

CALCUL LITTÉRAL ET ÉQUATIONS

1) Calculs d'expressions littérales

- a) Définition : Une expression littérale est une expression contenant une ou plusieurs lettres qui remplacent n'importe quel nombre.
- b) Simplification d'écriture : On peut supprimer le signe \times lorsqu'il est précédé ou suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Cas particuliers : $1 \times a = a \times 1 = a$ $a \times a = a^2$ $a \times a \times a = a^3$

Exemples : $A = 3 \times a \times 5 \times b$ s'écrit

$A = 3 \times 5 \times a \times b$ On regroupe les nombres ensemble et les lettres ensemble.

$A = 15 \times a \times b$ On calcule les termes numériques.

$A = 15 a b$ On simplifie l'écriture.

$B = 3 \times (5x - 4)$ s'écrit

$B = 3(5x - 4)$

- c) Pour calculer une expression littérale : on remplace les lettres par leurs valeurs.

Exemple : calculer la valeur de l'expression $A = 5x^2 + 2x - 8$ pour $x = 2$.

$A = 5 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 - 8$

$A = 20 + 4 - 8$

$A = 16$

2) Développement et factorisation

- a) Développement : Développer un produit, c'est transformer ce produit en **une somme ou une différence**.

Exemple : Développer $A = 3 \times (2x - 5)$

$A = 3 \times 2x - 3 \times 5$

$A = 6x - 15$

- b) Factorisation : Factoriser une somme ou une différence, c'est transformer cette somme ou cette différence en **un produit**.

Exemple : Factoriser $B = 15x - 25y + 5$

$B = 5 \times 3x - 5 \times 5y + 5 \times 1$ 5 est un facteur commun.

$B = 5x(3x - 5y + 1)$ On factorise par 5.

$B = 5(3x - 5y + 1)$ On simplifie l'écriture.

- c) Réduire une expression : C'est regrouper les termes qui ont exactement les mêmes lettres ensemble.

Exemple : Réduire $C = 3a - 2a$ a est un facteur commun.

$C = (3 - 2)a$ On factorise par a .

$C = 1a = a$ On simplifie l'écriture.

3) Equation

a) Tester une égalité :

On remplace les lettres identiques par une même valeur dans chaque membre de l'égalité.
On regarde si on trouve la même réponse dans les 2 membres de l'égalité.

Exemple : L'égalité $10x - 2 = 8 + 5x$ est-elle vérifiée pour $x = 2$ puis pour $x = 1$?

On calcule $A = 10x - 2$ et $B = 8 + 5x$ pour $x = 1$.

$$A = 10 \times 1 - 2 = 10 - 2 = 8.$$

$$B = 8 + 5 \times 1 = 8 + 5 = 13.$$

$A \neq B$. Donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = 1$.

On calcule $A = 10x - 2$ et $B = 8 + 5x$ pour $x = 2$.

$$A = 10 \times 2 - 2 = 20 - 2 = 18.$$

$$B = 8 + 5 \times 2 = 18.$$

$A = B$. Donc l'égalité est vérifiée pour $x = 2$.

b) Trouver un nombre manquant :

Exemple : Trouver la valeur de x qui vérifie l'égalité $2x + 1 = 4$.
Cela signifie résoudre l'équation $2x + 1 = 4$.

On calcule le terme avec la lettre : $2x = 4 - 1$. Soit $2x = 3$.

On calcule la lettre :

$$x = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Vérification : On teste l'égalité pour $x = 1,5$.
On calcule $A = 2x + 1$ pour $x = 1,5$.
On obtient $A = 2 \times 1,5 + 1 = 3 + 1 = 4$.
Donc l'égalité est vérifiée.

On dit que $x = 1,5$ est solution de l'équation.