

5ème - Triangles

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

| Intitulé des compétences | | Eval.1 | Eval.2 | Eval.3 |
|--------------------------|---|--|-----------------------|-----------------------|
| T1 | Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| T3 | Construire une figure géométrique aux instruments d'après un programme de construction | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G7 | Utiliser le résultat sur la somme des angles dans un triangle (*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G8 | Utiliser les propriétés relatives aux angles des triangles particuliers (*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G9 | Utiliser l'inégalité triangulaire (*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G10 | Construire un triangle connaissant trois longueurs, deux longueurs et un angle ou une longueur et deux angles(*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G11 | Utiliser la définition de la médiatrice d'un segment ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance (*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G12 | Tracer la médiatrice d'un segment par différentes méthodes | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G13 | Construire le cercle circonscrit à un triangle (*) | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| G14 | Utiliser la définition d'une médiane, d'une hauteur dans un triangle | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | Taux de réussite : % Note du chapitre : /20 Moyenne de la classe : /20 | | |

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Légende du tableau de compétences :

Deux points verts : *Je sais très bien faire*

Un point vert : *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*

Un point rouge : *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*

Deux points rouges : *Je sais pas faire du tout*

17.1 Somme des mesures des angles dans un triangle

Somme des angles dans un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est toujours égale à 180°

Exemple d'utilisation : Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

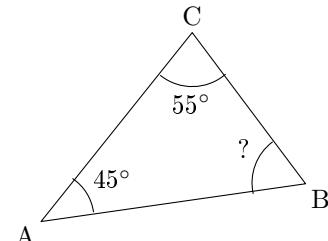
Dans le triangle ABC, la somme des mesures des angles vaut 180° ;

on a ainsi $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 180^\circ$

D'où $\widehat{ABC} + 55^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

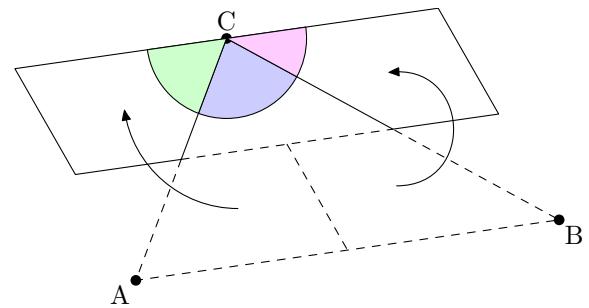
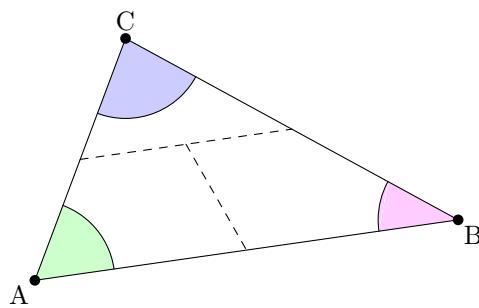
d'où $\widehat{ABC} + 100^\circ = 180^\circ$

et donc $\boxed{\widehat{ABC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ}$



Visualisation de cette propriété

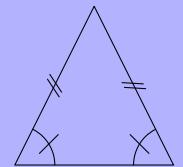
On colorie chacun des angles \widehat{ABC} , \widehat{BCA} et \widehat{CAB} d'une couleur différente, puis on découpe selon les pointillés (comme indiqué ci-dessous) avant de "recoller" les trois angles pour former un angle plat (qui mesure donc 180° ...)



17.2 Angles et triangles particuliers

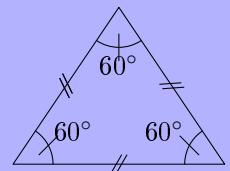
Le cas du triangle isocèle

- Si un triangle est isocèle, alors ses deux angles à la base sont de même mesure.
- Si, dans un triangle, deux angles ont même mesure, alors ce triangle est isocèle.



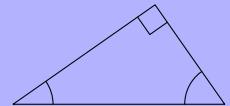
Le cas du triangle équilatéral

- Si un triangle est équilatéral, alors tous ses angles mesurent 60° .
- Si, dans un triangle, les trois angles mesurent 60° , alors ce triangle est équilatéral.



Le cas du triangle rectangle

- Si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus sont complémentaires (*c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 90°*).
- Si, dans un triangle, deux angles sont complémentaires, alors ce triangle est rectangle.



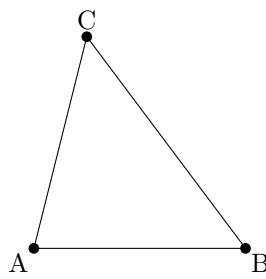
17.3 Utiliser l'inégalité triangulaire

Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Dans le triangle ABC, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} AB < AC + CB \\ AC < AB + BC \\ BC < BA + AC \end{array} \right.$$



Plus communément, cette propriété revient à dire que, pour aller du point A au point B, il est plus court d'aller directement de A à B (*en suivant le segment [AB]*) que de passer par C (*si celui-ci n'est pas sur le trajet direct, c'est-à-dire le segment [AB]*)

Vérifier qu'un triangle est constructible

Pour vérifier s'il est possible de construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés, il suffit de vérifier que la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

Exemple 1

On veut savoir si le triangle ABC, avec $AB=6\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$ et $BC=3,5\text{ cm}$ est constructible ou pas.

