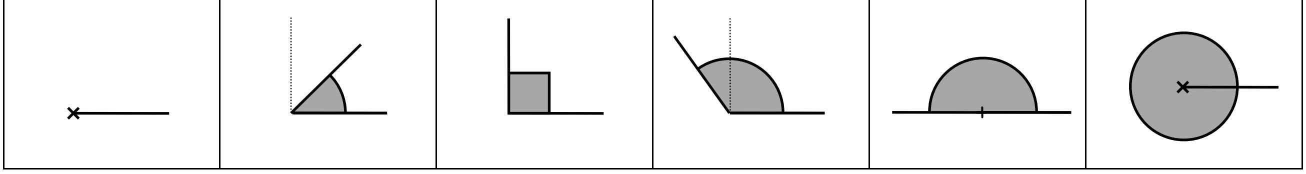
Le parallélogramme

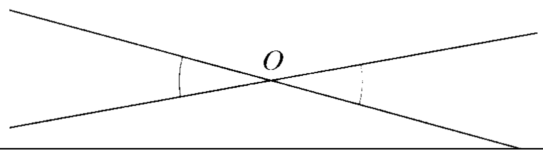
RAPPEL : LE VOCABULAIRE DES ANGLES

Rappel : selon sa mesure un angle peut-être :

saillant					rentrant
nul	aigu	droit	obtus	plat	plein



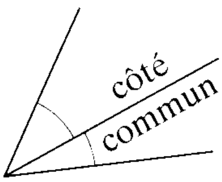
Angles opposés par le sommet :



Définition : ils sont symétriques par rapport à leur sommet commun.

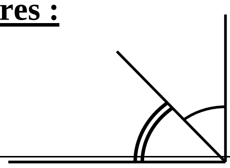
Propriété : deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Angles adjacents :



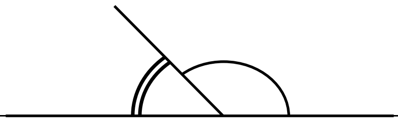
Définition : ils sont le même sommet et un seul côté commun.

Angles complémentaires :



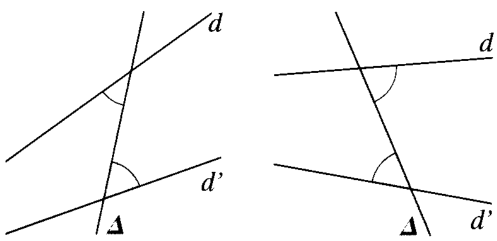
Définition : ils sont adjacents et leur somme est égale à 90°. *(Ils forment un angle droit)*

Angles supplémentaires :



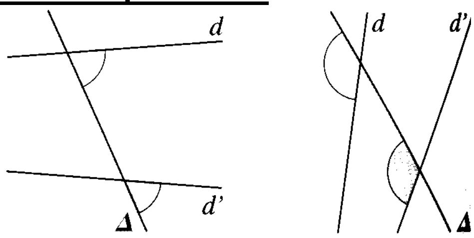
Définition : ils sont adjacents et leur somme est égale à 180°. *(Ils forment un angle plat)*

Angles alternes-internes :



Définition : ils sont situés de part et d'autre de la droite (Δ), et « entre » les droites (*d*) et (*d'*).

Angles correspondants :

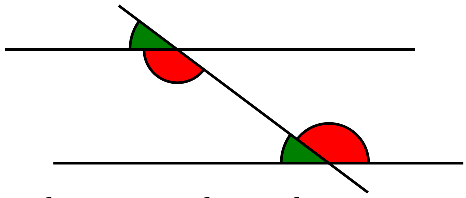


Définition : ils sont situés d'un même côté de la droite (Δ), l'un « entre » les droites (*d*) et (*d'*), l'autre non.

RAPPEL : ANGLES ET PARALLELISME

Propriétés :

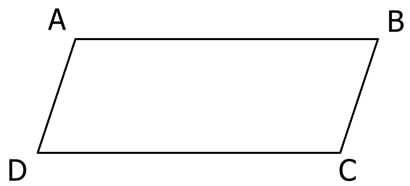
- Si deux angles alternes-internes sont définis par deux droites parallèles alors ils ont la même mesure.
- Si deux angles alternes-internes ont la même mesure alors ils sont définis par deux droites parallèles.



