

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

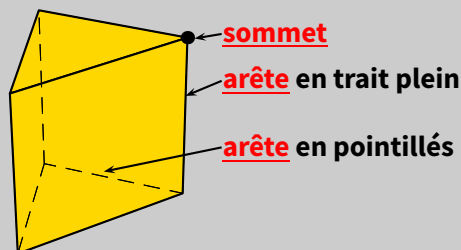
9

I – Vocabulaire des solides

1. Sommets et arêtes

Définitions

On considère le solide ci-dessous :

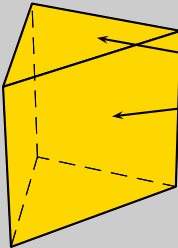


- ★ On compte les sommets : il y en a 6, dont 1 non visible.
- ★ On compte les arêtes : il y en a 9 (soit 6 visible, en traits pleins, et 3 non visibles, en pointillés).

■ EXERCICE 1 (SUR CE TD) : Pour chaque solide, indique le nombre total d'arêtes et de sommets :

<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>
<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>
<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>	<p>Nombre de sommets :</p> <p>Nombre d'arêtes :</p>

2. Faces



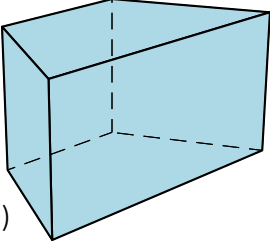
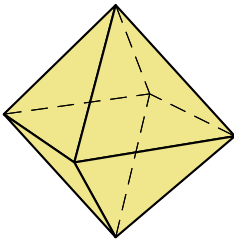
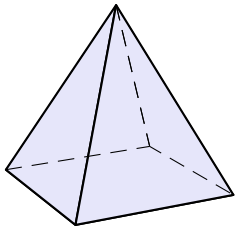
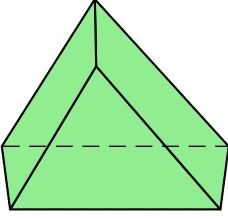
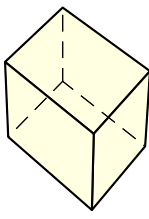
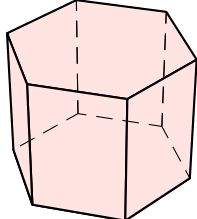
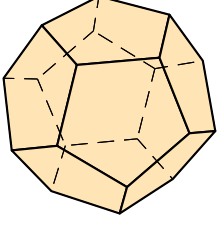
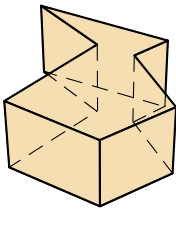
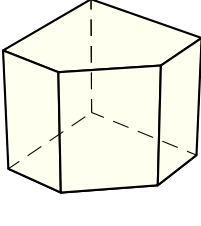
Définition

On considère le solide ci-contre.

Ce solide comporte 5 faces :

- ★ 2 triangles;
- ★ 3 rectangles.

■ **EXERCICE 2 (SUR CE TD) :** Pour les solides suivants, indique le nombre total de faces et leur nature (triangle, rectangle, quadrilatère quelconque, etc.) :

 (a) Ce solide a faces : • •	 (b) Ce solide a faces : • •	 (c) Ce solide a faces : • •
 (d) Ce solide a faces : • •	 (e) Ce solide a faces : • •	 (f) Ce solide a faces : • •
 (g) Ce solide a faces : • •	 (h) Ce solide a faces : • •	 (i) Ce solide a faces : • •

Les figures (a), (d), (e), (f), (h) et (i) de l'exercice 2 sont des *prismes droits* (voir paragraphe suivant).

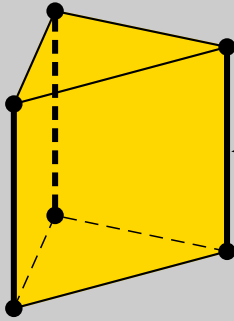
II – Prisme droit



Définitions

Un **prisme droit** est un solide dont :

- ★ deux faces sont des polygones superposables et parallèles : on les appelle **bases**.
- ★ les autres faces sont des rectangles : on les appelle **faces latérales**.



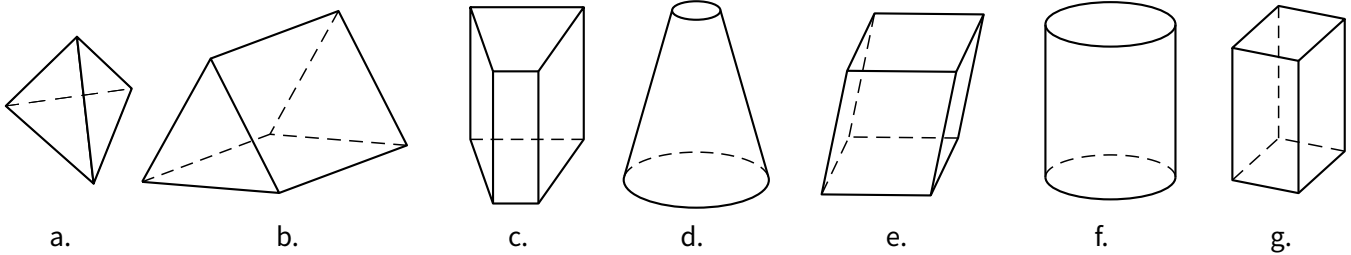
hauteur du prisme

On considère le prisme à base triangulaire ci-contre.