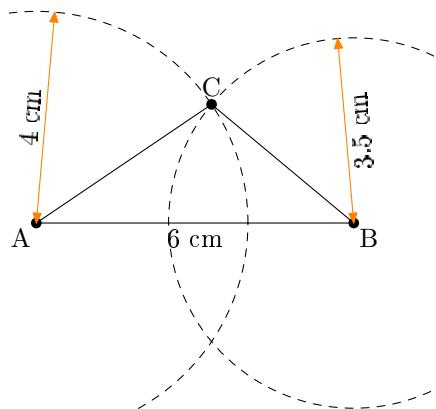
On prend la longueur du plus long côté :

$$AB=6\text{ cm}$$

et on compare avec la somme des longueurs des deux autres côtés :

$$AC+BC=4+3,5=7,5\text{ cm.}$$

Comme $AB < AC+BC$, le triangle **est** constructible.



Exemple 2

On veut savoir si le triangle ABC, avec $AB=7\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$ et $BC=2,5\text{ cm}$ est constructible ou pas.

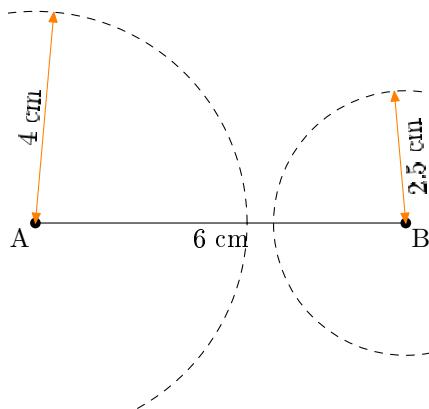
On prend la longueur du plus long côté :

$$AB=7\text{ cm}$$

et on compare avec la somme des longueurs des deux autres côtés :

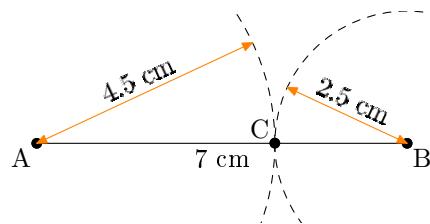
$$AC+BC=4+2,5=6,5\text{ cm.}$$

Comme $AB > AC+BC$, le triangle **n'est pas** constructible.



Cas d'égalité

- Si un point M appartient au segment [AB], alors on a $AB=AM+MB$
- Si trois points A, B et M sont tels que $AB=AM+MB$, alors M appartient au segment [AB].



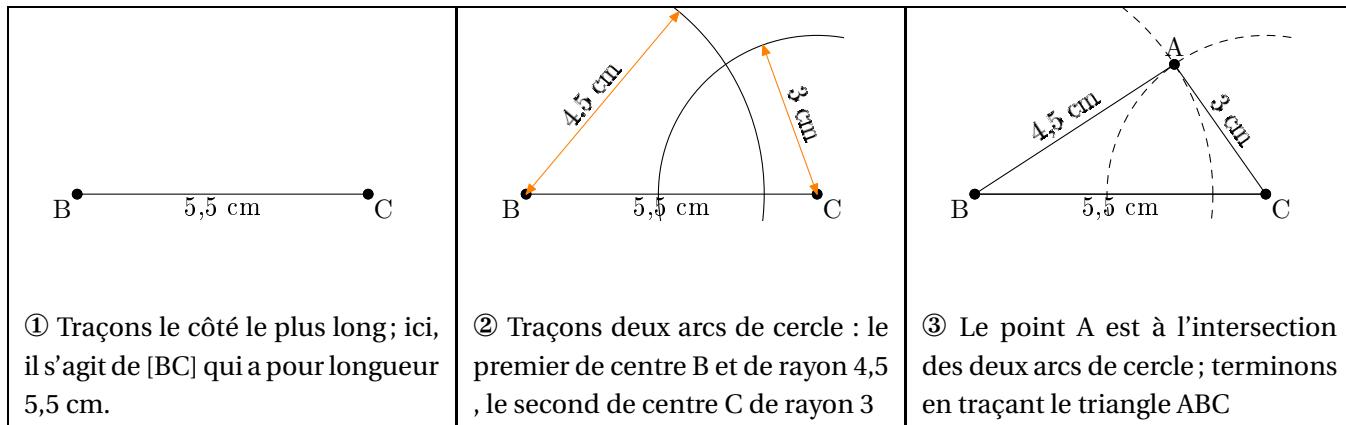
Par exemple, ici on a $AB=7\text{ cm}$, $AC=4.5\text{ cm}$ et $CB=2.5\text{ cm}$.
On a donc $AB=AC+BC$, donc C est sur [AB].
(On peut voir ABC comme un "triangle aplati")