Remarque : on obtient des propriétés analogues avec les angles correspondants.

RAPPEL : VOCABULAIRE SUR LE PARALLELOGRAMME

Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a **ses cotés opposés deux à deux parallèles**.
Cette figure représente le parallélogramme ABCD ou ADCB ou BCDA ou ... (mais **surtout pas** ABDC !).



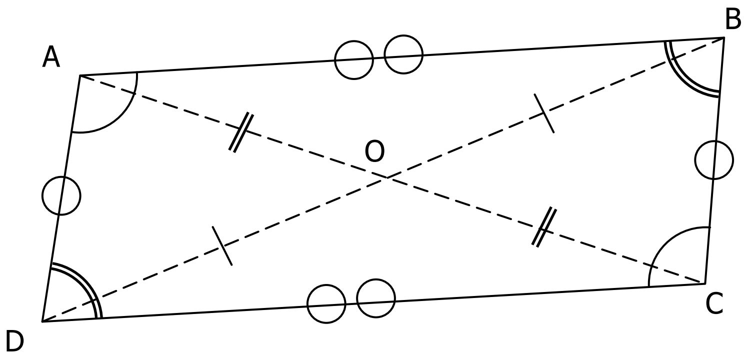
✯ [AB] et [BC] sont des **cotés consécutifs**.
✯ [AB] et [CD] sont des **cotés opposés**.
✯ A et B sont des **sommets consécutifs**.
✯ B et D sont des **sommets opposés**.
✯ *ABC* et *BCD* sont des **angles consécutifs**.
✯ *BCD* et *BAD* sont des **angles opposés**.
✯ [AC] et [BD] sont les **diagonales** du parallélogramme.

I. CENTRE DE SYMÉTRIE D'UN PARALLÉLOGRAMME.

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé dont **les cotés opposés sont parallèles**.

Dans. On dit parfois que ABCD est un parallélogramme de centre O.



PROPRIETES

1. Un parallélogramme possède un **centre de symétrie**, qui est le point d'intersection de ses **diagonales**.

2. **Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.**
   Sur la figure : Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O.

3. **Dans un parallélogramme, les cotés opposés sont de même longueur.**
   Sur la figure : AB = CD **et** AD = BC.

4. **Dans un parallélogramme, les angles opposés sont de même mesure.**

Sur la figure : $ABC = CDA$ **et** $DAB = BCD$.

5. **Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires.**

Sur la figure : $ABC + BCD = 180° = BCD + CDA = CDA + DAB = DAB + ABC$

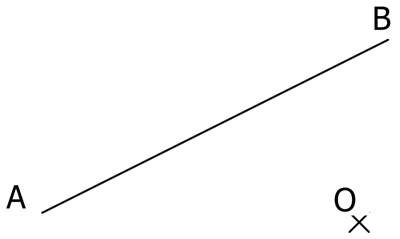
II. CONSTRUCTIONS DE PARALLÉLOGRAMMES.

Cas n°1 : Connaissant deux côtés consécutifs : **avec le compas** → (on reporte les longueurs des côtés)

Cas n°2 : Connaissant deux côtés consécutifs : **avec la règle et l'équerre** → (on trace des parallèles)

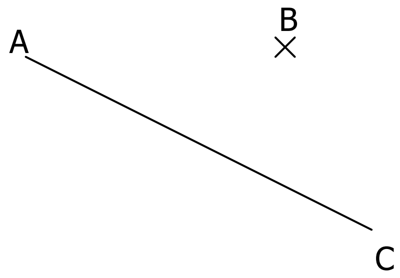
Cas n°3 : Construction d'un parallélogramme connaissant un côté et le centre.

Exemple : Construction du parallélogramme ayant [AB] pour côté et O pour centre de symétrie.



Cas n°4 : Construction d'un parallélogramme connaissant une diagonale et un sommet.

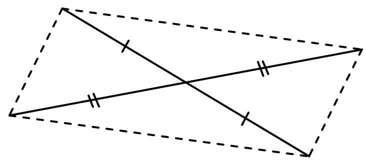
Exemple : Construction du parallélogramme ayant [AC] pour diagonale et B pour sommet.