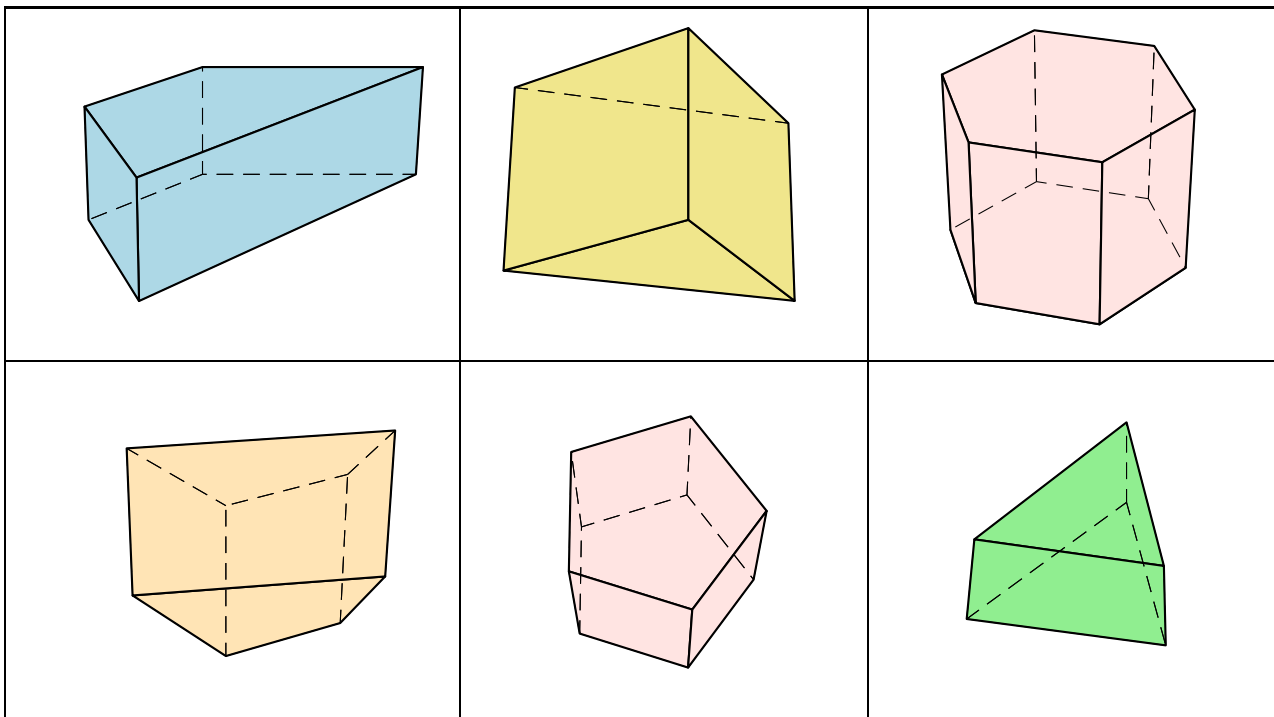
Les **arêtes latérales** qui joignent les deux bases (dessinées en gras) ont la même longueur.

Cette longueur commune est appelée **hauteur** du prisme.

■ **EXERCICE 3 (SUR CE TD) :** Entoure les lettres des solides qui sont des prismes droit. Puis, colorie en **rouge** les deux bases de chaque solide entouré :



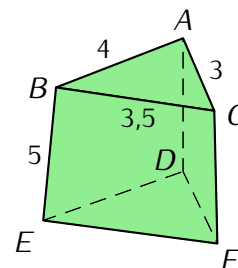
■ **EXERCICE 4 (SUR CE TD) :** Pour chacun des prismes ci-dessous, repasse en couleur une hauteur visible :



■ **EXERCICE 5 (SUR CE TD) :** On considère le prisme droit $ABCDEF$ ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur. Les longueurs sont données en centimètres.

