'aire. Cependant, si les dimensions d'une figure sont données en centimètres (cm), alors l'unité d'aire naturelle est le centimètre carré (cm²).

II – Le rectangle (et le carré)



Règle 1

- ★ Pour calculer l'aire d'un rectangle, on multiplie sa longueur par sa largeur : $L \times \ell$.
- ★ Pour calculer l'aire d'un carré de côté c cm, on calcule $c \times c = c^2$.

À RETENIR :

$$A_{\text{rectangle}} = L \times \ell$$

et

$$A_{\text{carré}} = c^2$$

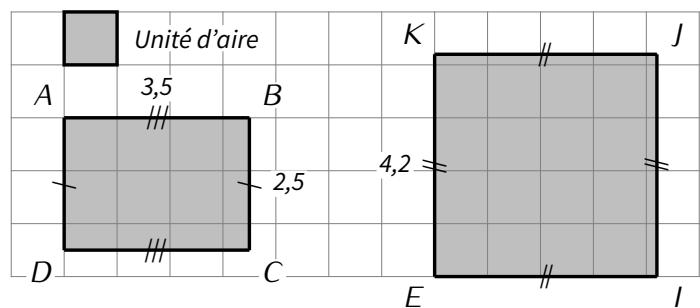
Exemples : On rappelle qu'un carré est un rectangle dont la longueur et la largeur sont égales. Ainsi, pour calculer l'aire d'un carré, il suffit de multiplier la longueur d'un côté par lui-même.

- ★ L'aire du rectangle $ABCD$ est de

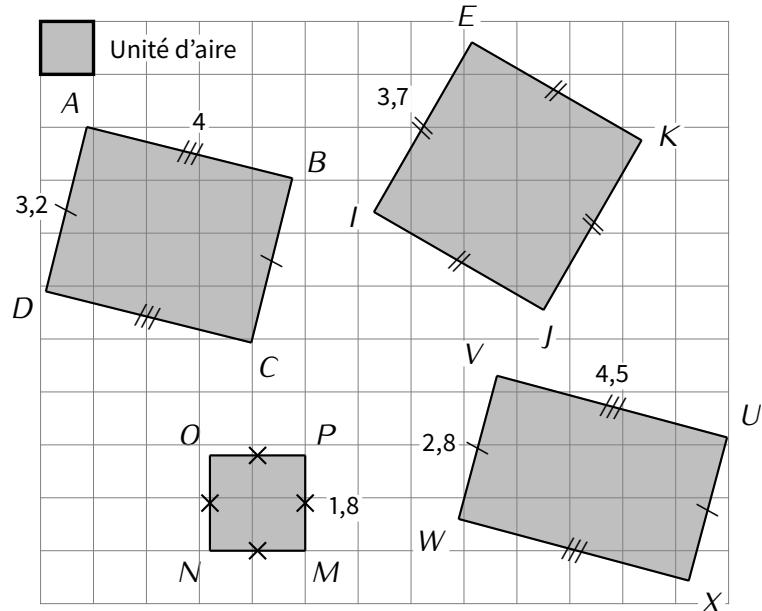
$$3,5 \times 2,5 = 8,75 \text{ unités d'aire.}$$

- ★ L'aire du carré $IJKL$ est de

$$4,2 \times 4,2 = 17,64 \text{ unités d'aire.}$$



■ EXERCICE 2 (SUR CE TD) : Complète les phrases à droite en faisant à chaque fois un calcul :



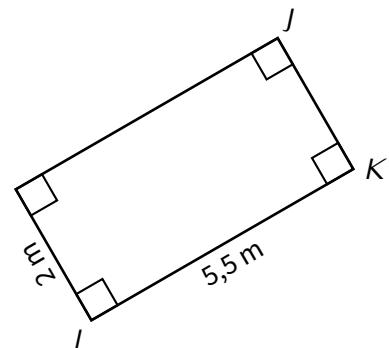
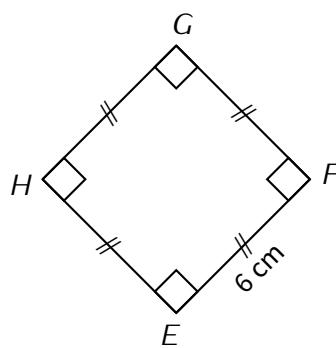
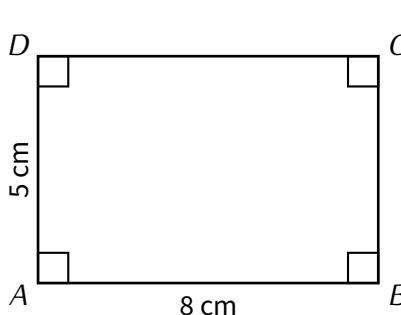
L'aire du rectangle $ABCD$ est de :

