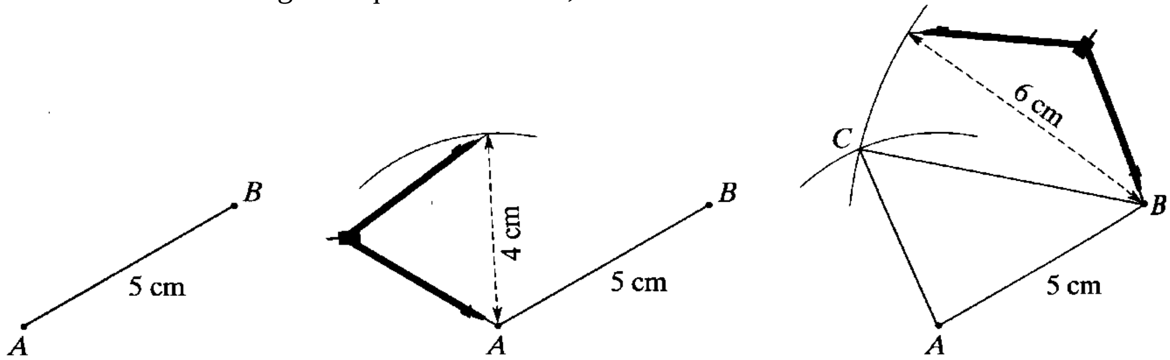
La Providence

Chapitre 6 : TRIANGLES

I. CONSTRUCTIONS

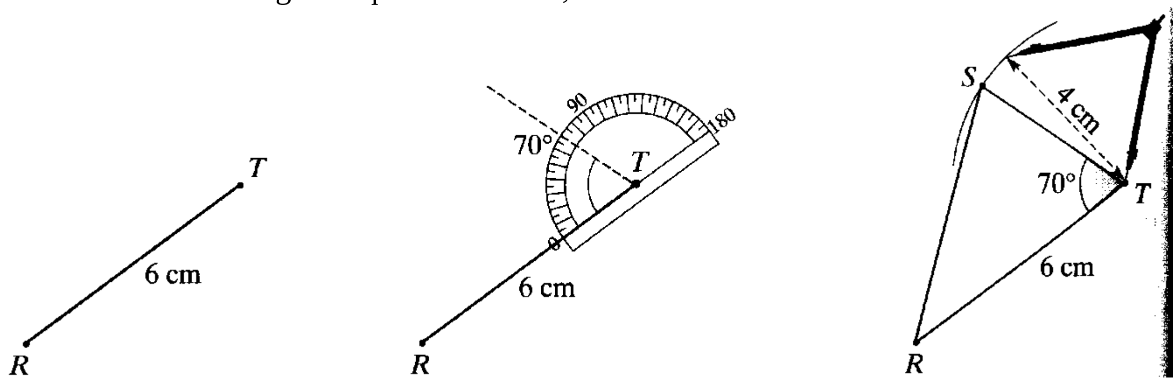
1) On connait les mesures des trois côtés :

Exemple : Soit ABC un triangle tel que AB = 5 cm , AC = 4 cm et BC = 6 cm



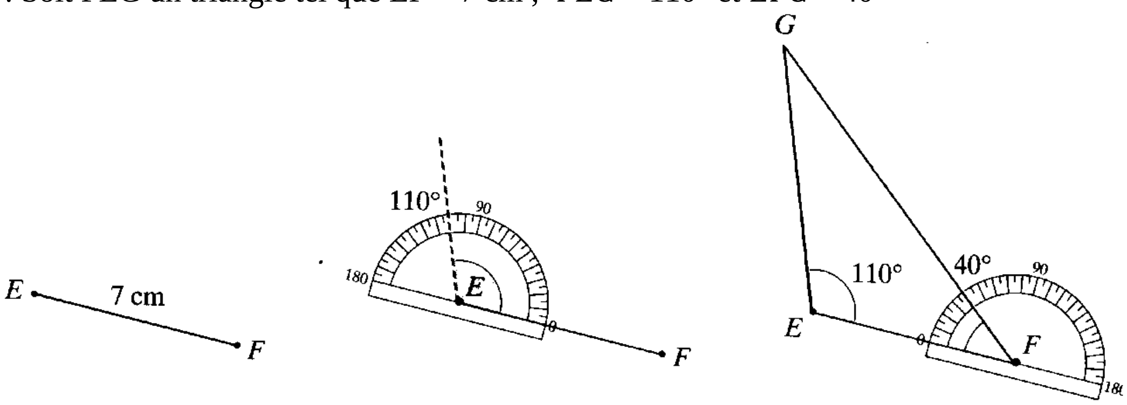
2) On connait les mesures de deux côtés et l'angle compris entre ces côtés :

