

Les puissances résumé

Fait par : ahmed barahna

I- Puissance d'un nombre relatif

I- définition

Définition I:

a est un nombre relatif , et n un nombre entier non nul .

$$a \times a \times \cdots \cdots \cdots \times a = a^n$$

n facteurs

La base de la puissance a^n

L'exposant de la puissance a^n

a^n : se lit a exposant n ou bien a puissance n

exemple

$$(-2,5) \times (-2,5) \times (-2,5) = (-2,5)^3$$

$(-2,5)^3$: se lit -2,5 exposant 3 ou bien -2,5 puissance 3

Cas particuliers

a un nombre relatif :

$$a^1 = a \quad \text{et} \quad a^0 = 1 \quad \text{si} \quad a \neq 0$$

$$a^2 = a \times a \quad \longrightarrow \quad a^2 : \text{est le carré de } a$$

$$a^3 = a \times a \times a \quad \longrightarrow \quad a^3 : \text{est le cube de } a$$

2- le signe d'une puissance

Règle I:

a est un nombre relatif , et n un nombre entier non nul .

Si l'exposant n est pair alors la puissance a^n est positive

Si l'exposant n est impair alors la puissance a^n prend le signe de la base a .

Exemple :

$(-5)^8$: est un nombre positif car l'exposant est pair

7^{28} : est un nombre positif car l'exposant est pair

$(-5,8)^3$: est un nombre négatif car l'exposant 3 est impair et -5,8 est négatif

7^{11} : est un nombre positif car la base 7 est positive

Remarque I :

Si n est un nombre pair , alors $(-a)^n = a^n$

Exemple : $(-5)^{10} = 5^{10}$

II- les opérations sur les puissances

I-Produit de deux puissances de même base

Règle 2 :

Soit a un nombre relatif , et n , m deux nombres entiers naturels non nuls.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} 5^2 \times 5^{13} &= 5^{2+13} \\ &= 5^{15} \end{aligned}$$

2- Puissance d'une puissance

Régle 3 :

Soit a un nombre relatif, n et m deux nombres entiers naturels non nuls.

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$(a^n)^m$: puissance d'une puissance

Exemple :

$$\begin{aligned} ((-3,4)^4)^5 &= (-3,4)^{4 \times 5} \\ &= (-3,4)^{20} \\ &= 3,4^{20} \end{aligned}$$

3-Produit de deux puissances de même exposant

Règle 4 :

Soient a et b deux nombres relatifs , et, n un nombre entier naturel non nul.

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemple :

$$\begin{aligned} (-7)^{10} \times (-3)^{10} &= (-7 \times (-3))^{10} \\ &= 21^{10} \end{aligned}$$

4- Quotient de deux puissances de même base

Règle 5 :

Soit a un nombre relatif non nul et, n et m deux nombres entiers naturels non nuls.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \frac{12^7}{12^3} &= 12^{7-3} \\ &= 12^4 \end{aligned}$$

5- Quotient de deux puissances de même exposant

Règle 4 :

Soient a et b deux nombres relatifs et, n un nombre entier naturel non nul.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad b \neq 0$$

Exemple :

$$\frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 \\ = 3^4$$

$$\left(\frac{a}{5}\right)^2 = \frac{a^2}{5^2} \\ = \frac{a^2}{25}$$

III- l'écriture scientifique

I-Puissances de 10 :

Propriété 1 :

n un nombre entier naturel non nul.

$$\underbrace{1000 \dots 0}_n = 10^n$$

Exemple :

$$10000000 = 10^7$$

2- l'écriture scientifique

Définition 2 :

X un nombre décimal

Toute écriture sous la forme **$X = a \times 10^n$** , tel que **a** est un nombre décimal $1 \leq a < 10$ est appelée **l'écriture scientifique** de nombre **X**

Exemple :

$$-5598 = -5,598 \times 10^3$$