L'aire du carré $IJKL$ est de :

L'aire du carré $MNOP$ est de :

L'aire du rectangle $UVWX$ est de :

■ EXERCICE 3 (DANS TON CAHIER) : Calcule l'aire de chacune des figures suivantes :



III – Le triangle rectangle

Un triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit. On peut donc compléter tout triangle rectangle de manière à obtenir un rectangle.



Règle 2

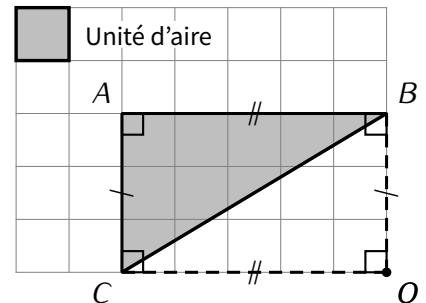
L'aire d'un triangle rectangle se calcule en multipliant les longueurs des côtés de l'angle droit, puis en divisant par 2.

À RETENIR :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle rectangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

Exemple :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{\mathcal{A}_{ABOC}}{2} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ unités d'aire.}$$



■ EXERCICE 4 (SUR CE TD) :

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le cm.

Calcule l'aire des triangles rectangles suivants :

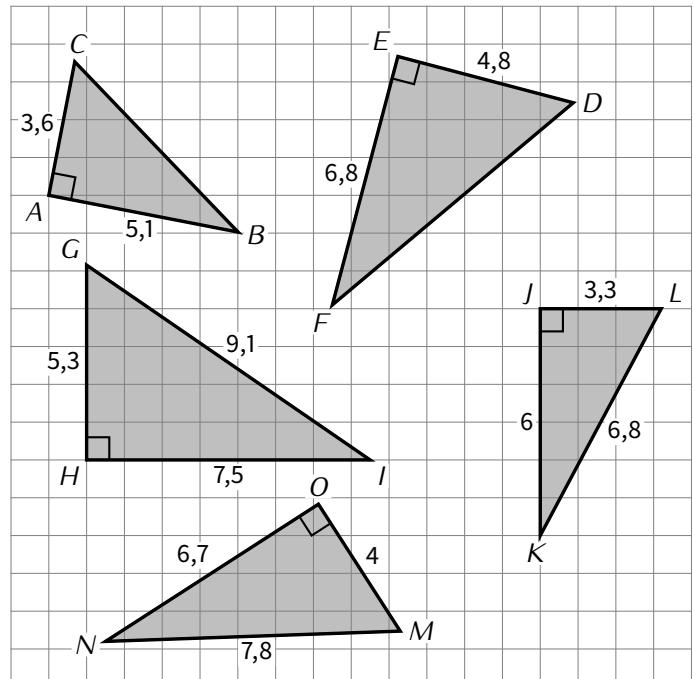
1. $\mathcal{A}_{ABC} = \dots$

2. $\mathcal{A}_{DEF} = \dots$

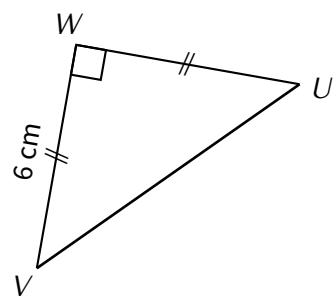
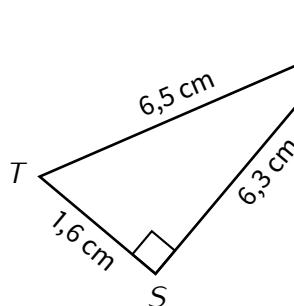
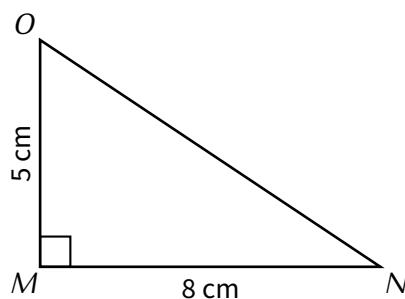
3. $\mathcal{A}_{GHI} = \dots$