III. RECONNAÎTRE UN PARALLÉLOGRAMME.

a. Caractérisation d'un parallélogramme par ses diagonales.

SI les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu,
ALORS ce quadrilatère est un parallélogramme.

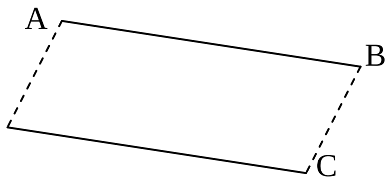


Ex : **<u>On sait que</u>** les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu et ABCD est un quadrilatère non croisé.
<u>Or</u> si les diagonales d'un quadrilatère non croisé se coupent en leur milieu, celui-ci est un parallélogramme.
<u>Donc</u> ABCD est un parallélogramme.

b. Caractérisation d'un parallélogramme par ses cotés opposés parallèles deux à deux.

SI un quadrilatère <u>(non croisé)</u> a ses cotés opposés <u>parallèles</u>,
ALORS ce quadrilatère est un parallélogramme.

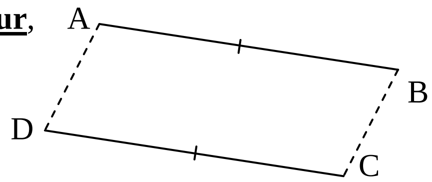
(AB) // (CD) et (AD) // (BC)



Ex : **<u>On sait que</u>** (EF) = (GH) et (EH) = (FG) et EFGH est un quadrilatère non croisé.
<u>Or</u> si **côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont parallèles**, **celui-ci est un parallélogramme.**
<u>Donc</u> EFGH est un parallélogramme.

c. Caractérisation d'un parallélogramme par ses cotés opposés de même longueur.

SI un quadrilatère <u>(non croisé)</u> a ses cotés opposés **<u>de même longueur</u>**,
ALORS ce quadrilatère est un parallélogramme.

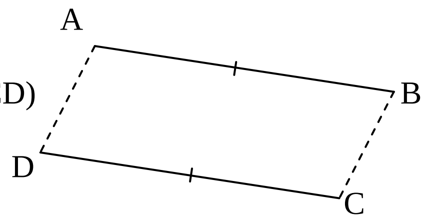


Ex : **<u>On sait que</u>** AB = CD et AD = BC et ABCD est un quadrilatère non croisé.
<u>Or</u> si **côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont de même longueur**, **celui-ci est un parallélogramme.**
<u>Donc</u> ABCD est un parallélogramme.

d. Caractérisation d'un parallélogramme par deux cotés opposés.

SI un quadrilatère <u>(non croisé)</u> a **<u>deux</u>** cotés opposés **<u>égaux ET parallèles</u>**,
ALORS ce quadrilatère est un parallélogramme.

(AB) // (CD)

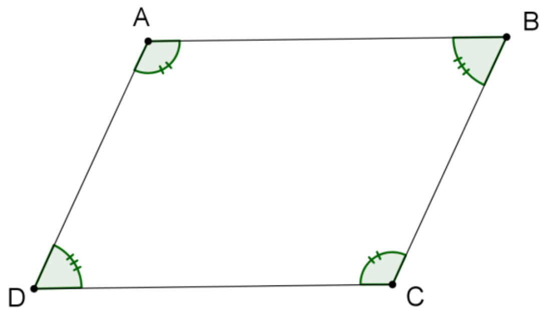


Ex : **<u>On sait que</u>** AB = CD et (AB) // (CD) et ABCD est un quadrilatère non croisé.
<u>Or</u> si **un quadrilatère non croisé possède deux côtés parallèles et de même longueur**, **celui-ci est un parallélogramme.**
<u>Donc</u> ABCD est un parallélogramme.

e. Caractérisation d'un parallélogramme par ses angles opposés.

SI un quadrilatère <u>(non croisé)</u> a **ses angles** opposés **<u>de même mesure</u>**,
ALORS ce quadrilatère est un parallélogramme.

PARALLÉLOGRAMME



Ex : **<u>On sait que</u>** $BAD = BCD$ et $ABC = ADC$.

<u>Or</u> si **un quadrilatère non croisé possède a ses angles opposés de même mesure,, celui-ci est un parallélogramme.**

<u>Donc</u> ABCD est un parallélogramme.