

CALCUL LITTÉRAL

I — Rappels sur la multiplication



Méthode (CALCULER $8x \times 5$)

$$\begin{aligned}
 8x \times 5 &= 8 \times x \times 5 && \text{on écrit toutes les multiplications} \\
 &= \underbrace{8 \times 5}_{\substack{\text{on change l'ordre des facteurs} \\ \text{pour mettre les nombres devant}}} \times x && \text{on n'écrive pas ces trois étapes} \\
 &= 40 \times x && (\text{on les fait dans sa tête}). \\
 &= 40x && \text{on calcule la multiplication} \\
 && \text{on écrit le résultat sans la multiplication} && \text{on écrit le résultat sans la multiplication}
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 1 (SUR CE TD) : Calcule :

$$\begin{array}{llll}
 4x \times 9 = \dots & 11x \times 7 = \dots & 2 \times 8x = \dots & 6 \times 5x = \dots \\
 10 \times 6x = \dots & 7x \times 2 = \dots & 8 \times x = \dots & x \times 12 = \dots
 \end{array}$$



Méthode (CALCULER $7x \times 5x$)

$$\begin{aligned}
 7x \times 5x &= 7 \times x \times 5 \times x && \text{on écrit toutes les multiplications.} \\
 &= \underbrace{7 \times 5}_{\substack{\text{on change l'ordre des facteurs} \\ \text{pour mettre les nombres devant.}}} \times \underbrace{x \times x}_{\substack{\text{on écrit le résultat sans la multiplication.} \\ \text{on écrit le résultat sans la multiplication.}}} && \text{on n'écrive pas ces trois étapes.} \\
 &= 35 \times x^2 && \text{on calcule les multiplications.} \\
 &= 35x^2 &&
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 2 (SUR CE TD) : Calcule :

$$\begin{array}{llll}
 4x \times 2x = \dots & 11x \times 7x = \dots & 3x \times 8x = \dots & 6x \times 5x = \dots \\
 10x \times 9x = \dots & 7x \times 2x = \dots & 12x \times x = \dots & x \times 21x = \dots
 \end{array}$$

■ EXERCICE 3 (SUR CE TD) : Calcule :

$6x \times 5 = \dots$	$5x \times 12x = \dots$	$9x \times 4 = \dots$
$3a \times 8a = \dots$	$3 \times 24y = \dots$	$4z \times 13z = \dots$
$c \times 2c = \dots$	$4f \times 6 = \dots$	$2b \times b \times 3 = \dots$



Méthode (DÉVELOPPER $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$$\begin{aligned}
 A &= 5(8x + 2) \\
 A &= 5 \times (8x + 2) && \text{on écrit la multiplication et les flèches de développements} \\
 A &= \underbrace{5 \times 8x}_{\text{chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit}} + \underbrace{5 \times 2}_{\text{on calcule chaque multiplication}} \\
 A &= 40x + 10.
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 4 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Développement de $B = 6(4x + 3)$:

$$\begin{aligned}
 B &= 6(4x + 3) \\
 B &= 6 \dots \dots (4x + 3) \\
 B &= 6 \times \dots \dots + 6 \times \dots \dots \\
 B &= \dots \dots + \dots \dots
 \end{aligned}$$

Développement de $C = 5x(2x + 7)$:

$$\begin{aligned}
 C &= 5x(2x + 7) \\
 C &= 5x \dots \dots (2x + 7) \\
 C &= 5x \times 2x + \dots \dots \times \dots \dots \\
 C &= \dots \dots + \dots \dots
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 5 (SUR CE TD) : Développe et réduis :

$$A = 7(2x + 3)$$

$$B = 8(6 + 3x)$$

$$C = 9x(2x + 7)$$

$$D = 2x(9 + 3x)$$



Méthode (DÉVELOPPER $a(bx - c)$)

On veut développer $B = 4(8x - 3)$:

$$\begin{aligned}
 B &= 4(8x - 3) \\
 B &= 4 \times (8x - 3) && \text{on écrit la multiplication et les flèches de développements} \\
 B &= \underbrace{4 \times 8x}_{\text{chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit}} - \underbrace{4 \times 3}_{\text{on calcule chaque multiplication}} \\
 B &= 32x - 12.
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 6 (SUR CE TD) : Complète les développements suivants :