1. Colorie en rouge ses bases.
2. Repasse en bleu ses hauteurs.
3. Indique la longueur de chacune de ses arêtes :

$AB = \dots\dots\dots$ $BC = \dots\dots\dots$ $AC = \dots\dots\dots$
 $BE = \dots\dots\dots$ $AD = \dots\dots\dots$ $CF = \dots\dots\dots$
 $FD = \dots\dots\dots$ $FE = \dots\dots\dots$ $ED = \dots\dots\dots$



III – Cylindre de révolution

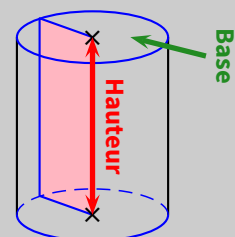


Définitions

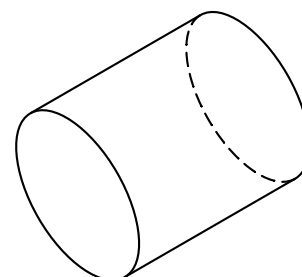
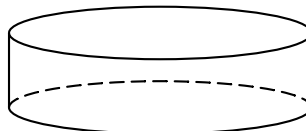
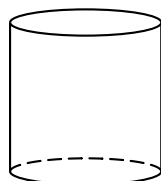
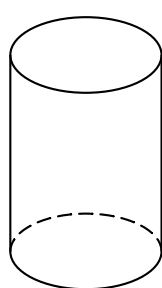
Un **cylindre de révolution** est le solide obtenu en faisant effectuer à un rectangle un tour autour d'un de ses côtés. Un cylindre de révolution est formé :

- ★ De faces parallèles qui sont des disques de même rayon : ce sont les **bases**.
- ★ D'une surface courbe appelée la **face latérale**.

La **hauteur** d'un cylindre de révolution est la longueur du segment joignant les centres des bases.



■ **EXERCICE 6 (SUR CE TD) :** Pour chaque cylindre, colorie la base visible en rouge et repasse en bleu sa hauteur :



IV – Perspective cavalière



Définition

La **perspective cavalière** est une manière de représenter les objets de l'espace par le dessin, sur le plan (le cahier par exemple). En perspective cavalière, les angles droits et les longueurs ne sont en général pas conservés. Dans une telle représentation :

- ★ les segments parallèles et de même longueur sur le solide restent parallèles et de même longueur sur le dessin,
- ★ les lignes cachées sont tracées en pointillés,
- ★ les bases d'un cylindre sont dessinées par deux ellipses (ovales) si elles ne sont pas de face.



Remarque

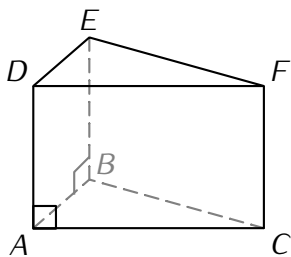
Certains solides des pages précédentes ont été représentés en perspective cavalière, mais pas tous. Saurais-tu retrouver lesquels (indique la page et le numéro du solide sur cette page) ?

.....

.....

.....

Exemple :



Ci-contre, on a la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit à base triangulaire.

Les bases sont les triangles ABC et DEF .

Les faces latérales $ADFC$, $ADEB$ et $BEFC$ sont des rectangles.

La figure étant représentée en perspective cavalière, les arêtes parallèles en réalité le sont également sur la figure.

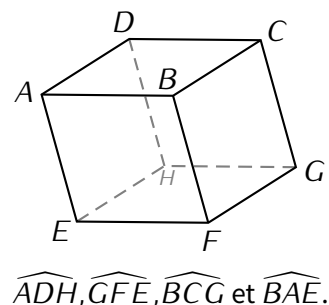
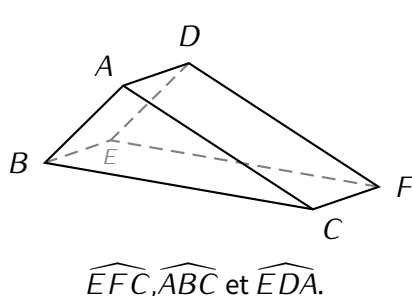
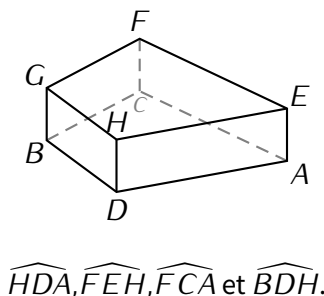
Par exemple :

★ (DE) et (AB) sont parallèles en réalité (ce sont les côtés opposés d'un rectangle), donc aussi sur la figure.

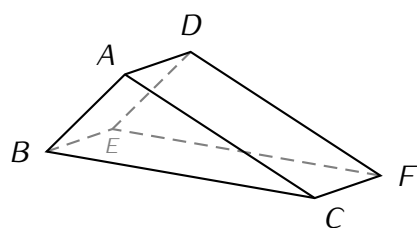
★ (EB) et (FC) sont parallèles en réalité (ce sont les côtés opposés d'un rectangle), donc aussi sur la figure.

En revanche, la plupart des angles sont « déformés », par exemple l'angle \widehat{EBA} est un angle droit en réalité (car $EBAD$ est un rectangle), mais ce n'est pas le cas sur la figure. L'angle \widehat{DAC} est un angle droit en réalité, et il semble aussi droit sur la figure !

