

PROPORTIONNALITE

1) Situation de proportionnalité

a) Suites proportionnelles :

Deux suites de nombres x et y sont proportionnelles, si on obtient tous les nombres de la suite y en multipliant tous les nombres de la suite x par un même nombre k .

b) Tableau de proportionnalité :

$k \times$	x							\dots	$\frac{y}{k}$
	y								

- On a donc : $y = k \times x$.
- Le nombre k s'appelle le coefficient de proportionnalité de la suite x vers la suite y .
- On a aussi : $x = \frac{y}{k}$ et $k = \frac{y}{x}$.

c) Graphique :

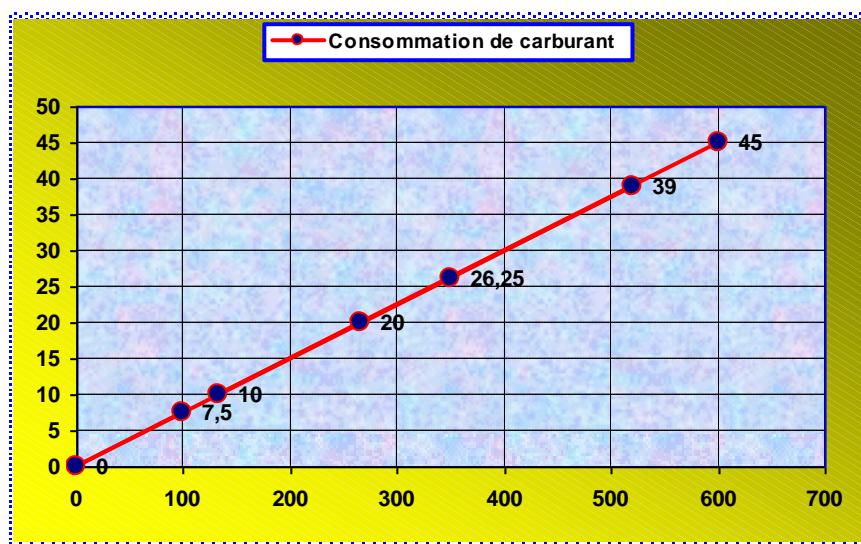
Le graphique d'une situation de proportionnalité, (ou représentant un tableau de proportionnalité), est constitué de points alignés avec l'origine.

Remarque : Si les points ne sont pas alignés ou s'ils ne sont pas alignés avec l'origine, le graphique ne représente pas une situation de proportionnalité.

d) Exemple :

Une voiture consomme 7,5 litres de carburant aux 100 km. Combien consomme-t-elle pour 80 km ? pour 350 km ? pour 520 km ?

Quel est le coefficient de proportionnalité pour passer des distances aux consommations ? Quelle distance parcourt la voiture avec 10 litres de carburant ?



2) Propriétés :

a) Propriété n°1 :

Si

a	b
a'	b'

est un tableau de proportionnalité,

alors

a	b	$k a$
a'	b'	$k a'$

est aussi un tableau de proportionnalité.

$\times k$

$a \quad b \quad k a$

$a' \quad b' \quad k a'$

$\times k$

Exemple :

Compléter pour avoir un tableau de proportionnalité :

7,5	5,5	16,5		55
21	15,4		105	

b) Propriété n°2 :

Si

a	b
a'	b'

est un tableau de proportionnalité,

alors

a	b	$a + b$
a'	b'	$a' + b'$

est aussi un tableau de proportionnalité.

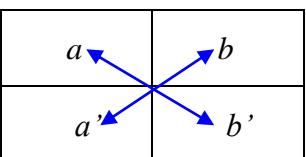
+

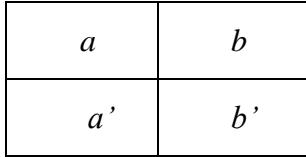
$a \quad b \quad a + b$

$a' \quad b' \quad a' + b'$

+

c) Propriété n°3 :

- Si  est un tableau de proportionnalité, alors $a \times b' = b \times a'$.

