# 6 Initiation à la résolution d'équations

## 6.1 Généralité et test

Définition :
Une équation est une égalité dans laquelle un ou plusieurs nombres sont inconnus. Ce(s) nombre(s) est (sont) appelé(s) inconnue(s) et remplacé(s) par une(des) lettre(s).

L'expression à gauche (à droite) du signe = est le membre gauche (droit)

Exemples :
$4x + 2 = 10$
$3y = 4x – 2$
$(x + 7)(x – 5) = 0$

Solution :
Un nombre est solution de $4x + 2 = 10$ si lorsque qu'on teste (voir fiche 2, §2-2), les deux membres de l'équation sont égaux.

♦ Parmi ces nombres y a-t-il des solutions de l'équation précédente : 5 ; 2 ; 1 ?
$4 \times 5 + 2 = 22$ donc 5 n'est pas une solution.
$4 \times 2 + 2 = 10$ donc 2 est une solution
$4 \times 1 + 2 = 6$ donc 1 n'est pas une solution.

♦ Parmi ces nombres, 2 ;4, y a-t-il des solutions de : $3x + 1 = 4x – 3$ ?
$3 \times 2 + 1 = 7$ et $4 \times 2 – 3 = 5$
Les deux membres de l'équation ne sont pas égaux donc 2 n'est pas une solution.

$3 \times 4 + 1 = 13$ et $4 \times 4 – 3 = 13$
Les deux membres de l'équation sont égaux donc 4 est une solution

♦ Parmi ces nombres, 8 ; 5 ;-7 y a-t-il des solutions de $(x + 7)(x – 5) = 0$ ?
$(8 + 7)(8 – 5) = 15 \times 3 = 45$ donc 8 n'est pas une solution.
$(5 + 7)(5 – 5) = 13 \times 0 = 0$ donc 5 est une solution
$(-7 + 7)(7 – 5) = 0 \times 2 = 0$ donc –7 est aussi une solution

♦ Cas où il y a plusieurs inconnues différentes :
$x = 2$ et $y = 5$ sont-elles solutions de $3y = 4x – 2$ ?
$3 \times 5 = 15$ et $4 \times 2 – 2 =6$ donc elles ne sont pas solutions.

Et $x = 5$ et $y = 6$ ?
$3 \times 6 = 18$ et $4 \times 5 – 2 = 18$ donc ce sont bien des solutions.

Définition : résoudre une équation c'est trouver toutes les solutions de cette équation.

### 6.2 Résolution des équations $x$ + a = b et a$x$ = b

Règles
On peut ajouter, soustraire le même nombre dans les deux membres d'une équation sans en changer les solutions.
On peut multiplier, diviser, par le même nombre les deux membres d'une équation sans en changer les solutions.

Exemples :

| | | |
|---|---|---|
| $x + 45 = 458$ | $7 + x = 23$ | $x - 5 = 12$ |
| $x + 45 - 45 = 458 - 45$ | $7 + x - 7 = 23 - 7$ | $x - 5 + 5 = 12 + 5$ |
| $x = 413$ | $7 + x + (-7) = 23 - 7$ | $x + (-5) + 5 = 12 + 5$ |
| | $x = 16$ | $x = 17$ |

Pour être sûr de ses calculs il faut vérifier en testant la valeur trouvée.

$413 + 45 = 458$ OK $\quad 7 + 16 = 23$ OK $\quad 17 - 5 = 12$ OK

Exemples :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $5 \times x = 15$ | $3x = 16$ | $48x = 3$ | $\frac{x}{8} = 12$ |
| $\frac{5 \times x}{5} = \frac{15}{5}$ | $\frac{3x}{3} = \frac{16}{3}$ | $\frac{48x}{48} = \frac{3}{48}$ | $\frac{x}{8} \times 8 = 12 \times 8$ |
| $x = 3$ | $x = \frac{16}{3}$ | $x = 0{,}125$ | $x = 96$ |

Dans le deuxième cas, si l'on veut une valeur exacte il faut utiliser l'écriture fractionnaire.

Pour vérifier s'il n'y a pas d'erreur il suffit de tester la valeur trouvée :

$5 \times 3 = 15$ OK $\quad 3 \times \frac{16}{3} = \frac{48}{3} = 16$ OK $\quad 48 \times 0{,}125 = 3$ OK $\quad \frac{96}{8} = 12$ OK

### 6.3 Résolution de $\frac{a}{x} = b$

On sait que l'on peut multiplier par le même nombre les deux membres de l'égalité sans en changer les solutions. Le nombre par lequel on multiplie peut être l'inconnue

Exemple 1 :

$\frac{6}{x} = 3$

$\frac{6}{x} \times x = 3 \times x$

$6 = 3x$

On revient à une équation du paragraphe 6-2

$$\frac{6}{3} = \frac{3x}{3}$$

$2 = x$

On vérifie : $\frac{6}{2} = 3$ OK

<u>Exemple 2</u>

$$\frac{125}{x} = 50$$

$$\frac{125}{x} \times x = 50x$$

$125 = 50x$

$$\frac{125}{50} = x$$

$2{,}5 = x$

On vérifie : $\frac{125}{2{,}5} = 50$ OK