

## 5ème - Parallélogramme

### COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
<b>T1</b>	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	○ ○	○ ○	○ ○
<b>T3</b>	Réaliser une figure géométrique à partir d'un programme de construction	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G15</b>	Reconnaître un parallélogramme grâce à sa définition	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G16</b>	Construire un parallélogramme	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G17</b>	Utiliser les propriétés d'un parallélogramme relatives à ses côtés, ses diagonales ou ses angles	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G18</b>	Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G19</b>	Reconnaître un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré) grâce à sa définition	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G20</b>	Construire un parallélogramme particulier	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G21</b>	Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers	○ ○	○ ○	○ ○
<b>G22</b>	Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier	○ ○	○ ○	○ ○
		<b>Taux de réussite :</b> ..... %		
		<b>Note du chapitre :</b> ..... /20		
		<b>Moyenne de la classe :</b> ..... /20		

\* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

**Légende du tableau de compétences :**

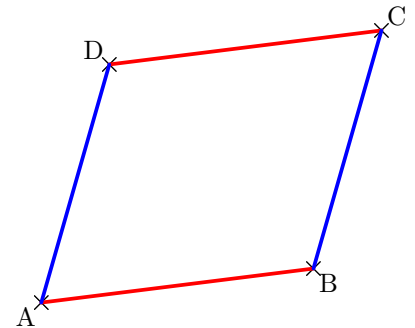
- Deux points verts : *Je sais très bien faire*  
Un point vert : *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*  
Un point rouge : *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*  
Deux points rouges : *Je sais pas faire du tout*

## 16.1 Reconnaître un parallélogramme

**Définition : parallélogramme**

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux

Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).



## 16.2 Centre de symétrie d'un parallélogramme

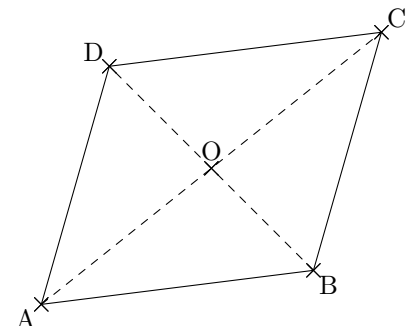
**Propriété**

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.

Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]



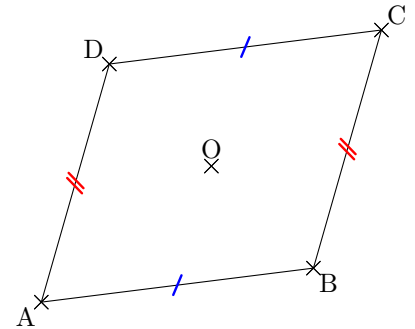
## 16.3 Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

### a) propriété relative à la longueur de ses côtés

#### Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Les segments  $[CD]$  et  $[AB]$  sont symétriques par rapport au point  $O$  ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc  $[CD]$  et  $[AB]$  ont même longueur, tout comme  $[AD]$  et  $[BC]$ .

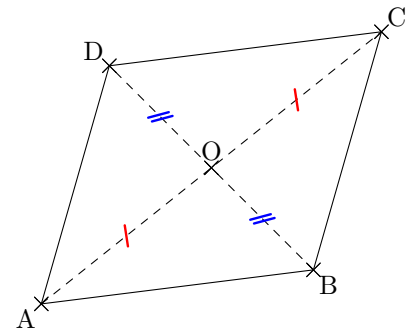


### b) propriété relative aux diagonales

#### Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point  $O$  ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point  $O$  revient à dire que  $O$  est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc  $O$  est le milieu de  $[AC]$ , et aussi celui de  $[BD]$ .

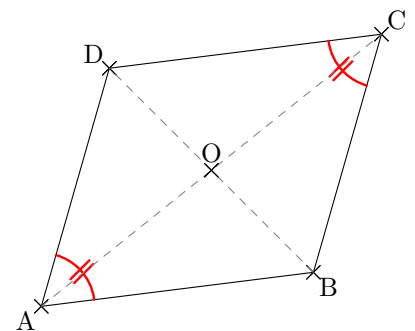


### c) propriétés relative aux angles

#### Propriété 3

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

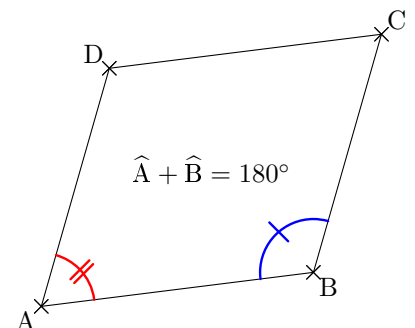
Le symétrique de l'angle  $\widehat{BAD}$  par rapport au point  $O$  est l'angle  $\widehat{DCB}$  ; ils sont donc de même mesure



#### Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut  $180^\circ$ ).