Exemple : Soit RST un triangle tel que RT = 6 cm , ST = 4 cm et $\widehat{RTS} = 70°$



3) On connait les mesures d'un côté et de deux angles adjacents à ce côté :

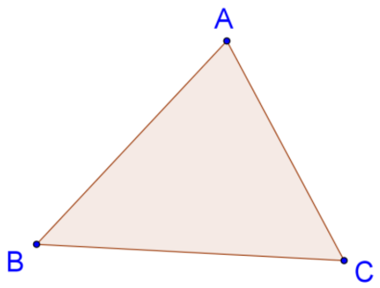
Exemple : Soit FEG un triangle tel que EF = 7 cm , $\widehat{FEG} = 110°$ et $\widehat{EFG} = 40°$



II. INEGALITE TRIANGULAIRE

Propriété : **Inégalité triangulaire**
Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Ainsi dans un triangle ABC quelconque :



$$AB < AC + BC$$
$$AC < AB + BC$$
$$BC < AB + AC$$

→ « La ligne droite reste le plus court chemin pour aller d'un point à un autre ».

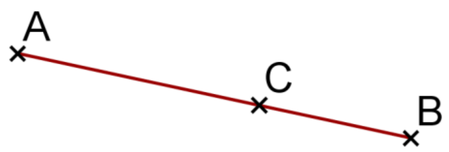
Méthode :
En pratique, on identifie le plus grand côté et on calcule la somme de la longueur des deux plus petits côtés. Cette somme doit être supérieure à celle du grand.

***Exemple* :** Peut-on tracer un triangle de côtés 8 cm, 13 cm et 7 cm ?
Le plus grand côté mesure 13 cm.
8 + 7 = 15 cm.
15 > 13 donc l'inégalité triangulaire est respectée, la construction est possible.

***Exemple* :** Peut-on tracer un triangle de côtés 2 cm, 3 cm et 6 cm ?
Le plus grand côté mesure 6 cm.
2 + 3 = 5 cm.
5 < 6 donc l'inégalité triangulaire n'est pas respectée, la construction est impossible.

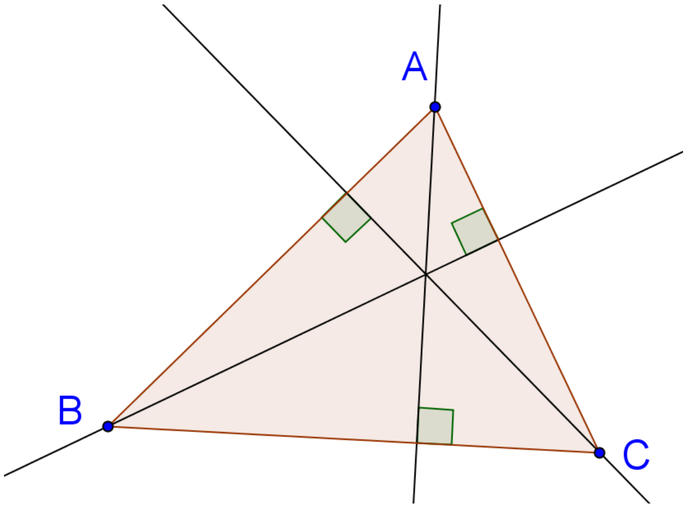
Propriété : Egalité triangulaire
Dans un triangle, si la longueur du grand côté est égale à la somme des longueurs des deux autres côtés, le triangle est plat.
Si $AB = AC + BC$, alors le point C appartient au segment $[AB]$.
Si le point C appartient au segment $[AB]$, alors $AB = AC + BC$.