4. $\mathcal{A}_{JKL} = \dots$

5. $\mathcal{A}_{MNO} = \dots$



■ EXERCICE 5 (DANS TON CAHIER) : Calcule l'aire de chacune des figures suivantes :



IV – Le disque



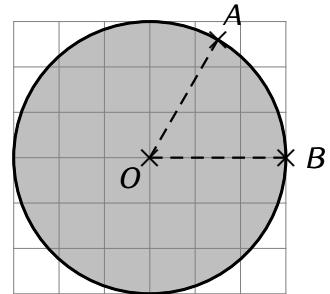
Règle 3

Pour calculer l'aire d'un disque de rayon noté R , il faut utiliser la formule suivante :

À RETENIR : $A_{\text{disque}} = \pi \times R \times R$ ou $\pi \times R^2$

Exemple : L'aire du disque ci-contre, de centre O et de rayon $OA = OB = 3$ cm, se calcule de la manière suivante :

$$\begin{aligned} A &= \pi \times R \times R \\ &= \pi \times 3 \times 3 \\ &= 9\pi \text{ cm}^2 \quad (\text{valeur exacte}) \\ &\approx 28,3 \text{ cm}^2 \quad (\text{valeur approchée}). \end{aligned}$$



À la calculatrice

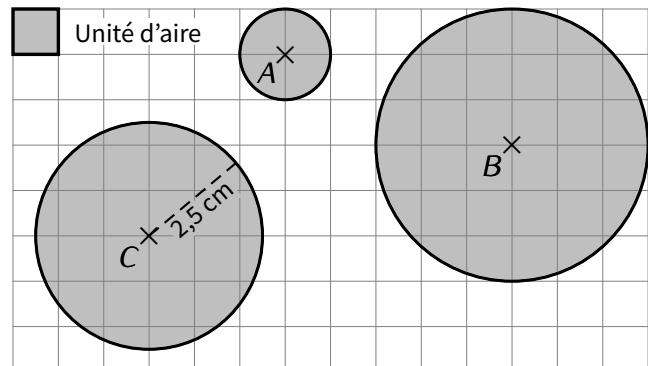
La valeur exacte est ce que la calculatrice affiche en premier après avoir appuyé sur $=$. On passe ensuite de la valeur exacte à la valeur approchée en appuyant sur la touche $\text{S} \Rightarrow \text{D}$.

■ **EXERCICE 6 (SUR CE TD) :** Calcule l'aire des disques suivants en donnant la valeur exacte puis la valeur approchée au dixième, en sachant que l'unité de longueur est le centimètre.

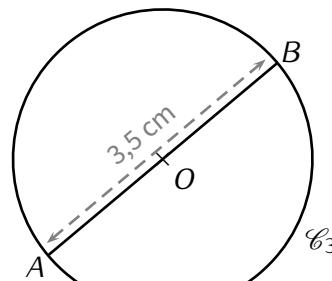
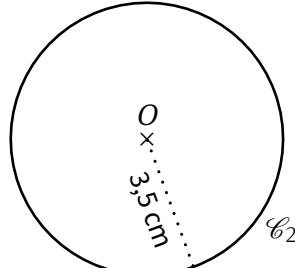
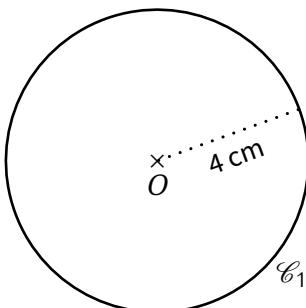
1. Disque de centre A :

2. Disque de centre B :

3. Disque de centre C :



■ **EXERCICE 7 (DANS TON CAHIER) :** Calcule l'aire des figures suivantes, où O est le centre de chacun des cercles (arrondis au dixième de cm^2) :



$[AB]$ est un diamètre de \mathcal{C}_3

V – Le triangle quelconque



Règle 4

L'aire d'un triangle quelconque s'obtient en multipliant la longueur d'une base du triangle (l'un des trois côtés) par la longueur de sa hauteur associée, puis en divisant par 2.