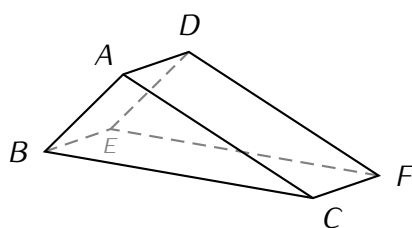
■ **EXERCICE 7 (SUR CE TD) :** Sachant que les solides suivants sont des prismes droits (le dernier est un cube), code les angles indiqués par \square si c'est un angle droit ou marque-les par \triangle sinon :



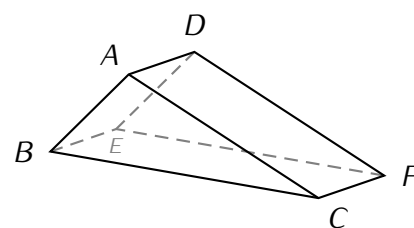
■ **EXERCICE 8 (SUR CE TD) :** Pour chaque solide, repasse en couleur la (les) droite(s) parallèle(s) à la droite indiquée ($ABCDEF$ est un prisme droit à base triangulaire) :



Droite parallèle à (AB) .

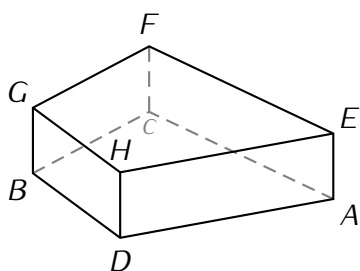


Droites parallèles à (EB) .

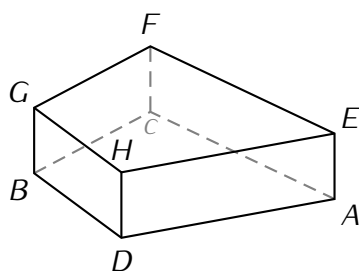


Droite parallèle à (FE) .

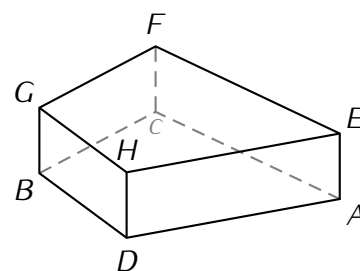
■ **EXERCICE 9 (SUR CE TD) :** Pour chaque solide, repasse en couleur la (les) droite(s) parallèle(s) à la droite indiquée ($ADBCEHGF$ est un prisme droit de bases $ADBC$ et $EHGF$) :



Droite parallèle à (AD) .



Droite parallèle à (GF) .



Droites parallèles à (HD) .

V – Volumes



Règle 1

La formule permettant de calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre est la même :

$$V_{\text{prisme droit}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$$

et

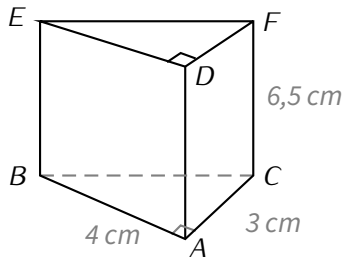
$$V_{\text{cylindre}} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$$



Remarque

On rappelle que l'aire d'un disque de rayon R est donnée par la formule $\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times R^2$.

Exemples (CALCULER LE VOLUME D'UN PRISME OU D'UN CYLINDRE) : Pour calculer le volume d'un prisme ou d'un cylindre on utilise la formule $V = \mathcal{B} \times h$, où \mathcal{B} est l'aire de la base et h la longueur de la hauteur.



ABCDEF est un prisme tel que :

- ABC est triangle rectangle en A,
- AD = 6,5 cm.

Aire de la base :

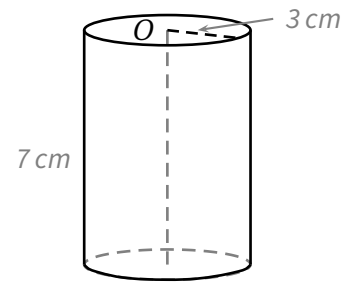
$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC} = 6 \text{ cm}^2$$

Volume du prisme ABCDEF :

$$V_{ABCDEF} = 6 \times 6,5$$

$$V_{ABCDEF} = 39 \text{ cm}^3$$



Aire de la base :

$$\mathcal{A}_{\text{base}} = \pi \times 3 \times 3$$

$$\mathcal{A}_{\text{base}} = 9\pi \text{ cm}^2$$

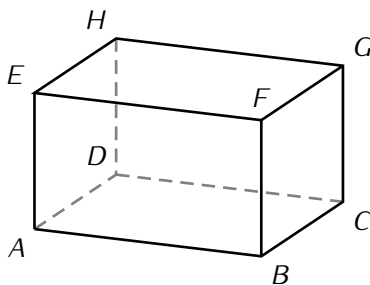
Volume de ce cylindre :

$$V_{\text{cylindre}} = 9\pi \times 7$$

$$V_{\text{cylindre}} = 63\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 198 \text{ cm}^3$$

■ EXERCICE 10 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :



ABCDEFGH est un pavé droit tel que :

AB = 8 cm ; BC = 5 cm et GC = 3 cm.

