TRIANGLES

1) Construction de triangles

a) Propriété : Si ABC est un triangle dont le plus grand côté est [BC], alors BC ≤ AB + AC. Cette inégalité est appelée ***l'inégalité triangulaire***.

Si a, b et c sont 3 nombres non nuls tels que $a > b$ et $a > c$, si $a < b + c$, alors on peut construire un triangle ABC dont les côtés mesurent a, b et c.

Exemple 1 : Peut-on construire un triangle ABC tel que AB = 4, BC = 5 et AC = 7 ? Si oui, le construire.

Exemple 2 : Peut-on construire un triangle IJK tel que IJ = 4, JK = 3 et IK = 7 ?

b) On connaît 2 côtés et 1 angle :

Exemple : Construire un triangle ABC tel que AB = 5, AC = 4 et $\widehat{B} = 40°$. Justifier.

c) On connaît 1 côté et 2 angles :

Exemple : Construire un triangle ABC tel que AB = 5, $\widehat{A} = 35°$ et $\widehat{C} = 55°$. Justifier.

2) Médiatrices d'un triangle

a) Médiatrice d'un segment

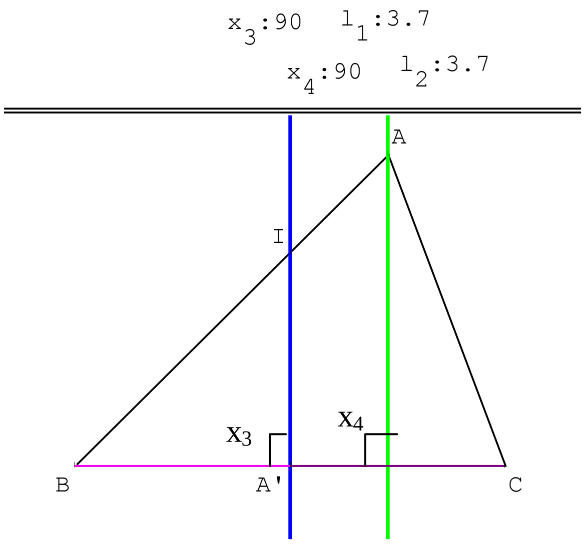
Définition : La médiatrice du segment [AB] est formée de tous les points équidistants (à égale distance) des extrémités A et B.

Soit (d) est la médiatrice de [AB].
Si M ∈ (d) alors MA = MB.
Si MA = MB, alors M ∈ (d).

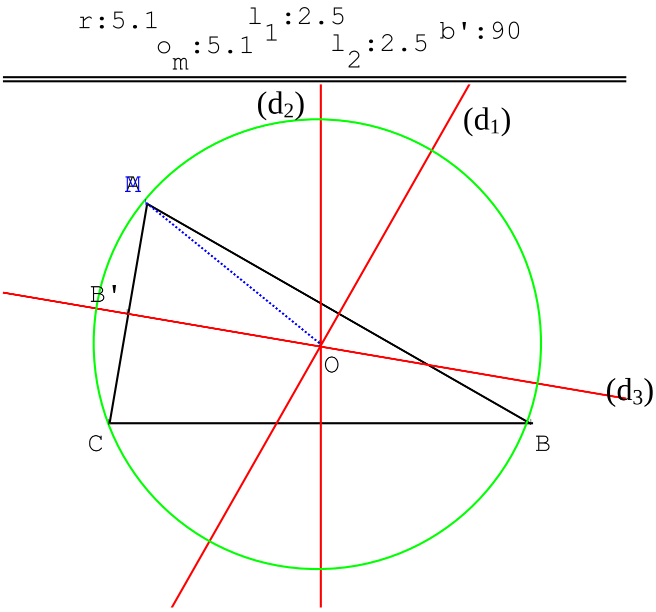
Propriété : La médiatrice du segment [AB] est la droite passant par le milieu I de [AB] et qui est perpendiculaire à [AB].

b) Médiatrices d'un triangle

Dans un triangle ABC, la médiatrice de [BC] est la droite passant par le milieu A' de [BC] et qui est perpendiculaire à [BC].



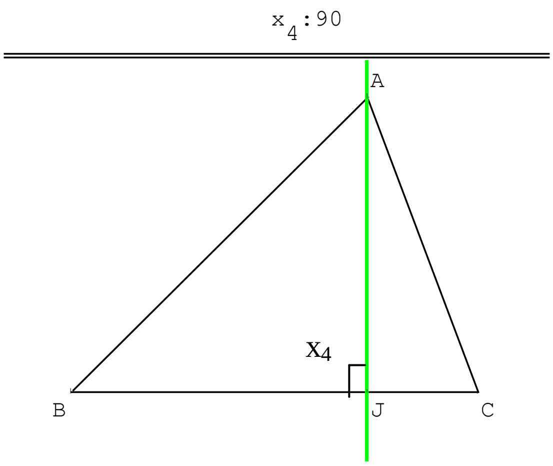
Propriété : Dans un triangle ABC, les 3 médiatrices sont concourantes en un point O, qui est le centre du cercle (**C**) passant par A, B et C.
Ce cercle est appelé le **cercle circonscrit au triangle ABC**.



