

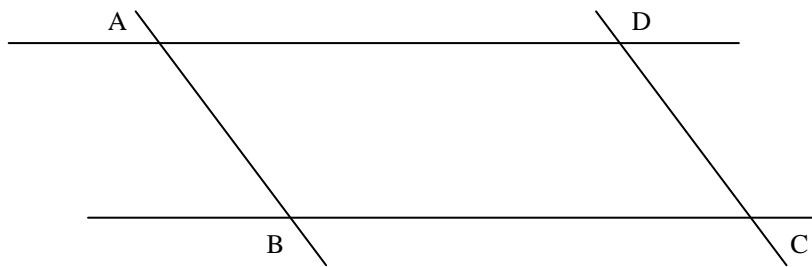
PARALLÉLOGRAMMES ET PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

1) Définition et construction du parallélogramme

a) Définition : Un parallélogramme ABCD est un quadrilatère dont les 4 côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ sont 2 à 2 parallèles.

Donc : Si ABCD est un parallélogramme, alors $[AB] \parallel [CD]$ et $[AD] \parallel [BC]$.
Si $[AB] \parallel [CD]$ et $[AD] \parallel [BC]$, alors ABCD est un parallélogramme.

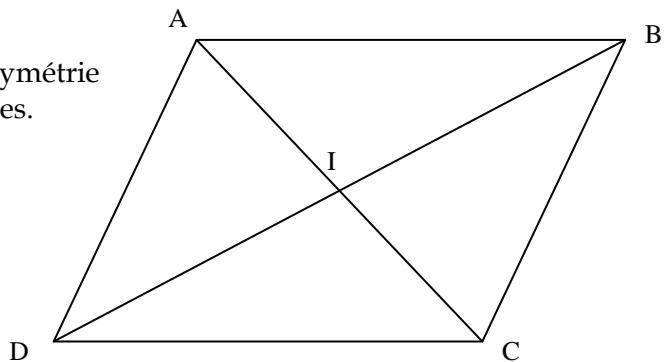
b) Construction



2) Propriétés des parallélogrammes

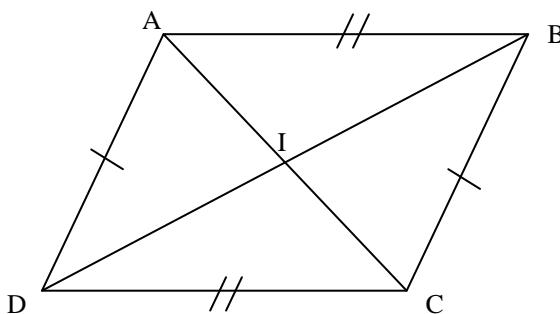
a) Propriété fondamentale :

Un parallélogramme admet un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.



b) Propriété des côtés :

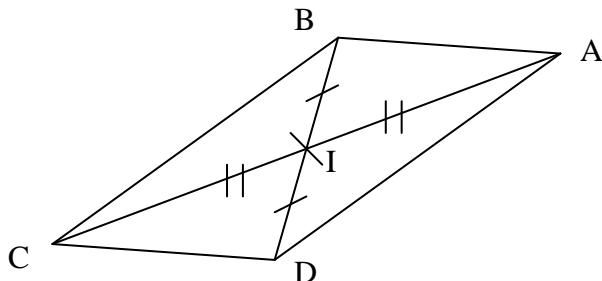
- Si ABCD est un parallélogramme, alors les côtés opposés sont de même mesure.
Donc $AB = CD$ et $AD = BC$.
- Si les segments $[AB]$ et $[CD]$ d'une part, les segments $[AD]$ et $[BC]$ d'autre part, ont la même longueur, alors ABCD est un parallélogramme.