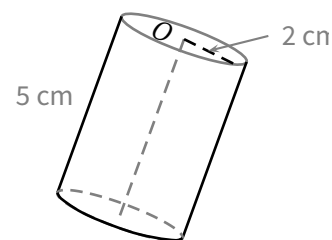
Calcul du volume :

Aire de la base :

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \dots \times \dots = \dots \text{ cm}^2$$

Volume de ABCDEFGH :

$$V_{ABCDEFGH} = \dots \times 3 = \dots \text{ cm}^3$$



Calcul du volume au cm^3 près :

Aire de la base :

$$\mathcal{A}_{\text{base}} = \pi \times \dots \times \dots = \dots \pi \text{ cm}^2$$

Volume de ce cylindre :

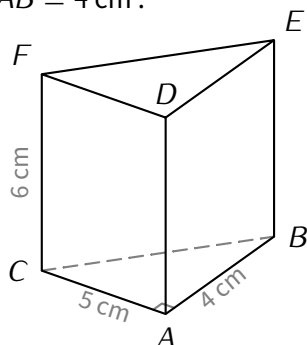
$$V_{\text{cylindre}} = \dots \pi \times \dots$$

$$V_{\text{cylindre}} = \dots \pi \text{ cm}^3$$

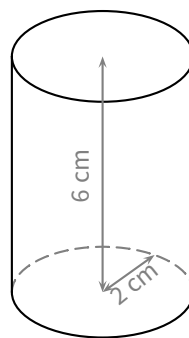
$$V_{\text{cylindre}} \approx \dots \text{ cm}^3$$

■ EXERCICE 11 (DANS TON CAHIER) : Calcule le volume des solides suivants :

On considère le prisme droit $ABCDEF$ de hauteur 6 cm et de base le triangle ABC rectangle en A tel que $AC = 5$ cm et $AB = 4$ cm :

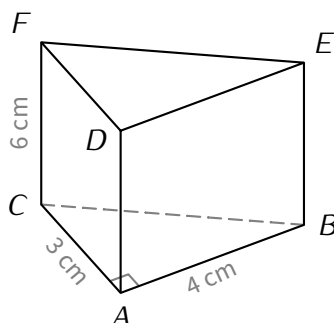


On considère un cylindre de révolution de hauteur 6 cm et de base un disque de rayon 2 cm :

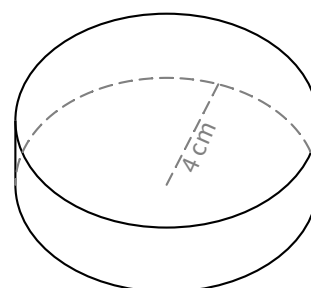


■ EXERCICE 12 (DANS TON CAHIER) :

Calcule le volume du prisme droit $ABCDEF$ de hauteur 6 cm et de base le triangle ABC rectangle en A .



Calcule le volume du cylindre de révolution de hauteur 3 cm et de base le disque de rayon 4 cm :



■ EXERCICE 13 (DANS TON CAHIER) :

1. Calcule le volume d'un prisme droit $ABCDEFGH$ de hauteur 8 cm et de base un carré $ABCD$ de 5 cm de côté.
2. Calcule le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 10 cm et de base un disque de rayon 7 cm. Donne la valeur exacte, puis la valeur approchée au dixième de cm^3 .

VI — Patron

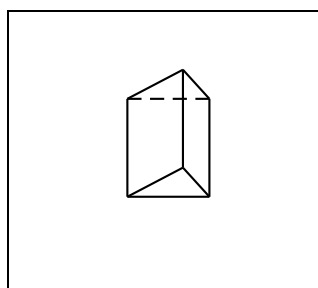


Définition

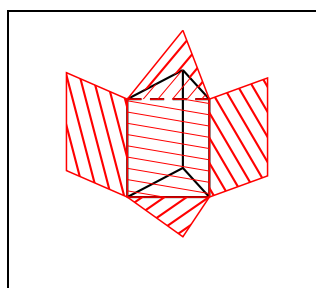
Un **patron** d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide. Chaque face est en vraie grandeur.