Preuve : voir par ailleurs (*chapitre "angles et parallélisme"*)



## 16.4 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela, on utilise les **réciroques** des propriétés énoncées ci-dessus :

### a) en utilisant la longueur de ses côtés

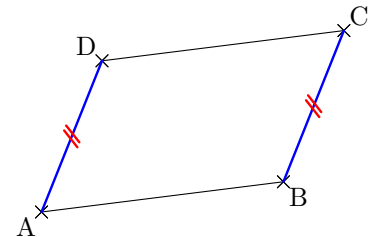
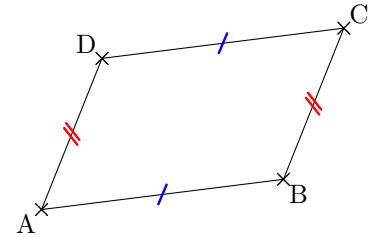
#### Propriété 5

Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de la même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme

ou une variante :

#### Propriété 6

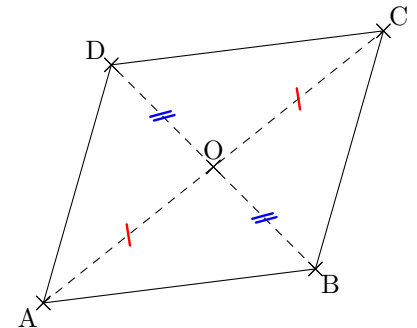
Si un quadrilatère (non croisé) a **deux** côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



### b) en utilisant les diagonales

#### Propriété 7

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



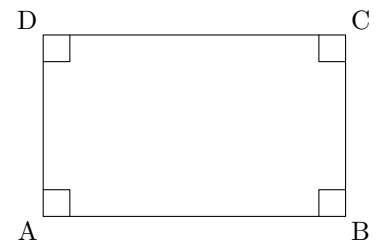
## 16.5 Reconnaître un parallélogramme particulier grâce à sa définition

### a) Le rectangle

#### Définition : rectangle

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits

Ses côtés opposés sont donc parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme particulier.

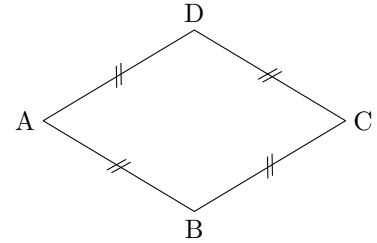


## b) Le losange

### Définition : losange

Un **losange** est un quadrilatère qui a tous ses côtés de la même longueur

Ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux : c'est donc un parallélogramme particulier.

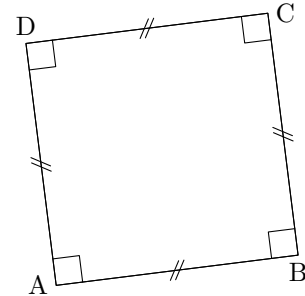


## c) Le carré

### Définition : carré

Un **carré** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits et tous ses côtés de la même longueur

C'est à la fois un rectangle et un losange ; c'est donc un parallélogramme particulier.



## 16.6 Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers

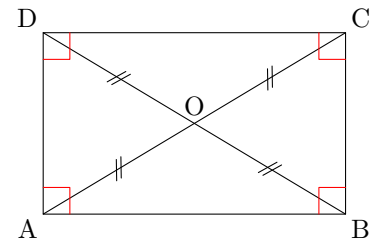
Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection de leurs diagonales
- leurs côtés opposés sont de la même longueur deux à deux
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

## a) Le rectangle

### Propriété 8

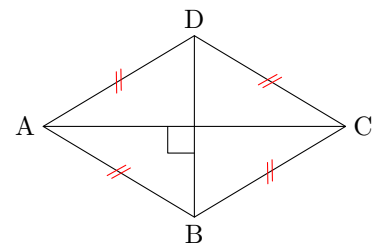
Si un quadrilatère est un rectangle, **alors** ses diagonales sont de la même longueur.



## b) Le losange

### Propriété 9

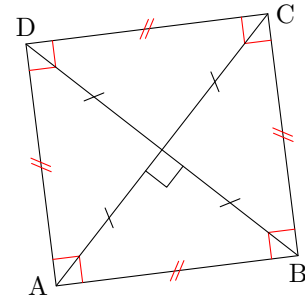
Si un quadrilatère est un losange, **alors** ses diagonales sont perpendiculaires.



c) Le carré

Propriété 10

Si un quadrilatère est un carré, **alors** ses diagonales sont de la même longueur et perpendiculaires.



## 16.7 Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré)

a) Le rectangle

Propriété 11

Si un parallélogramme a un angle droit, **alors** c'est un rectangle.

Propriété 12

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **alors** c'est un rectangle.

b) Le losange

Propriété 13

Si un parallélogramme a deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un losange.

Propriété 14

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **alors** c'est un losange.

c) Le carré

Propriété 15

Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un carré.

Propriété 16

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, **alors** c'est un carré.

Pour résumer...