À RETENIR :

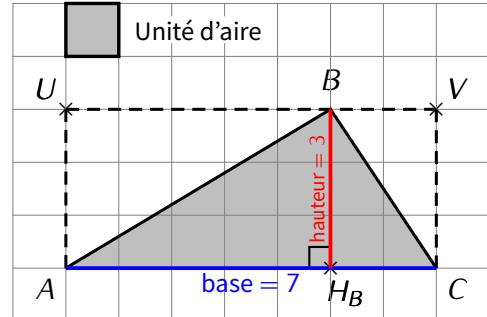
$$\mathcal{A}_{\text{triangle quelconque}} = \frac{b \times h}{2}$$



Puisqu'il y a trois côtés dans un triangle, on peut choisir trois bases différentes. Il faudra faire bien attention à utiliser la bonne hauteur (puisque il y en a trois également) !

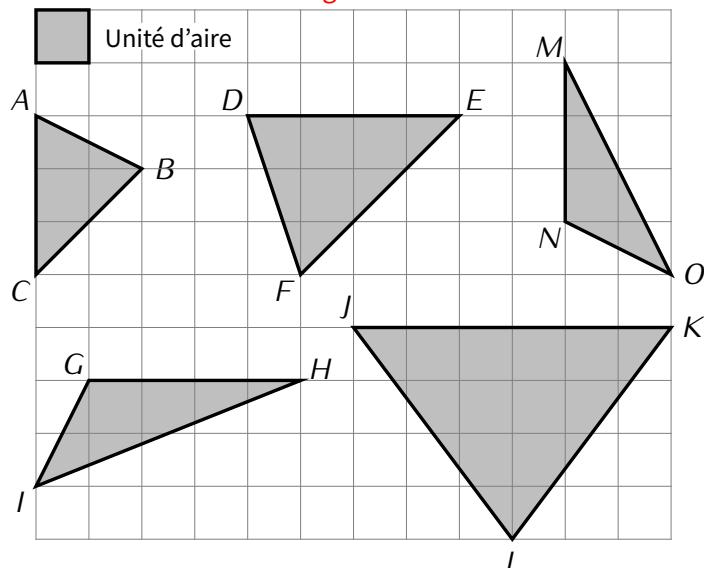
Exemple : Pour le triangle ABC ci-contre, on a (les longueurs sont en centimètres) :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{b \times h}{2} = \frac{AC \times BH_B}{2} = \frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ cm}^2.$$



■ EXERCICE 8 (SUR CE TD) : Dans cet exercice, l'unité de longueur est le carreau.

1. Pour chaque triangle, repasse en bleu la base et en rouge la hauteur utilisées :



2. Complète alors le tableau suivant :

Triangle	Longueur de la base	Longueur de la hauteur	Aire
ABC			
DEF			
GHI			
JKL			
MNO			

■ **EXERCICE 9 (SUR CE TD)** : Dans cet exercice, l'unité de longueur est à nouveau le centimètre.

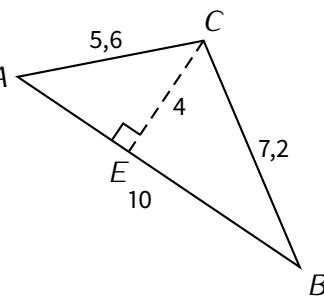
Calcule l'aire du triangle ABC dans chacun des quatre cas suivants :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times CE}{2}$$

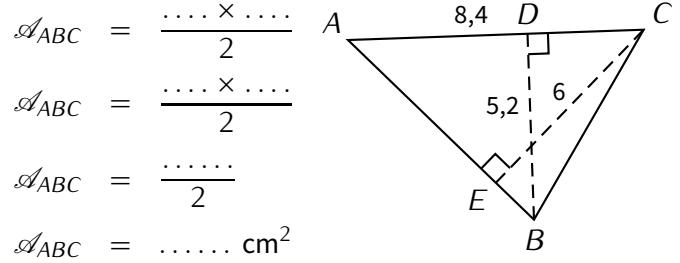
$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{10 \times \dots}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \dots \dots \frac{2}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \dots \dots \text{ cm}^2$$



$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{ABC} &= \frac{\dots \times \dots}{2} \quad A \\ \mathcal{A}_{ABC} &= \frac{\dots \times \dots}{2} \\ \mathcal{A}_{ABC} &= \frac{\dots \dots \dots}{2} \\ \mathcal{A}_{ABC} &= \dots \dots \text{ cm}^2\end{aligned}$$