Indication : une symétrie centrale conserve les longueurs.

c) Propriété des diagonales :

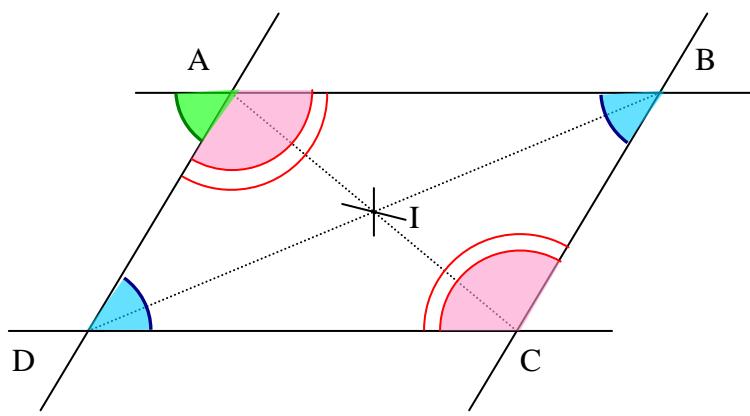
- Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors les diagonales se coupent en leur milieu I .
- Si les segments $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu I , alors $ABCD$ est un parallélogramme.



Indication : Dans la symétrie de centre I , le symétrique de A est C .
Donc I est le milieu de $[AC]$.

d) Propriété des angles :

- Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors les angles opposés ont même mesure et les angles consécutifs sont supplémentaires.
- Si les angles \hat{A} et \hat{C} d'une part, les angles \hat{B} et \hat{D} d'autre part sont égaux, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

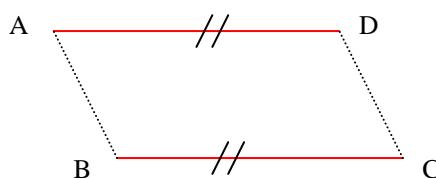


Indication : Une symétrie centrale conserve les angles.
Le symétrique de A par rapport à I est C , le symétrique de D est B et le symétrique de B est D . Donc le symétrique de \widehat{DAB} est \widehat{BCA} . Donc $\widehat{DAB} = \widehat{BCA}$.

De plus l'angle \hat{D} et l'angle vert sont alternes-internes avec des droites parallèles, donc ils sont égaux. Donc les angles \hat{A} et \hat{D} du parallélogramme sont supplémentaires.

e) Reconnaître un parallélogramme :

- Si les angles \hat{A} et \hat{B} , \hat{B} et \hat{C} , \hat{C} et \hat{D} , et \hat{D} et \hat{A} sont supplémentaires, alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si 2 côtés d'un quadrilatère sont égaux et parallèles, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.



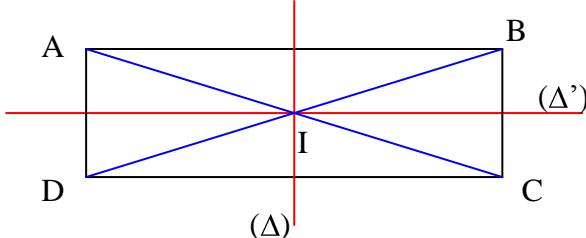
3) Rectangle

- a) Définition : Un rectangle est un quadrilatère dont les 4 côtés sont deux à deux perpendiculaires.
ABCD est un rectangle, signifie que, $[AB] \perp [BC]$, $[BC] \perp [CD]$, $[CD] \perp [DA]$ et $[DA] \perp [AB]$.



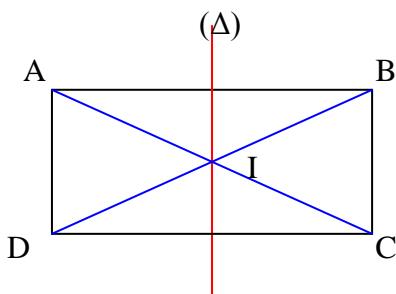
- b) Axes et centre de symétrie :

- Un rectangle ABCD admet 2 axes de symétrie, qui sont les droites passant par les milieux des côtés opposés.
- Un rectangle ABCD admet un centre de symétrie, qui est le point d'intersection des 2 diagonales.



