

5ème - Parallélogramme

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
T3	Réaliser une figure géométrique à partir d'un programme de construction	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G15	Reconnaitre un parallélogramme grâce à sa définition	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G16	Construire un parallélogramme	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G17	Utiliser les propriétés d'un parallélogramme relatives à ses côtés, ses diagonales ou ses angles	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G18	Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G19	Reconnaitre un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré) grâce à sa définition	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G20	Construire un parallélogramme particulier	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G21	Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G22	Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
				Taux de réussite : %
				Note du chapitre : /20
				Moyenne de la classe : /20

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Légende du tableau de compétences :

Deux points verts : *Je sais très bien faire*

Un point vert : *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*

Un point rouge : *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*

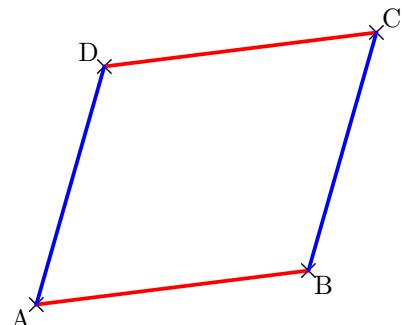
Deux points rouges : *Je sais pas faire du tout*

16.1 Reconnaître un parallélogramme

Définition : parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux

Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).



16.2 Centre de symétrie d'un parallélogramme

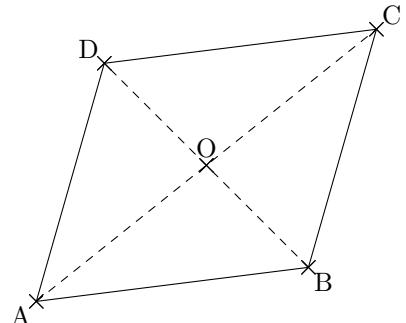
Propriété

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.

Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]



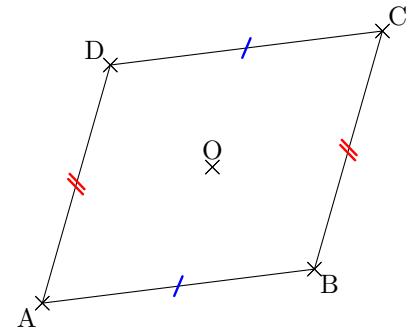
16.3 Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

a) propriété relative à la longueur de ses côtés

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Les segments [CD] et [AB] sont symétriques par rapport au point O ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc [CD] et [AB] ont même longueur, tout comme [AD] et [BC].

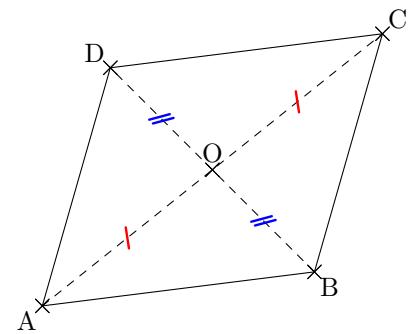


b) propriété relative aux diagonales

Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point O ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point O revient à dire que O est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc O est le milieu de [AC], et aussi celui de [BD].

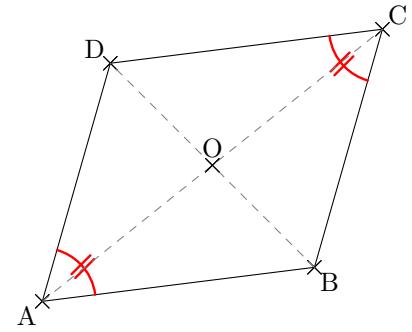


c) propriétés relative aux angles

Propriété 3

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

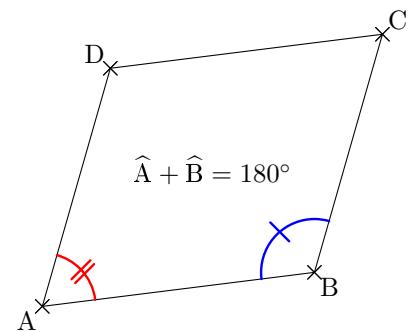
Le symétrique de l'angle \widehat{BAD} par rapport au point O est l'angle \widehat{DCB} ; ils sont donc de même mesure



Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires (*c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 180°*).

