

**Le cours avec les aides animées**

- Q1.** Quelles sont les propriétés du rectangle, du losange et du carré ?
- Q2.** Cite toutes les propriétés permettant de démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle.
- Q3.** Cite toutes les propriétés permettant de démontrer qu'un parallélogramme est un losange.
- Q4.** Cite toutes les propriétés permettant de démontrer qu'un parallélogramme est un carré.

**Les exercices d'application**

**1 Propriétés d'un parallélogramme particulier**

Complète les données, la propriété et la conclusion :

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p><b>a.</b> <u>Texte du problème :</u><br/>Le quadrilatère NOPQ est un carré de centre R.<br/>On donne <math>NP = 6 \text{ cm}</math>.<br/>Calculer OQ.</p>     |  | <p><u>Données :</u> NOPQ est un .....<br/>..... = ..... cm.</p> <p><u>Propriété :</u> Si un quadrilatère est un ..... alors ses diagonales .....<br/>.....</p> <p><u>Conclusion :</u> Donc ..... = ..... cm.</p> |
| <p><b>b.</b> <u>Texte du problème :</u><br/>Le quadrilatère BCDE est un losange de centre F.<br/>Montrer que le triangle BCF est un triangle rectangle.</p>      |  | <p><u>Données :</u> BCDE est un .....<br/><u>Propriété :</u> Si un quadrilatère est un ..... alors ses diagonales sont .....<br/>.....</p> <p><u>Conclusion :</u> Donc (.....) et (.....) sont.....</p>          |
| <p><b>c.</b> <u>Texte du problème :</u><br/>Le quadrilatère LMNO est un rectangle de centre P.<br/>On donne <math>PN = 5 \text{ cm}</math>.<br/>Calculer OM.</p> |  | <p><u>Données :</u> LMNO est un .....<br/><u>Propriété :</u> Si un quadrilatère est un ..... alors ses .....<br/>.....</p> <p><u>Conclusion :</u> Donc ..... = ..... cm.</p>                                     |

**2 Démontrer qu'un parallélogramme est particulier**

Complète les données, la propriété et la conclusion :

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p><b>a.</b> <u>Texte du problème :</u><br/>Le quadrilatère QRST est un parallélogramme de centre U.<br/>Ses diagonales [RT] et [QS] sont perpendiculaires.<br/>Montrer que le quadrilatère QRST est un losange.</p> |  | <p><u>Données :</u> QRST est un parallélogramme et <math>(RT) \perp (QS)</math>.</p> <p><u>Propriété :</u> Si un parallélogramme a ses diagonales ..... alors c'est un losange.</p> <p><u>Conclusion :</u> Donc QRST est un .....</p> |
| <p><b>b.</b> <u>Texte du problème :</u><br/>Le quadrilatère NOPQ est un parallélogramme de centre R.<br/>Ses côtés [QN] et [NO] sont perpendiculaires.<br/>Montrer que le quadrilatère NOPQ est un rectangle.</p>    |  | <p><u>Données :</u> NOPQ est un ..... et (.....) <math>\perp</math> (.....).</p> <p><u>Propriété :</u> Si un.....</p> <p><u>Conclusion :</u> Donc NOPQ est un .....</p>   |

**3** Complète la démonstration en deux étapes :

a. Démontre que ce parallélogramme est un losange, puis que ce losange est un carré.

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p><b>Texte du problème</b></p> <p>Le quadrilatère TUVW est un parallélogramme de centre X. Ses diagonales [UW] et [TV] sont perpendiculaires. Ses côtés [UV] et [VW] sont perpendiculaires. Démontre que le quadrilatère TUVW est un carré.</p> |  | <p><b>Étape 1</b> ; Données : TUVW est un parallélogramme et <math>(UW) \perp (TV)</math>. Propriété : Si un parallélogramme a ses diagonales ..... alors c'est un ..... Conclusion : Donc TUVW est un .....</p> <p><b>Étape 2</b> ; Données : TUVW est un ..... et <math>(UV) \perp (VW)</math>. Propriété 2 : Si un ..... Conclusion 2 : Donc TUVW est un .....</p> |
|--|--|---|

b. En reprenant ce modèle de démonstration, démontre d'abord que TUVW est un rectangle, puis que ce rectangle est un carré.

**Pour chercher**

**4** ABCD est un losange de centre E. Démontre que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

**5** EFGH est un rectangle de centre K. On donne  $FG = 7,2 \text{ cm}$ . Quelle est la longueur de [EH] ? Justifie ta réponse.

**6** Rédiger une démonstration en deux étapes

IRKL est un parallélogramme de centre M dont les diagonales [IK] et [RL] ont la même longueur et sont perpendiculaires.

a. Construis une figure sur ton cahier.

b. Démontre que IRKL est un losange.

c. Démontre que IRKL est un rectangle.

d. Conclus.

**7** Rédiger une démonstration en deux étapes

MNOP est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en R. On donne :  $MN = OP$ ,  $(MN) \parallel (OP)$  et  $(MO) \perp (NP)$ .

a. Démontre que MNOP est un parallélogramme.

b. Démontre que MNOP est un losange.

**8** Avec les propriétés vues en 6<sup>ème</sup>

a. Construis sur ton cahier un losange RSTU dont les diagonales se coupent en V tel que  $RT = 7,2 \text{ cm}$  et  $SU = 4,8 \text{ cm}$ . Trace ensuite la droite ( $d$ ) perpendiculaire à la diagonale (SU) passant par le point U.

b. Démontre que les droites ( $d$ ) et ( $RT$ ) sont parallèles.

**9** Avec les médiatrices

a. Construis sur ton cahier un segment [BE] de longueur 5,2 cm. Trace ensuite la médiatrice de ce segment. Place un point L sur cette médiatrice et construis le point U, symétrique de L par rapport à la droite (BE).

b. Montre que le quadrilatère BLEU est un losange.

**10** Figures complexes

ABCD est un rectangle de centre G. On appelle E le milieu de [AB], F le milieu de [BC], K le symétrique de G par rapport à E et L le symétrique de G par rapport à F.

a. Démontre que le quadrilatère AGBK est un losange.

b. Démontre que B est le milieu du segment [KL].

c. Démontre que GKL est un triangle rectangle en G.

**11** Avec les bissectrices

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme. Les bissectrices de ses angles se coupent en E, F, G et H.

a. Démontre que EFGH est un rectangle.

b. Que peut-on dire des centres de symétrie de ABCD et EFGH ?