***Exemple* :** Peut-on tracer un triangle de côtés 8 cm, 13 cm et 5 cm ?
Le plus grand côté mesure 13 cm.
8 + 5 = 13 cm.
C'est l'égalité triangulaire, le triangle est plat.

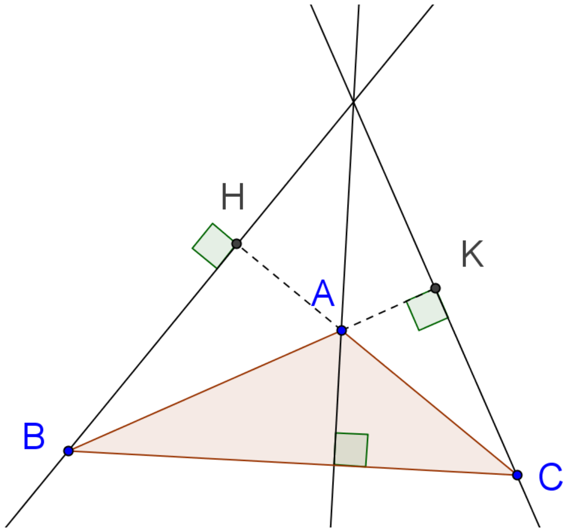


III. HAUTEUR D'UN TRIANGLE

Définition :
Une **hauteur** d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire à son côté opposé.



Pas d'angle obtus

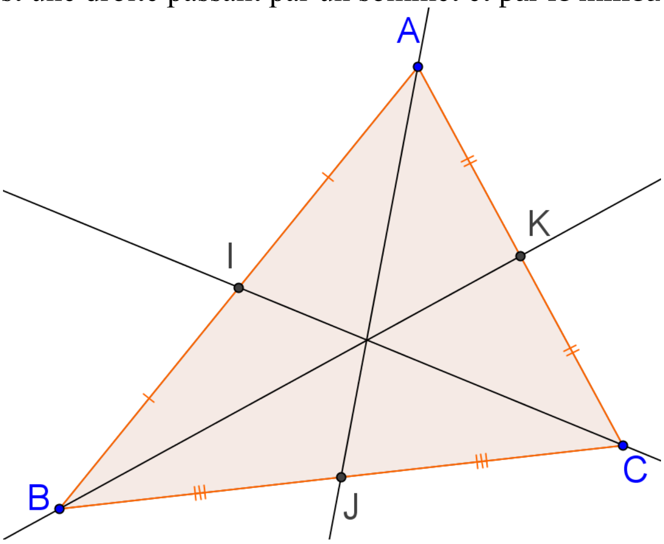


Un angle obtus

Propriété :
Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point appelé **l'orthocentre**.
On dit qu'elles sont **concourantes**.

IV. MEDIANE D'UN TRIANGLE

Définition :
Une **médiane** d'un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé.



Propriété :
Les trois médianes d'un triangle sont **concourantes**.
Leur **point de concours** est appelé le **centre de gravité**.