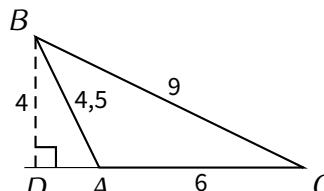


$$\mathcal{A}_{ABC} = \dots \times \dots$$

$$\mathcal{A}_{ABC} =$$

$$\mathcal{A}_{ABC} =$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \dots \dots \text{ cm}^2$$

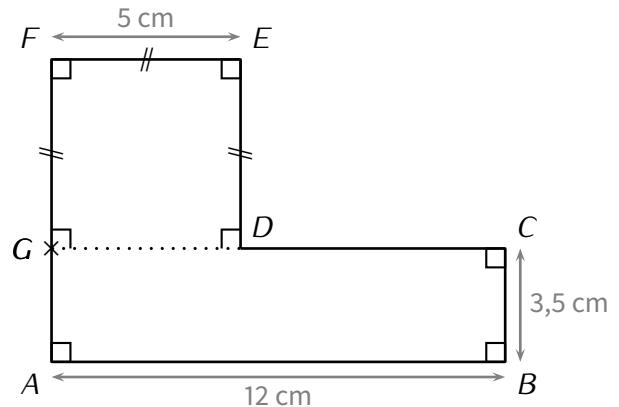


$$\mathcal{A}_{ABC} =$$

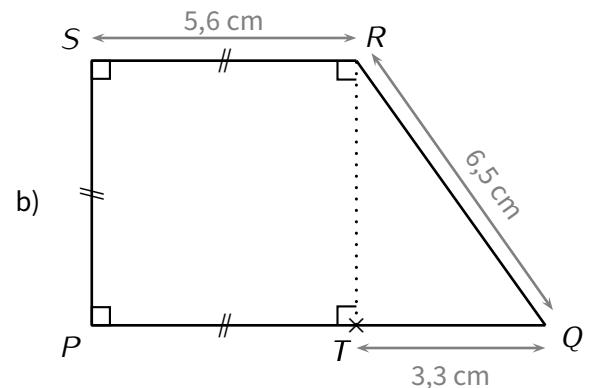
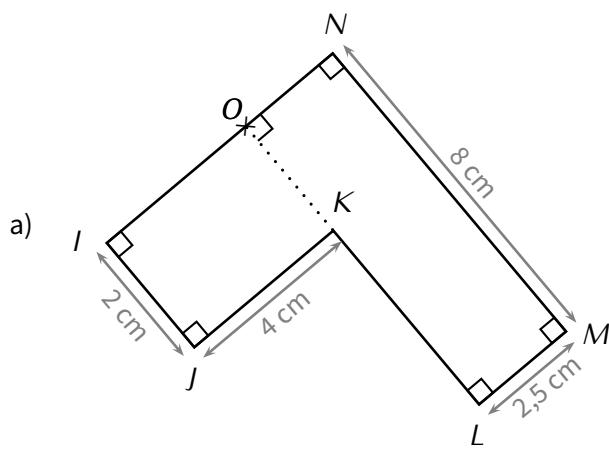
VI – Figures composées

■ EXERCICE 10 (DANS TON CAHIER) :

1. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCG$? Justifie.
 2. Quelle est la nature du quadrilatère $DEFG$? Justifie.
 3. Calcule l'aire de $ABCG$.
 4. Calcule l'aire de $DEFG$.
 5. Déduis-en l'aire du polygone $ABCDEF$.



■ **EXERCICE 11 (DANS TON CAHIER)** : Calcule l'aire des figures suivantes en détaillant les étapes :

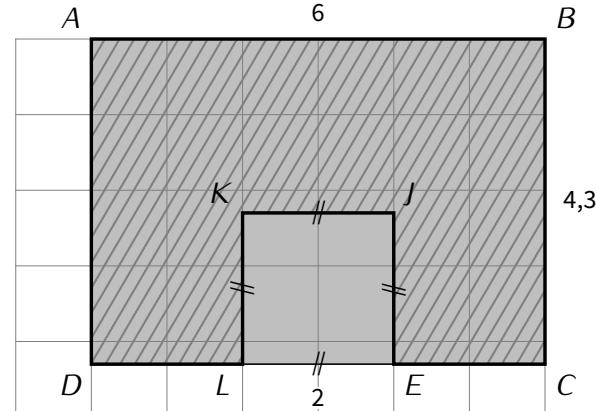


■ **EXERCICE 12 (SUR CE TD) :** Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre (la figure est en grandeur réelle). On considère la figure ci-contre, où $ELKJ$ est un carré de côté 2 et $ABCD$ un rectangle de côtés 6 et 4,3. Le but est de calculer l'aire du polygone hachuré $ABCEJKLD$.