1. Patron de prisme

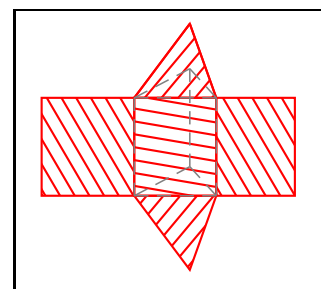
Un prisme droit
(à base triangulaire)



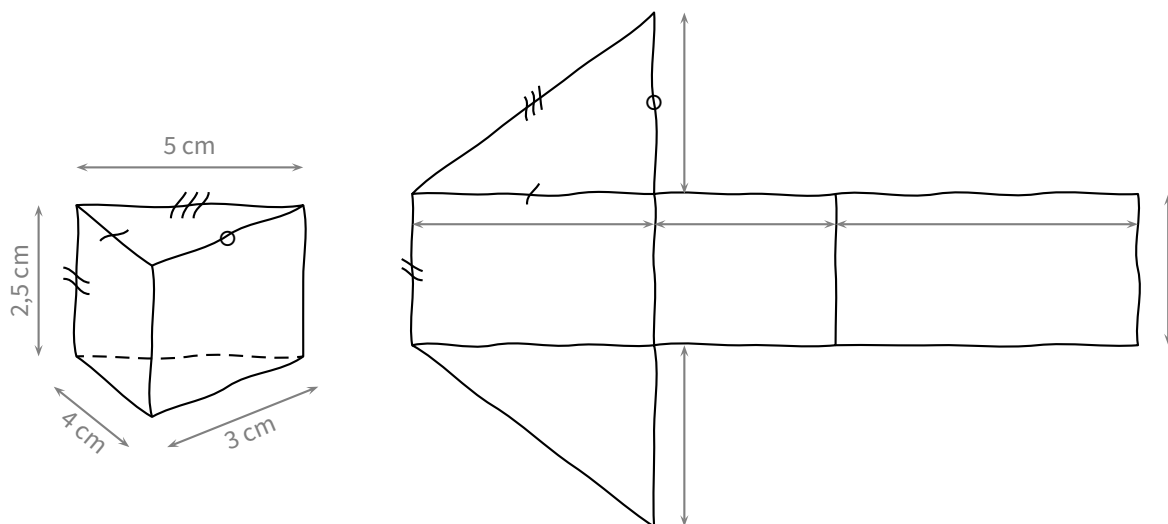
Le même prisme avec son patron
qui se développe



Le patron

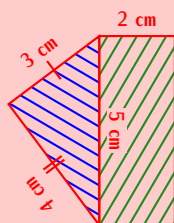


■ **EXERCICE 14 (SUR CE TD) :** Voici un prisme (à gauche) dessiné à main levée. Sur le patron à droite, lui aussi dessiné à main levée, indique les longueurs demandées et code les segments de même longueur :

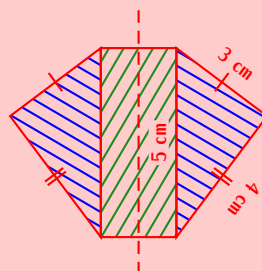


Règle 2

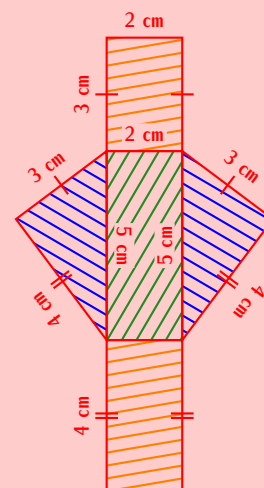
Pour dessiner le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm, 3 cm et de hauteur 2 cm, on procède en 3 étapes :



On construit une des **bases** (triangle), puis on trace une **face latérale** (rectangle) dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.



On trace la seconde **base**, qui est un triangle symétrique au premier par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.



On complète le patron en traçant les **deux dernières faces latérales** du prisme droit, qui sont des rectangles.

■ **EXERCICE 15 (DANS TON CAHIER) :**

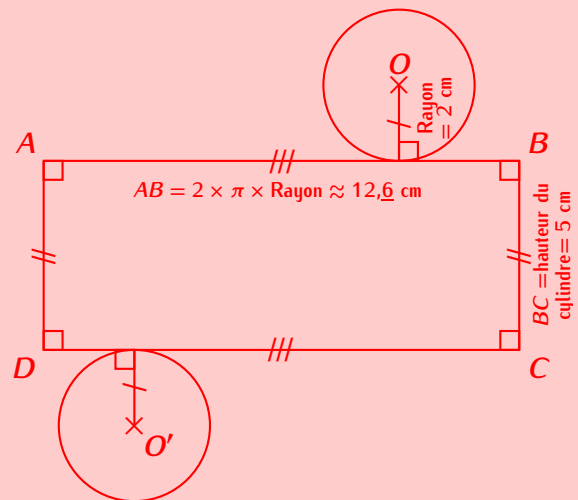
1. Sur une feuille blanche, réalise le patron ci-dessus.
2. Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2,5$ cm et $AC = 4$ cm.