Développement de $B = 2(4x - 3)$:

$$\begin{aligned}
 B &= 2(4x - 3) \\
 B &= 2 \dots \dots (4x - \dots \dots) \\
 B &= 2 \times \dots \dots - 2 \times 3 \\
 B &= \dots \dots - \dots \dots
 \end{aligned}$$

Développement de $C = 3x(5x - 7)$:

$$\begin{aligned}
 C &= 3x(5x - 7) \\
 C &= 3x \dots \dots (5x - \dots \dots) \\
 C &= 3x \times 5x - \dots \dots \times \dots \dots \\
 C &= \dots \dots - \dots \dots
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 7 (SUR CE TD) : Développe et réduis :

$$A = 4x(2x - 7)$$

$$B = 8x(2 - 5x)$$

$$C = 6x(2x - 4)$$

$$D = 2x(9 - 2x)$$

■ EXERCICE 8 (DANS TON CAHIER) : Développe et réduis :

$$A = 4(4a + 5)$$

$$C = 5(4c^2 - 1)$$

$$B = 6(7 - b)$$

$$D = d^2(3 + 7d)$$

$$E = 9e(e + 6)$$

$$F = f^2(2 - f)$$

II – Factoriser une expression



Rappel 3

Les tables de multiplications permettent de décomposer les nombres sous forme de produit de nombres entiers

Exemples :

- * Une décomposition de 21 : $21 = 7 \times 3$,
- * Une décomposition de 40 : $40 = 8 \times 5$, mais il en existe d'autres !
- * Une décomposition de 2 : $2 = 1 \times 2$.

■ EXERCICE 9 (SUR CE TD) : Pour chaque nombre, trouve une décomposition en multiplication de nombres entiers, en évitant si possible d'utiliser le nombre 1 :

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $4 = \dots \times \dots$ | b) $20 = \dots \times \dots$ | c) $50 = \dots \times \dots$ | d) $5 = \dots \times \dots$ |
| e) $8 = \dots \times \dots$ | f) $9 = \dots \times \dots$ | g) $1 = \dots \times \dots$ | h) $28 = \dots \times \dots$ |



Méthode (FACTORISER PAR UN NOMBRE CONNU)

On veut factoriser : $A = 15x + 10$

$$\begin{aligned}
 A &= 15x + 10 \\
 A &= 3 \times 5 \times x + 2 \times 5 \quad \leftarrow \text{On fait apparaître des multiplications en décomposant les nombres.} \\
 A &= 3 \times \underline{5} \times x + 2 \times \underline{5} \quad \leftarrow \text{On souligne ce qui est en commun dans chaque produit.} \\
 A &= \underline{5} \times (3 \times x + 2) \quad \leftarrow \text{On écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre parenthèses.} \\
 A &= 5(3x + 2) \quad \leftarrow \text{On simplifie l'écriture.}
 \end{aligned}$$



Méthode (FACTORISER PAR UN NOMBRE INCONNU)

On veut factoriser : $B = x^2 - 2x$

$$\begin{aligned}
 B &= x^2 - 2x \\
 B &= x \times x - 2 \times x \quad \leftarrow \text{On fait apparaître des multiplications en décomposant.} \\
 B &= \underline{x} \times \underline{x} - 2 \times x \quad \leftarrow \text{On souligne ce qui est en commun dans chaque produit.} \\
 B &= \underline{x} \times (x - 2) \quad \leftarrow \text{On écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre parenthèses.} \\
 B &= x(x - 2) \quad \leftarrow \text{On simplifie l'écriture.}
 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 10 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Factoriser $8x^2 - 12$:

$$\begin{aligned} 8x^2 - 12 &= 4 \times \dots \times \dots - 4 \times \dots \\ &= 4 \times (\dots \times \dots - \dots) \\ &= \dots (\dots - \dots) \end{aligned}$$