1. Calcule l'aire du rectangle $ABCD$:

2. Calcule l'aire du carré $ELKJ$:

3. Déduis-en l'aire du polygone $ABCEJKLD$:



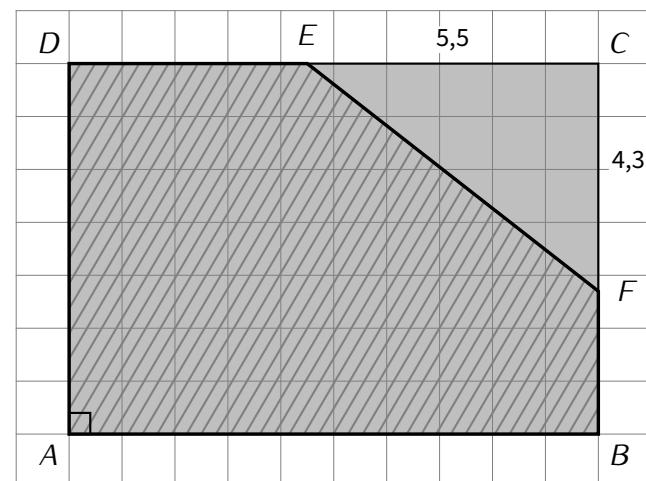
■ **EXERCICE 13 (SUR CE TD) :** Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre (la figure n'est pas dessinée en grandeur réelle : un carreau vaut en réalité 1 cm).

On souhaite calculer l'aire du pentagone (polygone à 5 côtés) hachuré $ABFED$. On sait que $ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 10$ cm et $AD = 7$ cm. On sait également que le point E appartient au segment $[DC]$ tel que $EC = 5,5$ cm et que F appartient au segment $[BC]$ tel que $CF = 4,3$ cm.

1. Calcule l'aire du rectangle $ABCD$:

2. Calcule l'aire du triangle rectangle EFC :

3. Déduis-en l'aire du pentagone $ABFED$:



■ **EXERCICE 14 (SUR CE TD) :** Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre (la figure n'est pas dessinée en grandeur réelle : un carreau vaut en réalité 1 cm).

On cherche à calculer l'aire du polygone $ABCDEFG$ (partie hachurée).

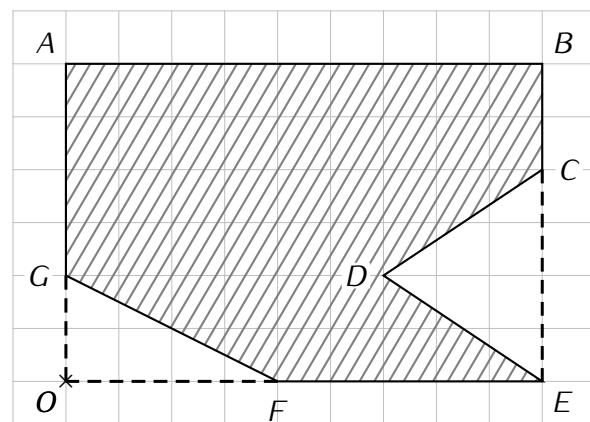
$ABEO$ est un rectangle tel que $AB = 9$ cm et $BE = 6$ cm.

