

Les droites remarquables dans un triangle

I- les médiatrices

1) La médiatrice d'un segment

Définition 1 :

La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

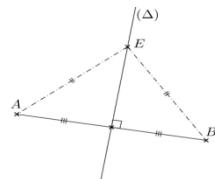
Propriété 1:

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant à ses extrémités.

Exemple

On a le point E appartient à (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$

Alors : $EA = EB$



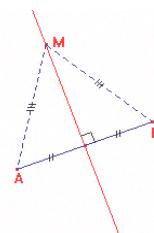
Propriété 2:

Si un point est équidistant aux extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemple

On a $MA = MB$

Alors M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$



2) Les médiatrices d'un triangle

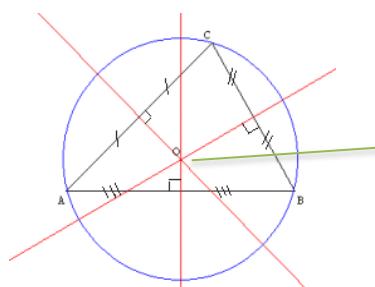
Définition 2 :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés.

Propriété 3:

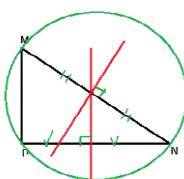
Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle

Exemple

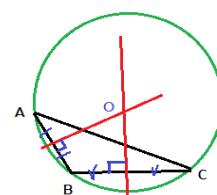


O le Centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Cas particuliers :



Le centre du cercle circonscrit à un triangle à un angle obtus existe à l'extérieur du triangle



Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse

Remarque 1 :

- Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de construire seulement Deux médiatrices de ce triangle.

II-les bissectrices

1) La bissectrice d'un triangle

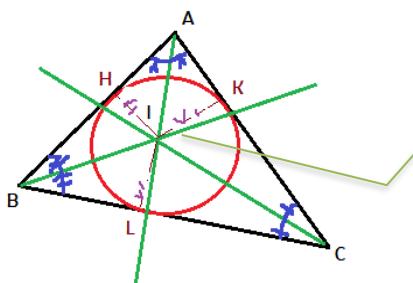
Définition 3 :

La bissectrice d'un angle est la demi-droite issue du sommet de l'angle et qui le partage en deux angles de même mesure (la bissectrice d'un triangle).

Propriété 4:

Les bissectrices sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle

Exemple :



Le centre du cercle inscrit

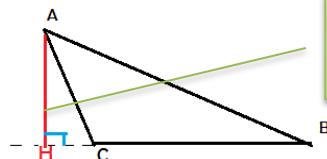
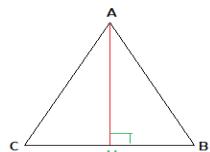
III- les hauteurs

1) La hauteur d'un triangle

Définition 4 :

La hauteur d'un triangle est la droite qui passe par l'un des sommets de ce triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemple :

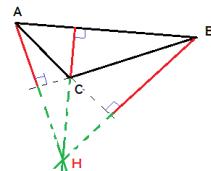
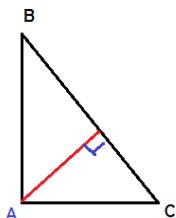


La droite (AH) est appelée une hauteur Du triangle ABC

Propriété 5:

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un seul point appelé orthocentre de ce triangle

Exemple



L'orthocentre d'un triangle rectangle est le sommet d'angle droit

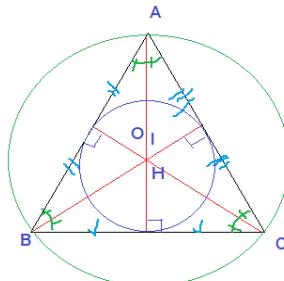
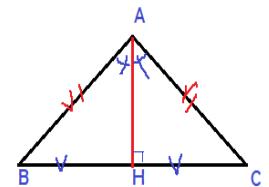
L'orthocentre d'un triangle à un angle obtus existe à l'extérieur du ce triangle

Cas particuliers :

Triangle isocèle :

- Dans un triangle ABC isocèle en A, la hauteur, la bissectrice issue de A et la médiatrice de la base [BC] sont confondues

Triangle équilatéral :



- Dans un triangle ABC équilatéral, la hauteur, les bissectrices issues d'un sommet et la médiatrice du côté opposé sont confondues.