Preuve : voir par ailleurs (*chapitre "angles et parallélisme"*)



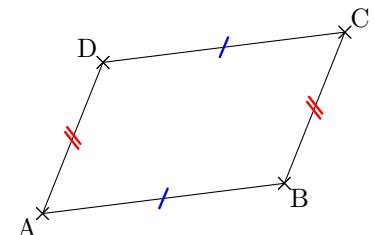
16.4 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela, on utilise les **réciproques** des propriétés énoncées ci-dessus :

a) en utilisant la longueur de ses côtés

Propriété 5

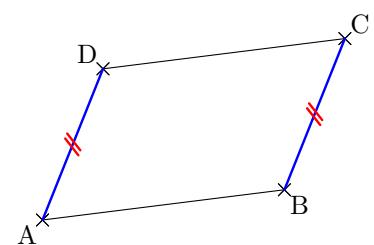
Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de la même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



ou une variante :

Propriété 6

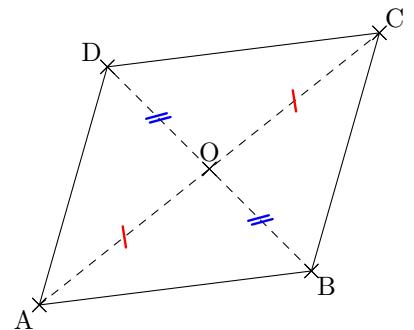
Si un quadrilatère (non croisé) a **deux** côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



b) en utilisant les diagonales

Propriété 7

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme

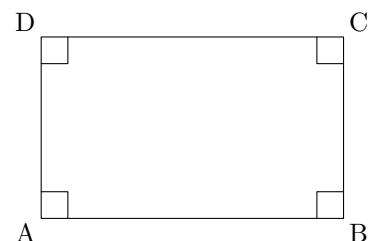


16.5 Reconnaître un parallélogramme particulier grâce à sa définition

a) Le rectangle

Définition : rectangle

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits

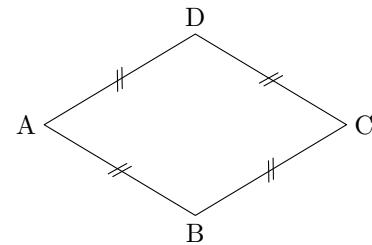


Ses côtés opposés sont donc parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme particulier.

b) Le losange

Définition : losange

Un **losange** est un quadrilatère qui a tous ses côtés de la même longueur

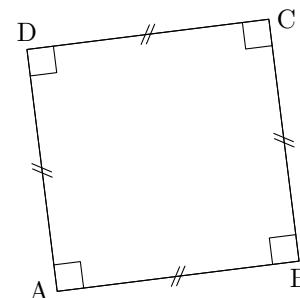


Ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux : c'est donc un parallélogramme particulier.

c) Le carré

Définition : carré

Un **carré** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits et tous ses côtés de la même longueur



C'est à la fois un rectangle et un losange ; c'est donc un parallélogramme particulier.

16.6 Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers

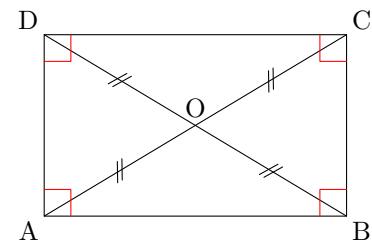
Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection de leurs diagonales
- leurs côtés opposés sont de la même longueur deux à deux
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

a) Le rectangle

Propriété 8

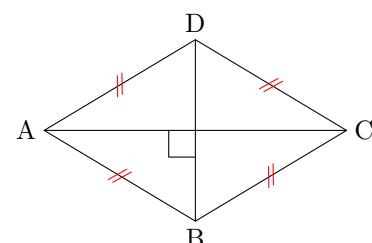
Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de la même longueur.



b) Le losange

Propriété 9

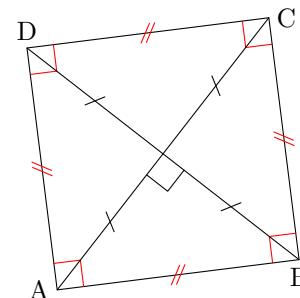
Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.



c) Le carré

Propriété 10

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont de la même longueur et perpendiculaires.



16.7 Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré)

a) Le rectangle

Propriété 11

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Propriété 12

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

b) Le losange

Propriété 13

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange.

Propriété 14

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

c) Le carré

Propriété 15

Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un carré.

Propriété 16

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

Pour résumer...