1. Calcule l'aire de $ABEO$:

2. Calcule l'aire de CDE :

3. Calcule l'aire de FOG :

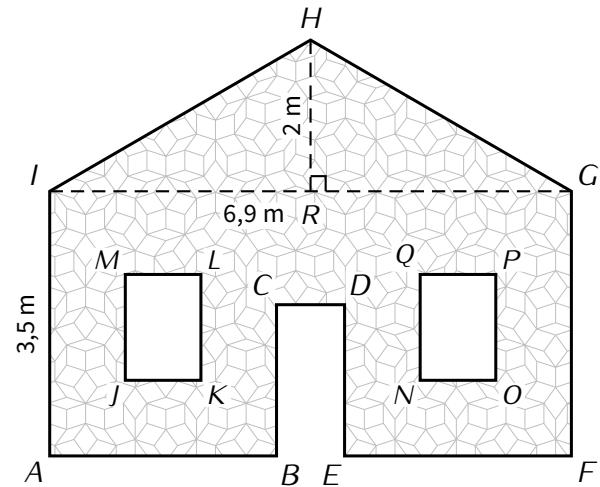
4. Déduis-en l'aire de $ABCDEFG$:



■ **EXERCICE 15 (SUR CE TD) :** M. Mura souhaite repeindre la façade de sa maison. Cela correspond à la partie hachurée sur la figure suivante.

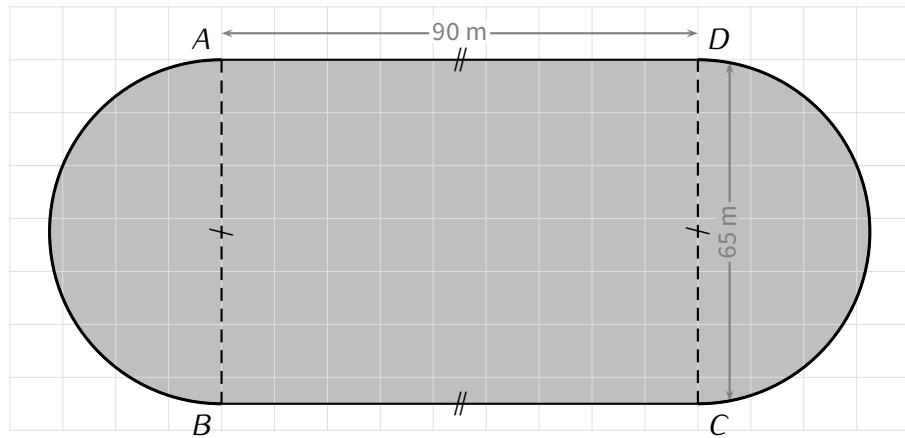
La façade de la maison est un rectangle de 6,9 m de long et 3,5 m de haut, surmonté d'un pignon de 2 m de haut. De plus, la façade possède deux fenêtres $JKLM$ et $NOPQ$ (de 1 m sur 1,4 m chacune) et une porte $BCDE$ (de 0,9 m sur 2 m).

1. Justifie que la surface de la façade de la maison de M. Mura mesure $26,45 \text{ m}^2$:



2. Sachant qu'un pot de peinture permet de couvrir $4,5 \text{ m}^2$ et qu'il coûte 26 €, combien cela va-t-il coûter à M. Mura pour repeindre sa façade ?

■ **EXERCICE 16 (SUR CE TD) :** Calcule l'aire du stade ci-dessous :





Exercice ① (sur ce TD)

Calcule les expressions suivantes, en détaillant :

$$A = 3 + 4 \times 5$$

$$B = 13 - 2 \times 6 + 9$$

$$C = 2 \times (5 + 7 \times 2)$$

$$D = 3 \times 5 + 12 \div 4$$



Exercice ② (sur ce TD)

Calcule les expressions suivantes pour la valeur de x donnée :

$$E = 3x \text{ pour } x = 5$$

$$F = x - 3 \text{ pour } x = 12$$

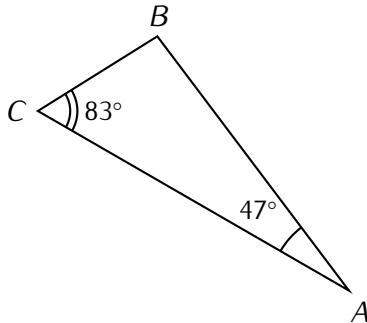
$$G = 2x - 6 \text{ pour } x = 7$$

$$H = 2x^2 + 3x - 1 \text{ pour } x = 5$$

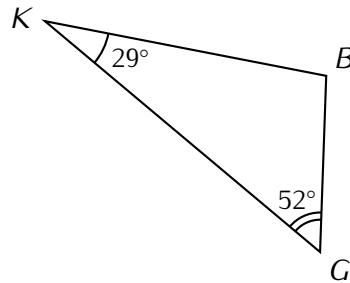


Exercice ③ (dans ton cahier)