- Si $a \times b' = b \times a'$, alors $\frac{b'}{b} = \frac{a'}{a} = k$. Donc  est un tableau de proportionnalité.
- $a \times b'$ et $b \times a'$ sont appelés les produits en croix.

Application : Recherche d'une 4^{ème} proportionnelle.

Sachant que 7 litres de carburant coûtent 7,14 €, combien coûtent 12 litres ?

7	12
7,14	x

est un tableau de proportionnalité.

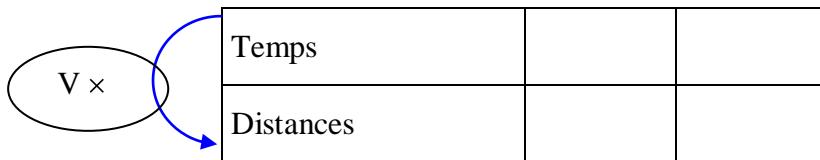
$$\text{Donc } 7x = 7,14 \times 12. \text{ Donc } x = \frac{7,14 \times 12}{7} = 1,02 \times 12 = 12,24.$$

D'où, 12 litres de carburants coûtent 12,24 €.

3) Vitesses

- a) Formule : D est la distance parcourue
T est la durée ou le temps de parcours
V est la vitesse

Alors, à vitesse constante, les distances sont proportionnelles aux durées, et le coefficient de proportionnalité entre les temps et distances est la vitesse.



$V = \frac{D}{T}$	$D = V \times T$	$T = \frac{D}{V}$
-------------------	------------------	-------------------

b) Exemple:

Un automobiliste parcourt 120 km en 1h30, en roulant à vitesse constante.

- Calculer sa vitesse.
- Quelle distance parcourt-il en 36 min ? en 2h06 ?
- Quel temps met-il pour parcourir 16 km ? 64 km ?
- Tracer le graphique représentant toutes les valeurs de cette situation.
- Que constatez-vous ?

Solution:

- $1h30 = \frac{3}{2} h = 1,5 h$. Donc $V = \frac{120}{1,5} = 80 \text{ km/h}$.
- Pour les 2^{ème} et 3^{ème} questions, on peut répondre sur un tableau de proportionnalité.
- On trace alors le graphique, avec en abscisses les temps (6 cm pour 1 h), et en ordonnées les distances (1 cm pour 20 km)
- On constate que les points sont alignés avec l'origine.

4) Pourcentage:

$a\%$ de x signifie $\frac{a}{100} \times x$

Augmenter x de $a\%$: $y = x + a\% x = x + \frac{a}{100} x = \frac{100}{100} x + \frac{a}{100} x = \left(\frac{100}{100} + \frac{a}{100}\right) x$
 $y = \left(1 + \frac{a}{100}\right) x$

Diminuer x de $a\%$: $y = x - a\% x = x - \frac{a}{100} x = \frac{100}{100} x - \frac{a}{100} x = \left(\frac{100}{100} - \frac{a}{100}\right) x$
 $y = \left(1 - \frac{a}{100}\right) x$

Exemple: Un article coûte 20 € Ht avec une TVA de 19,6 %. Par quel nombre faut-il multiplier le prix HT x pour obtenir le prix TTC y ?

$$y = x + 19,6 \% x = 1 x + 0,196 x = (1 + 0,196) x = 1,196 x.$$

Le prix TTC est donc de $y = 1,196 \times 20 = 23,92 \text{ €}$.

5) Echelle

Lorsqu'on réalise une reproduction d'un objet, les dimensions de la reproduction sont proportionnelles aux dimensions de la réalité.

a) Définition: L'échelle de reproduction est le coefficient de proportionnalité par lequel il faut multiplier les dimensions de la réalité pour obtenir les dimensions de la reproduction, exprimées dans la même unité. Donc $e = \frac{d_{\text{reproduction}}}{d_{\text{réalité}}}$.

b) Exemple: Sur une carte 1 km est représenté par 1 cm.

$$\text{L'échelle est donc } e = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ km}} = \frac{1 \text{ cm}}{1 \times 100 000 \text{ cm}} = \frac{1}{100 000}.$$