- c) Propriétés du rectangle :

- Côtés : Si ABCD est un rectangle, alors ABCD est un parallélogramme ayant 2 côtés perpendiculaires.
- Diagonales : Si ABCD est un rectangle, alors les diagonales de ABCD se coupent en leur milieu et sont de même longueur.



Indication :

Dans la symétrie d'axe (Δ) , $I \rightarrow I$, $A \rightarrow B$ et $B \rightarrow A$,

.....

donc $IA = IB$. Comme $IA = IC$,

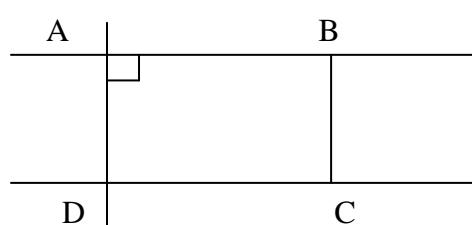
Alors $IA = IB = IC =$

(car

Conclusion :

- d) Reconnaître un rectangle :

- Si ABCD est un **parallélogramme** ayant **2 côtés perpendiculaires**, alors ABCD est un rectangle.



Indication :

$[AB] \parallel [CD]$

$[AB] \perp [AD]$

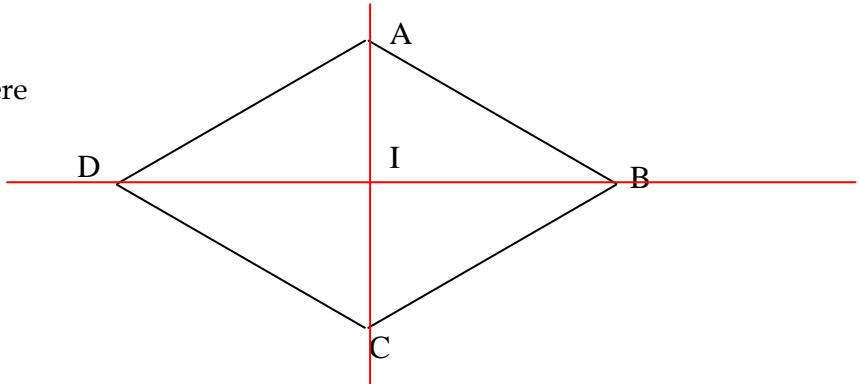
} Alors $[AD] \perp [CD]$

- Si $ABCD$ est un **parallélogramme** dont les **diagonales sont de même longueur**, alors $ABCD$ est un rectangle.
- Si $ABCD$ est un **quadrilatère** dont les **diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur**, alors $ABCD$ est un rectangle.

4) Losange

- a) Définition :

Un losange est un quadrilatère dont les 4 côtés sont égaux.

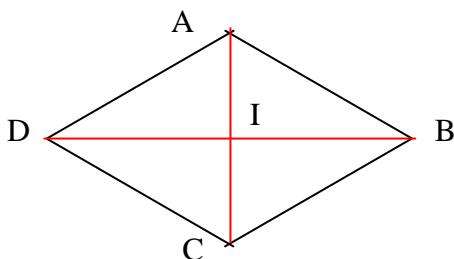


- b) Axes et centre de symétrie :

- Un losange $ABCD$ admet 2 axes de symétrie, qui sont les 2 diagonales.
- Un losange $ABCD$ admet un centre de symétrie, qui est le point d'intersection des 2 diagonales.

- c) Propriétés du losange :

- Côtés : Si $ABCD$ est un losange, alors $ABCD$ est un parallélogramme ayant 2 côtés consécutifs égaux.