Calcule la mesure de l'angle \widehat{ABC} :

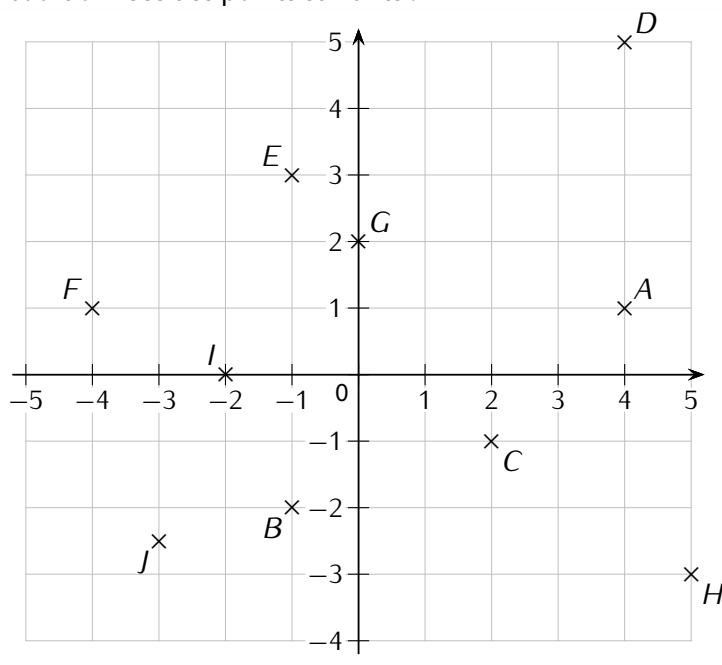


Calcule la mesure de l'angle \widehat{KBG} :



Exercice ④ (sur ce TD)

Donne les coordonnées des points suivants :



- $A(\dots; \dots)$
- $B(\dots; \dots)$
- $C(\dots; \dots)$
- $D(\dots; \dots)$
- $E(\dots; \dots)$
- $F(\dots; \dots)$
- $G(\dots; \dots)$
- $H(\dots; \dots)$
- $I(\dots; \dots)$
- $J(\dots; \dots)$



Exercice ⑤ (sur ce TD)

Réduis les fractions suivantes au même dénominateur :

$$\frac{4}{3} \text{ et } \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{10} \text{ et } \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{7} \text{ et } \frac{4}{5}$$



Exercice ⑥ (dans ton cahier)

Simplifie les écritures suivantes :

$$A = 3 \times a \times b$$

$$B = 3 \times a - 4 \times b$$

$$C = 1 \times a + a \times a$$

$$D = a \times a \times a - 0 \times b$$

$$E = (8 \times a + 3) \times (2 + a)$$

$$F = 2 \times \pi + \pi \times 7 - 1$$

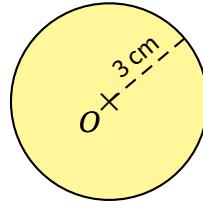
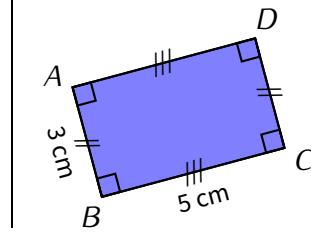
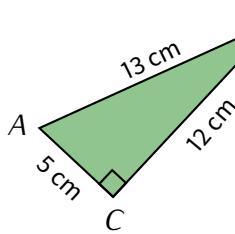
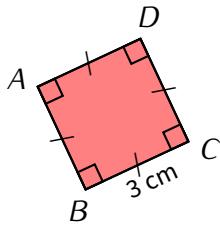
$$G = 8 \times a \times b \times 2$$

$$H = a \times a \times 3$$



Exercice ⑦ (dans ton cahier)

Calcule l'aire des figures suivantes :



Exercice ⑧ (sur ce TD)

Place les points suivants dans le repère ci-dessous :

$$A(1,5 ; 2)$$

$$B(2 ; -2)$$

$$C(0,75 ; 5)$$

$$D(-1,25 ; -4)$$

$$E(-1,75 ; 6)$$

$$F(1,25 ; -3)$$

$$G(-1 ; -6)$$

$$H(2 ; -5)$$