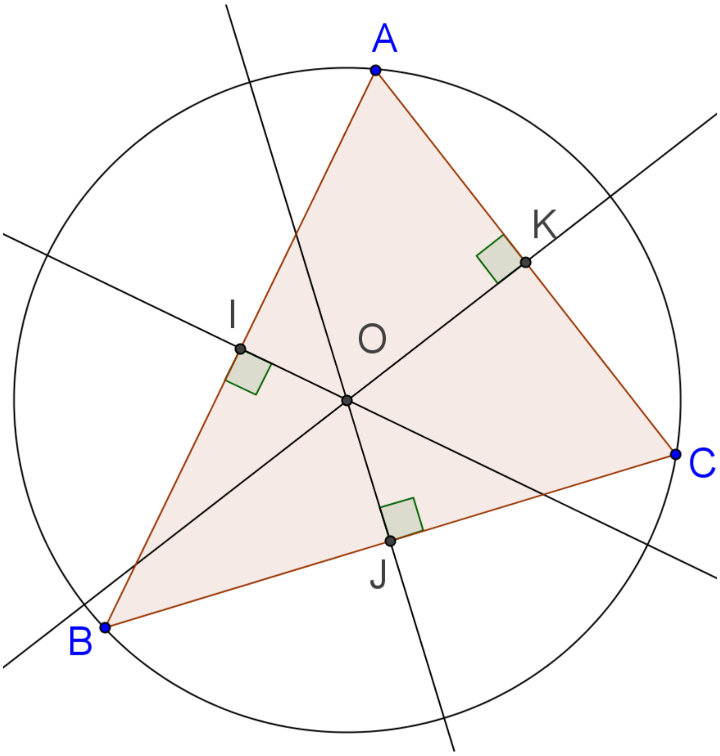
V. MEDIATRICE D'UN TRIANGLE ET CERCLE CIRCONSCRIT

1/ MEDIATRICE

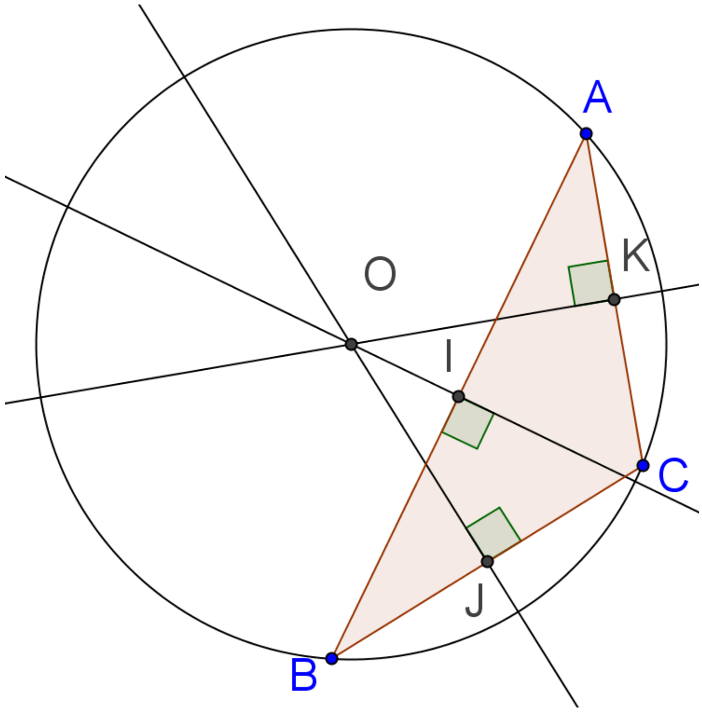
Définitions :
La médiatrice d'un segment est une droite **perpendiculaire** à ce segment en **son milieu**.
La médiatrice d'un segment est l'**ensemble des points à égale distance des extrémités de ce segment**.
La médiatrice d'un segment est un de ses deux axes de **symétrie**.

2/ Cercle circonscrit

Propriété :
Les trois médiatrices d’un triangle sont **concourantes**.
Leur **point de concours** est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle.
Ce cercle est appelé le **cercle circonscrit au triangle**.



Pas d’angle obtus



Un angle obtus

VI. Propriete des triangles isoceles et equilateraux

Propriété :
Dans un triangle isocèle, les trois droites remarquables passant par le sommet principal sont confondues et sont des axes de symétrie.

Dans un triangle équilatéral, les trois droites remarquables relatives à chaque côté sont confondues et sont des axes de symétrie.