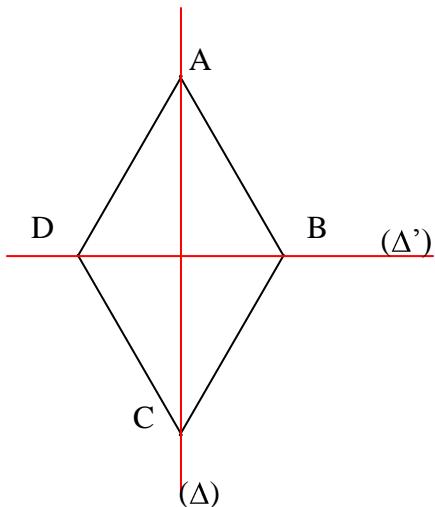
Indication :

Comme I est un centre de symétrie,
 $AB = CD$ et $AD = BC$.
 Si en plus, $AB = AD$,
 Alors.....
 Conclusion :

- Diagonales : Si $ABCD$ est un losange, alors $ABCD$ a ses diagonales qui se coupent en leur milieu I , et sont perpendiculaires.

- d) Reconnaître un losange :

- Si $ABCD$ est un **parallélogramme** ayant **deux côtés consécutifs égaux**, alors $ABCD$ est un losange.
- Si $ABCD$ est un **parallélogramme** dont les **diagonales sont perpendiculaires**, alors $ABCD$ est un losange.
- Si $ABCD$ est un **quadrilatère** ayant ses **diagonales qui se coupent en leur milieu I et qui sont perpendiculaires**, alors $ABCD$ est un losange.



Indication :

Les diagonales sont des

Dans la symétrie d'axe (Δ) ,

$A \rightarrow \dots$, $B \rightarrow \dots$, et $D \rightarrow \dots$

Donc $AD = \dots$

De plus $AB = CD$, car

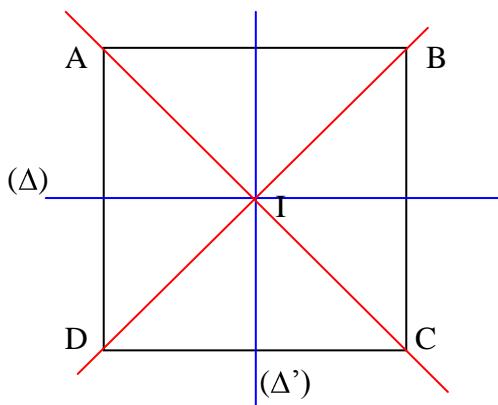
Conclusion :

5) Carré

a) Définition : Un carré est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange.

b) Axes et centre de symétrie :

- Un carré admet 4 axes de symétrie, qui sont les 2 droites passant par les milieux des côtés et les 2 diagonales.
- Un carré ABCD admet un centre de symétrie, qui est le point d'intersection des diagonales.



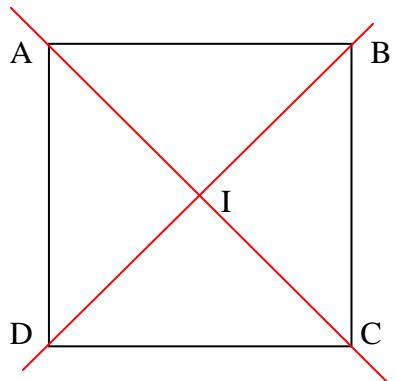
c) Propriété du carré :

- Si ABCD est un carré, alors ABCD est un parallélogramme ayant 2 côtés consécutifs perpendiculaires et égaux.
- Si ABCD est un carré, alors les diagonales se coupent en leur milieu I, sont de même longueur et sont perpendiculaires.

d) Reconnaître un carré :

- Si ABCD est un parallélogramme ayant 2 côtés consécutifs perpendiculaires et égaux, alors ABCD est un carré.
- Si ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur, alors ABCD est un carré.

- Si ABCD est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu I, sont de même longueur et sont perpendiculaires, alors ABCD est un carré.



Indication :

Si les diagonales se coupent en leur milieu I,
ABCD est un

Si en plus, les diagonales sont égales,
ABCD est un

Et si en plus les diagonales sont perpendiculaires,
ABCD est un