2. Patron de cylindre

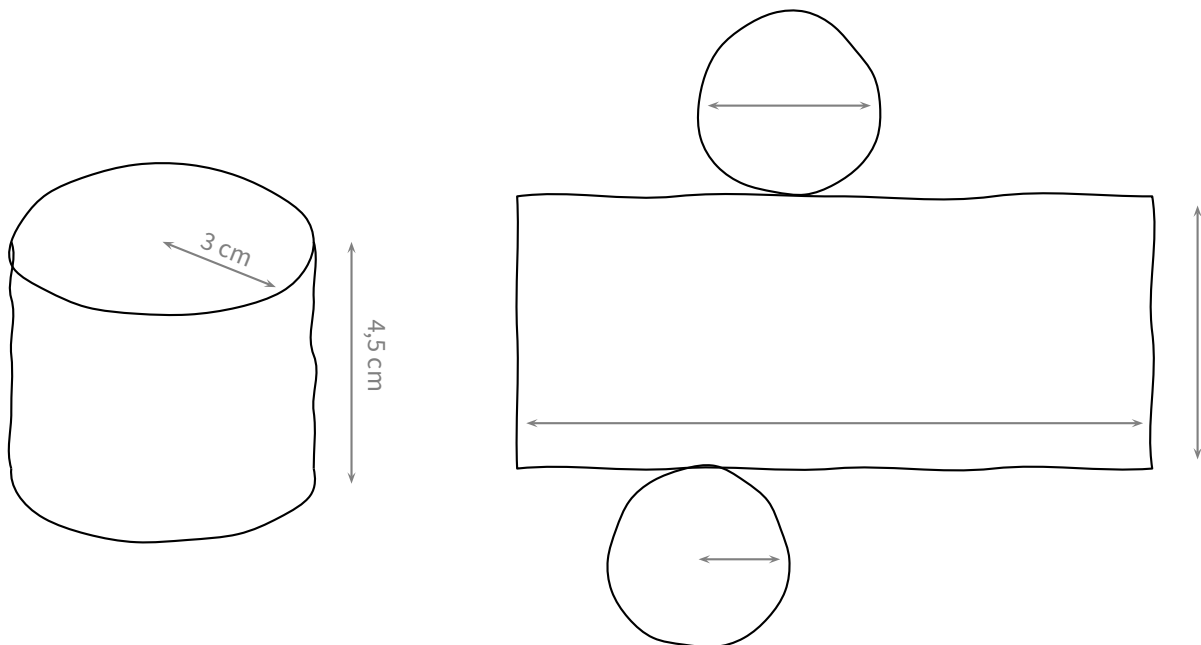
Règle 3

Pour tracer le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 5 cm et dont la base est un disque de rayon 2 cm, on procède de la manière suivante :

1. On construit une des bases du cylindre, qui est un disque de rayon 2 cm.
2. On trace la surface latérale du cylindre, qui est un rectangle dont les côtés sont la hauteur du cylindre (facile) et le périmètre du cercle (plus difficile car il faut calculer) qui est d'environ 12,6 cm.
3. On complète le patron en traçant la seconde base, qui est un disque superposable au premier.



■ **EXERCICE 16 (SUR CE TD) :** Sur le patron ci-dessous, indique les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur :



■ **EXERCICE 17 (DANS TON CAHIER) :** Trace le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 6 cm et de base un disque de rayon 2 cm.



Exercice ① (sur ce TD)

Réduis les fractions suivantes au même dénominateur :

$$\frac{6}{5} \text{ et } \frac{11}{10}$$

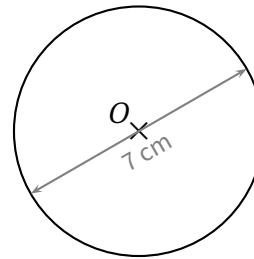
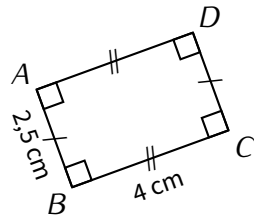
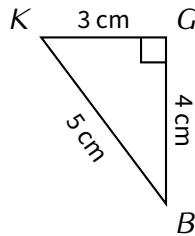
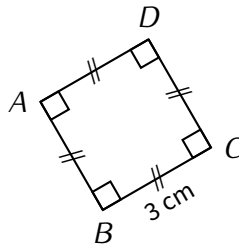
$$\frac{5}{7} \text{ et } \frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{4} \text{ et } \frac{18}{25}$$



Exercice ② (sur ce TD)

Calcule l'aire des figures suivantes (arrondie au dixième pour le disque) :



Exercice ③ (sur ce TD)

Calcule les expressions suivantes pour la valeur de x donnée :

$$A = 3x \text{ pour } x = 7$$

$$B = 6 - 2x \text{ pour } x = 5$$

$$C = x - 11 \text{ pour } x = 31$$

$$D = x^2 + 3x - 2 \text{ pour } x = 6$$



Exercice ④ (sur ce TD)

