

5 Echelle

5.1 Définition et utilisation

L'échelle d'une carte (d'un dessin, d'une maquette) est le nombre par lequel il faut multiplier les distances réelles pour obtenir les distances sur la carte.

Exemple :

Une carte est à l'échelle 1/25000^e (ou $\frac{1}{25000}$ ou 1:25000)

Par quelle distance sur la carte est représentée 6 km ?

$$6 \times \frac{1}{25000} = 0,00024 \text{ km} = 24 \text{ cm}$$

Sur la carte un chemin mesure 3,5 cm. Quelle est sa longueur x réelle ?

$$x \times \frac{1}{25000} = 3,5$$

$$x \times 0,00004 = 3,5$$

$$x = \frac{3,5}{0,00004}$$

$$x = 87500 \text{ cm}$$

$$\text{Vérifions : } 87500 \times \frac{1}{25000} = 3,5 \text{ OK}$$

$$x = 875 \text{ m}$$

Remarque : 1/25000^e signifie aussi 1 unité (de la carte) représente 25000 unités réelles. Il s'agit d'un cas de proportionnalité.

taille sur la carte	1		3,5 cm
taille réelle	25000	6 km	

Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la carte à la taille réelle s'obtient facilement grâce à la deuxième colonne :

$$1 \times k = 25000 \text{ donc } k = 25000 \quad 3,5 \times 25000 = 87500 \text{ cm}$$

l'autre coefficient est : $25000 \times p = 1$

$$p = \frac{1}{25000} \quad \text{c'est l'échelle de la carte.}$$

$$6 \times \frac{1}{25000} = 0,00024 \text{ km}$$

5.2 Calcul de l'échelle

Sur une carte, on sait qu'une route représentée par 7 cm mesure réellement 2,45 km. Quelle est l'échelle de la carte ?

Utilisons d'abord les mêmes unités pour les deux distances : $2,45 \text{ km} = 245000 \text{ cm}$

réel carte

- méthode 1

↓ ↓

soit k l'échelle on sait que : $245000 \times k = 7$

$$k = \frac{7}{245000}$$

$$k = \frac{7 : 7}{245000 : 7}$$

$$k = \frac{1}{35000} \quad \text{vérifions : } 245000 \times \frac{1}{35000} = 7 \text{ OK}$$

L'échelle est $\frac{1}{35000}$

- méthode 2

Grâce à un tableau de proportionnalité cherchons combien représente réellement 1 cm sur la carte.

taille sur la carte	7 cm	1
taille réelle	245000 cm	

Soit k le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première ligne à la seconde.

$$7 \times k = 245000$$

$$k = \frac{245000}{7}$$

$$k = 35000 \quad \text{vérifions : } 7 \times 35000 = 245000 \text{ OK}$$

$$1 \times 35000 = 35000 \text{ donc 1 cm de la carte représente 35000 cm réels}$$

$$\text{L'échelle est } \frac{1}{35000}$$

Remarque : la plupart du temps l'échelle est un nombre plus petit que 1 car la carte (le plan, la maquette,...) est plus petite que la réalité.

Mais parfois il arrive que la représentation soit plus grande que l'objet réel. Dans ce cas l'échelle est plus grande que 1.

Exemple :

Une puce mesurant 4 mm est prise en photo. Sur la photo elle mesure 5cm. Quelle est l'échelle de la photo ?

$$5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}$$

Soit k l'échelle :

$$\begin{array}{ccc} \text{réel} & & \text{photo} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 4 \times k = 50 & & \end{array}$$

$$k = \frac{50}{4}$$

$$k = 12,5$$

Vérifions : $4 \times 12,5 = 50$ OK