# PROPORTIONNALITE

## I. GRANDEURS PROPORTIONNELLES.

**Définition:**
Deux grandeurs sont dites proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

**Définition:**
Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe d'une ligne à l'autre en multipliant (ou en divisant) par un même nombre.

**Exemple :** On achète des poires coûtant 3 € le kilogramme.

| **Quantité (kg)** | 0,5 | 1 | 1,5 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|
| **Prix payé (€)** | 1,5 | 3 | 4,5 | 7,5 |

**× 3** **: 3**

$\frac{1,5}{0,5} = \frac{3}{1} = \frac{4,5}{1,5} = \frac{7,5}{2,5} = 3$. Ce nombre constant « 3 » est le **coefficient de proportionnalité** du tableau.

## II. CALCUL DE LA 4EME PROPORTIONNELLE DANS UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITE.

### a. Multiplication d'une colonne :

**Dans une situation de proportionnalité, les colonnes du tableau sont elles aussi proportionnelles entre elles.**

*Exemple* : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

**× 4**

| **Quantité (kg)** | 2 | 8 |
|---|---|---|
| **Prix payé (€)** | 5 | **20** |

**× 4**

### b. Passer par l'unité. Règle de trois :

**Dans une situation de proportionnalité, on peut calculer une valeur manquante en passant par l'unité : c'est la règle de trois.**

*Exemple* : On reprend l'exemple précédent :

**: 2** **× 8**

| **Quantité (kg)** | 2 | 1 | 8 |
|---|---|---|---|
| **Prix payé (€)** | 5 | **2,5** | **20** |

**: 2** **× 8**

### c. Addition d'une colonne :

**Dans une situation de proportionnalité, on peut ajouter des colonnes entre elles.**

*Exemple* :

| **Quantité (kg)** | 2 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|
| **Prix payé (€)** | 5 | **20** | **25** |

### d. Produit en croix :

(cette méthode sera revue plus tard, mais certains l'ont déjà étudiée)

**Dans une situation de proportionnalité, on peut calculer une valeur manquante en effectuant un produit en croix.**

*Exemple* :

| | |
|---|---|
| **2** | **8** |
| **5** | ***x*** |

Pour calculer ce nombre x, on utilise le produit en croix : « les produits des diagonales sont égaux ».

1. On calcule le produit de la diagonale connue : $8\times5=40$
2. On divise par le 3ème nombre connu : $\frac{40}{2}=20$

On retiendra : $x=\frac{8\times5}{2}=20$

## III. POURCENTAGES.

### PROPRIETE :

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité.

Exemple : Si une tablette de chocolat contient 72 % de cacao, cela signifie que 100 grammes de chocolat contiennent 72 grammes de cacao.

### a. Prendre un pourcentage :

Pour prendre « t % » d'un nombre, on le multiplie par $\frac{t}{100}$.

Exemple : Si une tablette de chocolat contient 72 % de cacao, la quantité de cacao dans 250 g de chocolat est : $250\times\frac{72}{100}=\frac{250\times72}{100}=\frac{\boxed{25}\times10\times72}{\boxed{25}\times4}=\frac{10\times72}{4}=\frac{10\times\boxed{4}\times18}{\boxed{4}}=10\times18=180\ g$

### b. Calculer un pourcentage :

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle à 100.

**Exemple :** 9 élèves d'une classe de 25 sont demi-pensionnaires :

| | |
|---|---|
| **9** | **t** |
| **25** | **100** |

$t=\frac{9\times100}{25}=\frac{900}{25}=36.$

Donc il y a 36% de demi-pensionnaires dans cette classe.

## IV. MESURE DU TEMPS.

Les durées exprimées en minutes et les durées correspondantes exprimées en heures sont proportionnelles.

| **Durée (en h)** | **1** |
|---|---|
| **Durée (en min)** | **60** |

×60

**Exemple :** Exprimer 87 min en heures :

| Durée (en h) | 1 | t |
|---|---|---|
| Durée (en min) | 60 | 87 |

**60 × t = 1 × 87** donc **$t=\frac{87\times1}{60}=\frac{87}{60}=1{,}45$ h.**

**Attention : 1,45h ne signifie pas 1 heure et 45 minutes !**

## V. MOUVEMENT UNIFORME.

On dit que le mouvement d'un objet est **uniforme**, lorsque les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles.

C'est le cas lorsque la vitesse de cet objet est **constante**.

| | |
|---|---|
| **Durée du trajet (en h)** | |
| **Distance parcourue (en km)** | $\times$ **v** |

**Remarque :** La **vitesse** de l'objet (exprimée en kilomètres par heure) est le **coefficient de proportionnalité** de ce tableau.

## VI. ÉCHELLE.

Lorsqu'un plan est fait à une certaine **échelle**, cela signifie que les longueurs réelles $L$ et les longueurs mesurées sur le plan $\ell$ **exprimées dans la même unité** sont proportionnelles.

**Exemple :** Pour un plan à l'échelle $\frac{1}{1000}$, on a $\frac{\ell}{L} = \mathbf{\frac{1}{1000}}$

| | | |
|---|---|---|
| **Dimension réelle** | **1 000** | $\div \frac{1}{1\,000}$ |
| **Dimension sur le plan** | **1** | $\times$ 1 000 |

5 cm représentés sur le plan signifient une distance réelle de : 5 × 1 000 = 5000 cm = 50 m.

3 km réels sont représentés sur le plan par une distance de : $3 \times \frac{1}{1\,000}$ = 0,003 km = 300 cm.