Factoriser $6 + 9x^2$:

$$\begin{aligned} 6 + 9x^2 &= \dots \times \dots + \dots \times \dots \\ &= \dots \times (\dots + \dots \times \dots) \\ &= \dots (\dots + \dots) \end{aligned}$$

■ EXERCICE 11 (DANS TON CAHIER) : Factorise les expressions suivantes :

$$A = 7x + 14$$

$$E = x^2 - 9x$$

$$H = 8x + 12y$$

$$B = a^2 + 5a$$

$$F = 21a - 35$$

$$I = 49a - 56b$$

$$C = 6x + 11xy$$

$$G = 2 - 16x$$

$$J = 9t + 9$$

III – Réduction

■ ACTIVITÉ 1 (SUR CE TD) :

1. Complète :

$$8 \text{ filles} + 5 \text{ garçons} + 3 \text{ filles} + 4 \text{ garçons} = \dots \text{ filles} + \dots \text{ garçons}$$

$$11 \text{ filles} + 8 \text{ garçons} + 2 \text{ filles} + 12 \text{ garçons} = \dots \text{ filles} + \dots \text{ garçons}$$

2. En observant les égalités de la question 1, complète :

$$8x + 5y + 3x + 4y = \dots x + \dots y$$

$$11x + 8y + 2x + 12y = \dots x + \dots y$$

3. Complète :

$$4\heartsuit + 7\triangle + 5 + 2\heartsuit + 9\triangle + 8 = \dots \heartsuit + \dots \triangle + \dots$$

$$3\heartsuit + 11\triangle + 12 + 4\heartsuit + 7\triangle + 9 = \dots \heartsuit + \dots \triangle + \dots$$

4. En observant les égalités de la question 3, complète :

$$4x^2 + 7x + 5 + 2x^2 + 9x + 8 = \dots x^2 + \dots x + \dots$$

$$3x^2 + 11x + 12 + 4x^2 + 7x + 9 = \dots x^2 + \dots x + \dots$$



Règle 1

Réduire une expression littérale, c'est regrouper ensemble les termes d'une « même famille ». On procède en deux étapes :

1. On regroupe les termes d'une « même famille »,
2. On calcule ensemble les termes dans chaque famille.

Exemple (1) : Question : réduis l'expression $A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14$.

Réponse :

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14 \\ &= \underbrace{7x^2 + 5x^2}_{12x^2} + \underbrace{3x + 8x}_{11x} + \underbrace{1 + 14}_{15} \\ A &= 12x^2 + 11x + 15 \end{aligned}$$

■ EXERCICE 12 (SUR CE TD) : Complète les réductions suivantes :

$$B = 7x + 6 + 9x + 3$$

$$C = 10c + 13 + 2c + 2$$

$$D = 4x^2 + 2 + 5x + 13x^2 + x + 9$$

$$B = 7x + \dots + 6 + \dots$$

$$C = 10c + \dots + \dots + 2$$

$$D = 4x^2 + \dots + 5x + \dots + 2 + \dots$$

$$B = 16x + \dots$$

$$C = \dots + \dots$$

$$D = 17x^2 + \dots + \dots$$

■ EXERCICE 13 (DANS TON CAHIER) : Réduis les expressions suivantes :

$$E = 5x + 10 + 8x + 11$$

$$F = 5x^2 + 12 + 3x^2 + 2$$

$$G = 7g + 8 + 4g + 1$$

$$H = 4x^2 + 8x + 6 + 7x^2 + 5x + 3 \quad I = 9x^2 + 5x + 11 + 3x^2 + 2x \quad J = x^2 + 6x + 4 + 11x^2 + 10x + 9$$

Exemple (2) : Question : réduis l'expression $A = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$.