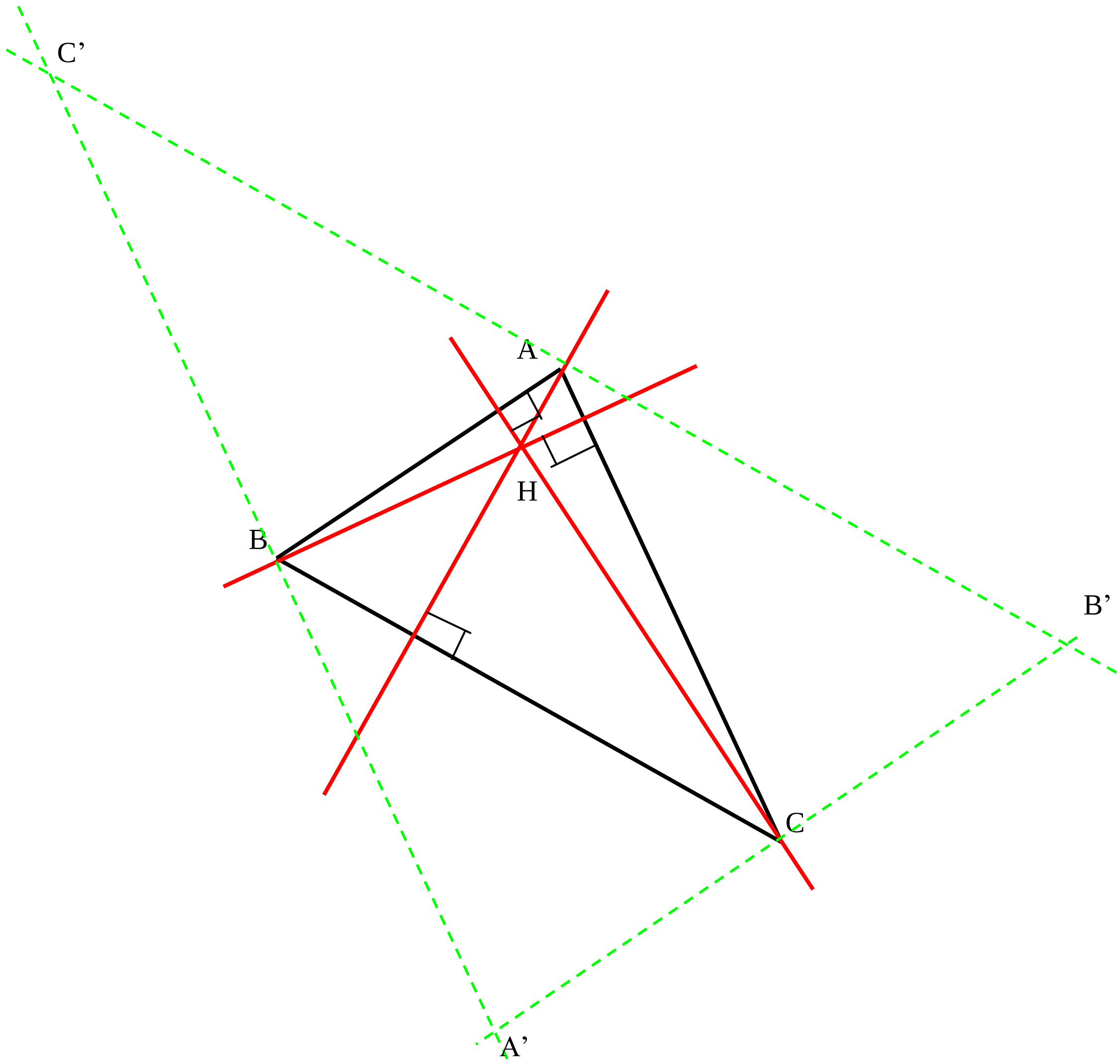
(d_1) et (d_2) sont les médiatrices respectivement de [AB] et [BC].
O est le point d'intersection de (d_1) et (d_2).
Alors OA = OB = OC.
Donc OA = OC. Donc O est sur la médiatrice (d_3) de [AC].
Les 3 médiatrices sont concourantes en O.
De plus OA = OB = OC = r.
Donc O est le centre du cercle passant par A, B et C.

3) Hauteurs

a) Définition : Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A est la droite passant par A et qui est perpendiculaire au côté opposé [BC].



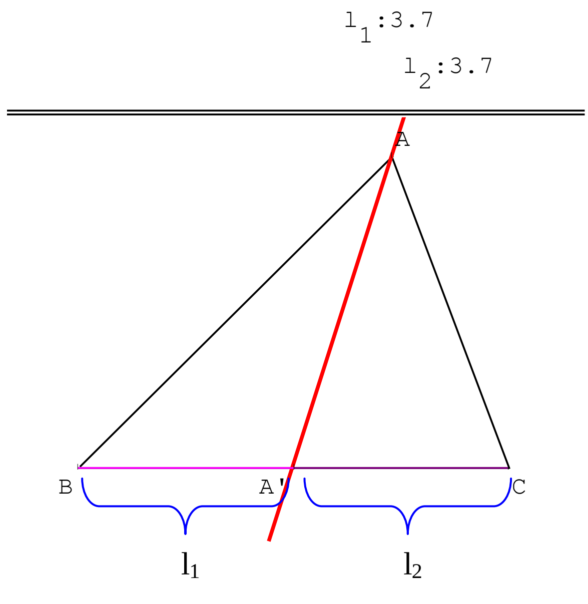
b) Propriété : Dans un triangle ABC, les 3 hauteurs sont concourantes en un point H.
Ce point est appelé l'**orthocentre du triangle ABC**.



4) Médianes d'un triangle

a) Définition :

Dans un triangle ABC, la médiane issue de A est la droite passant par A et le milieu A' du côté opposé [BC].



b) Propriété :

Dans un triangle ABC, les 3 médianes sont concourantes en un point G.

Ce point est appelé le **centre de gravité du triangle ABC**.