1. Place les points suivants dans le repère ci-contre :

$$A(-1 ; 3)$$

$$D(-1 ; -1)$$

$$G(3 ; -1)$$

$$B(0 ; 2)$$

$$E(0 ; 0)$$

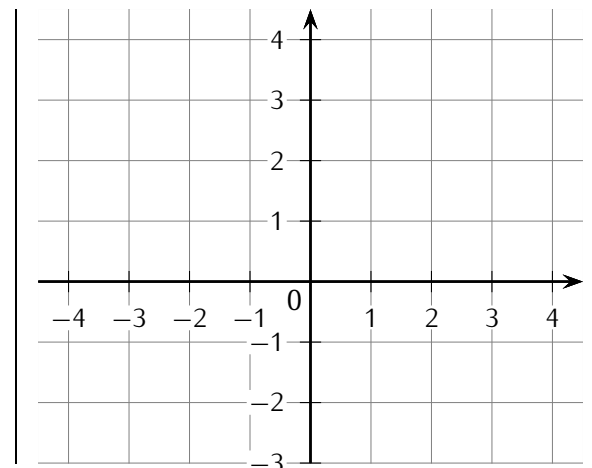
$$H(1 ; 1)$$

$$C(-1 ; 1)$$

$$F(1 ; -1)$$

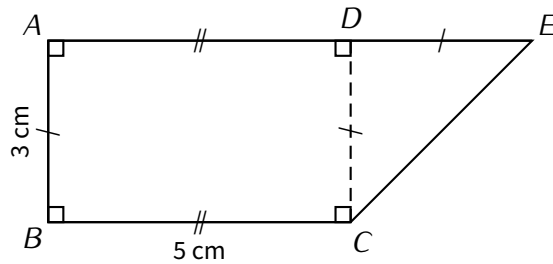
$$I(1 ; 3)$$

2. Trace le polygone $ABCDEFGHI$.



Exercice ⑤ (dans ton cahier)

Calcule l'aire du quadrilatère $ABCE$:



Exercice ⑥ (dans ton cahier)

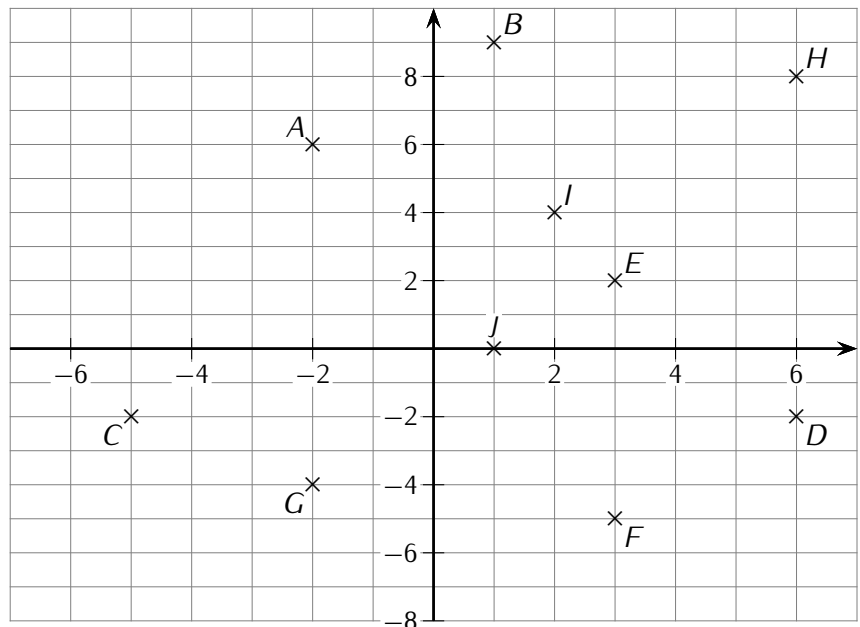
Calcule les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (+4) + (-5) & B &= (-11) + (+3) - (-7) & C &= (-8) + (+3) - (+4) & D &= (-5) - (+4) \\ E &= (-6) + (-4) & F &= (-7) - (+4) + (+6) & G &= (+4) - (+6) - (-3) & H &= (+32) - (+2) - (-10) \end{aligned}$$

Exercice ⑦ (sur ce TD)

Donne les coordonnées de tous les points suivants :

- $A(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $B(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $C(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $D(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $E(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $F(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $G(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $H(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $I(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
 $J(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$



Exercice ⑧ (sur ce TD)

Un lot de six stylos identiques coûte 8,10 €. Quel est le prix d'un stylo ?

.....

.....

Exercice ⑨ (sur ce TD)

Simon veut acheter deux livres *identiques*. Il a 12,27 € dans son porte-monnaie et il lui manque 3,25 € pour acheter ces livres. Quel est le prix d'un livre ?

.....

.....

.....

.....