Réponse :

$$A = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$$

$$A = 7x^2 + (-3)x + 1 + (-5)x^2 + (-8)x + (-14) \leftarrow \text{on fait apparaître les additions}$$

$$A = \underbrace{7x^2 + (-5)x^2}_{2x^2} + \underbrace{(-3)x + (-8)x}_{(-11)x} + \underbrace{1 + (-14)}_{(-13)} \leftarrow \text{on regroupe les termes de même famille}$$

$$A = 2x^2 + (-11)x + (-13) \leftarrow \text{on calcule le coefficient de chaque terme}$$

$$A = 2x^2 - 11x - 13 \leftarrow \text{on écrit l'expression avec des soustractions (si besoin)}$$

■ EXERCICE 14 (SUR CE TD) : Complète les réductions suivantes :

$$B = 16x - 3 - 10x + 9$$

$$C = 9c - 6 - 2c - 7$$

$$D = 11x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 5 - 8x$$

$$B = 16x + (-3) + \dots + \dots$$

$$C = 9c + (-6) + \dots + \dots$$

$$D = 11x^2 + 3x + (-4) + \dots + \dots$$

$$B = 16x + \dots + (-3) + \dots$$

$$C = 9c + \dots + (-6) + \dots$$

$$D = 11x^2 + \dots + 3x + \dots + (-4) + \dots$$

$$B = 6x + \dots$$

$$C = \dots + \dots$$

$$D = \dots + \dots + \dots$$

■ EXERCICE 15 (SUR CE TD) : Réduis les expressions suivantes :

$$A = 4x + 3 + 5x + 11$$

$$C = 5z + 4,5 + z - 0,5$$

$$E = 12e - 4 + 9$$

$$G = -5x^2 - 1 - 2x^2 + 8$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$B = 16x + 7 - 9x$$

$$D = 15t^2 - 4t^2$$

$$F = 12x + 8x^2 - 10x$$

$$H = 2h + 7h - 5h$$

$$\dots \dots \dots$$

■ EXERCICE 16 (DANS TON CAHIER) : Réduis les expressions suivantes :

$$I = 15i + 10j - 8i + 11j$$

$$J = 7x - 5y + 12x - 3y$$

$$K = -7k + 2\ell + k - \ell$$

$$L = 14\ell^2 + 3\ell + 6 - 7\ell^2 - 5\ell - 3$$

$$M = 9x^2 - 5x - 11 - 3x^2 - 7$$

$$N = 4n^2 - 6n + 4 - 11n^2 + 3n + 9$$

$$O = 5e^2 + 11e - 2 + 8e^2 - 6e$$

$$P = p^2 - 6p - 4 + 5p - 3p^2 + 10$$

$$Q = -5q^2 - 8q - 4 + 2q^2 - 5q + 1$$



Exercice ① (dans ton cahier)

Calcule les fractions suivantes, et donne le résultat sous forme irréductible :

$$\begin{array}{lllll} \frac{1}{2} + \frac{3}{5} & \frac{13}{14} - \frac{5}{7} & 4 + \frac{5}{12} & 9 \times \frac{2}{5} & \frac{16}{9} \times \frac{3}{11} \\ 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} & \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{3}{5} & \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} & 2 - \frac{1}{3} & \frac{8}{11} \times 7 \end{array}$$



Exercice ② (dans ton cahier)

Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau. Elise a mangé trois huitièmes du même gâteau.

1. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à deux ?
2. Quelle part du gâteau reste-t-il ?



Exercice ③ (sur ce TD)

Calcule :

1. $A = x^2 + 4x - 10$ pour $x = 6$:

2. $B = 5x^2 - 3x + 11$ pour $x = 4$:

3. $C = -7x^2 + 12$ pour $x = 3$:



Exercice ④ (sur ce TD)

Développe les expressions suivantes :

$$A = 3(x + 2) \quad B = 7(x - 6) \quad C = 5(3x - 8)$$

$$D = 6(2x + 9) \quad E = x(11 + 4x) \quad F = 2x(5 - 4x)$$



Exercice ⑤ (dans ton cahier)

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 7 + 21x \quad B = 8y + 12 \quad C = 49a - 56 \quad D = 25x + 15$$

$$E = 4x + 4 \quad F = x^2 + 13x \quad G = 7 - 7t \quad H = 3 - 18y$$



Exercice ⑥ (sur ce TD)

Réduis les expressions suivantes :

$$A = 5x + 4x \quad B = 5ab - 9ab + 3 \quad C = 5x^2 + 12 - 6x^2 \quad D = 3 + 4t - 12t - 7t - 3$$



Exercice ⑦ (dans ton cahier et sur ce TD)

- Lis les coordonnées des points A, B, C, D et E .
- Ajoute les points suivants dans le repère ci-contre :

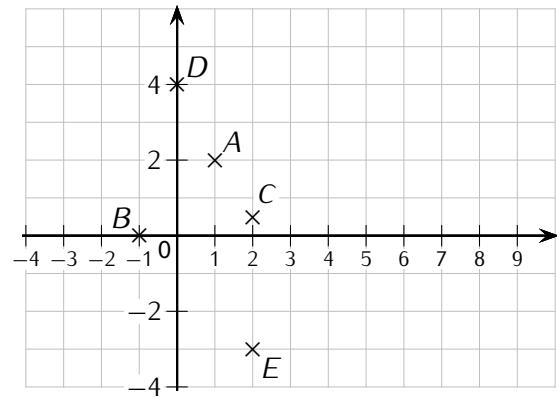
$$F(0; 0)$$

$$G(3; 1)$$

$$H(-2; 2)$$

$$I(8; -3)$$

$$J(-3; -2)$$



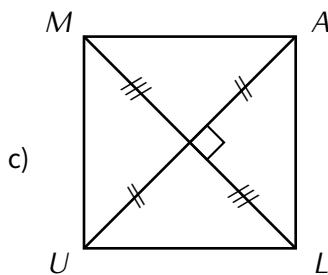
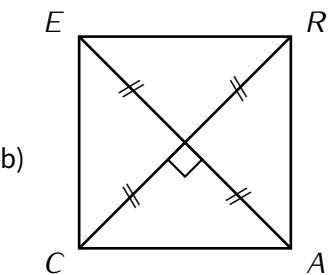
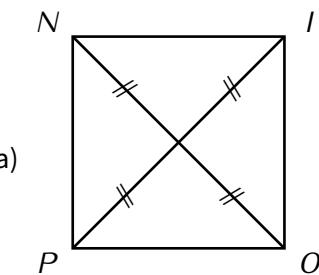
Exercice ⑧ (dans ton cahier)

Bruno a mangé un quart d'un quatre-quarts à midi et le quart du reste à quatre heures. Quelle fraction du gâteau reste-t-il pour le dîner ?



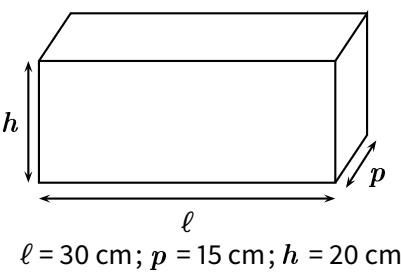
Exercice ⑨ (sur ce TD)

En dessous de chacune des quadrilatères suivants, indique sa nature :



Exercice ⑩ (dans ton cahier)

Le réservoir d'eau distillée ci-contre a la forme d'un parallélépipède rectangle.



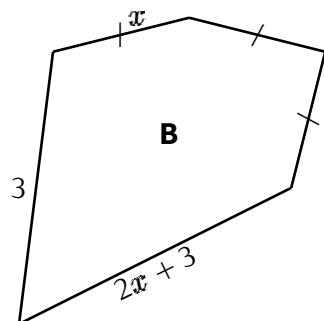
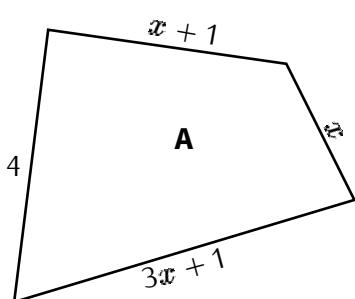
- Calcule, en cm^3 , le volume total V_1 de ce réservoir.

- Sur ce réservoir est indiqué : « volume maximum de remplissage : $\frac{9}{10}$ du volume total du réservoir ».

Calcule le volume maximum conseillé V_m de remplissage.



Exercice ⑪ (dans ton cahier)



Youcef affirme que ces deux figures ont le même périmètre. A-t-il raison ? Justifie.