17.4 Construction de triangles

Voir page suivante :

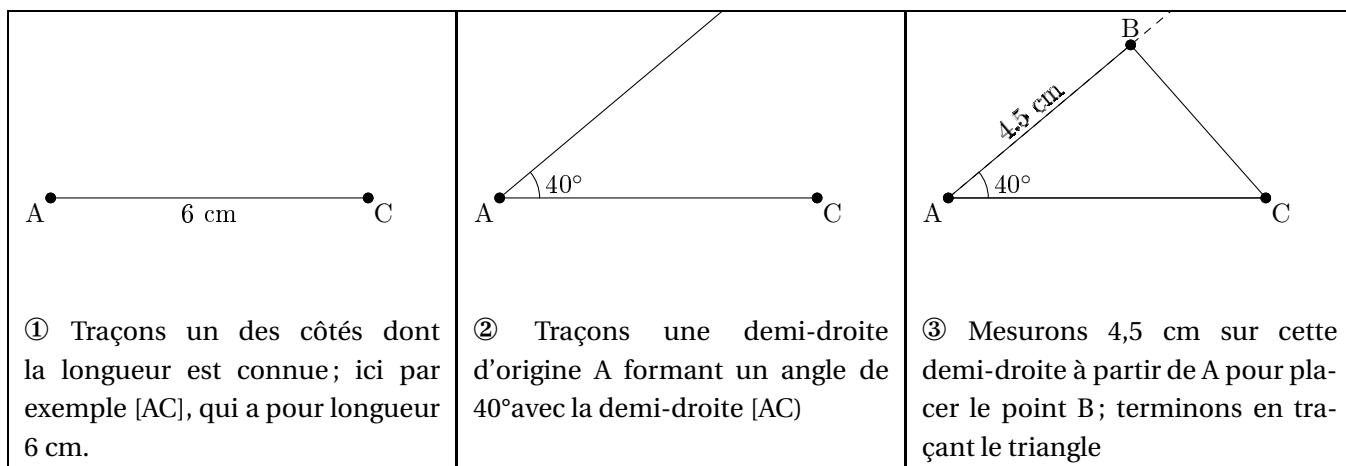
► Connaissant les longueurs des trois côtés

On cherche à tracer le triangle ABC tel que AB=4,5cm , BC=5,5cm et AC=3cm.



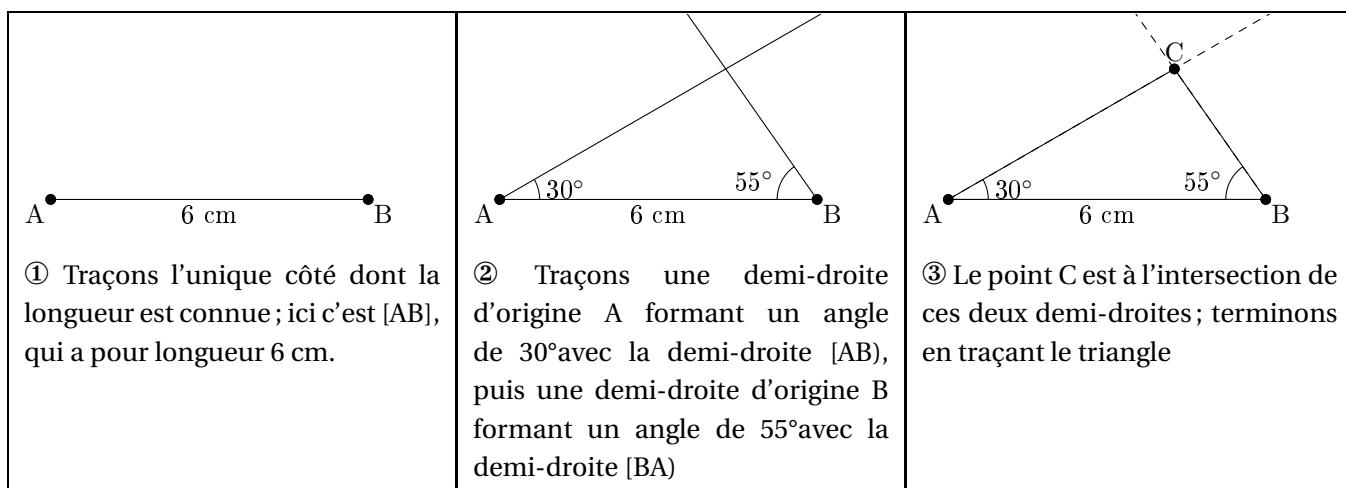
► Connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés

On cherche à tracer le triangle ABC tel que AB=4,5cm , AC=6cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.



► Connaissant la longueur d'un côté et les mesures des deux angles qui lui sont adjacents

On cherche à tracer le triangle ABC tel que AB=6cm , $\widehat{BAC} = 30^\circ$ et $\widehat{ABC} = 55^\circ$.



17.5 Médiatrice d'un segment

Définition

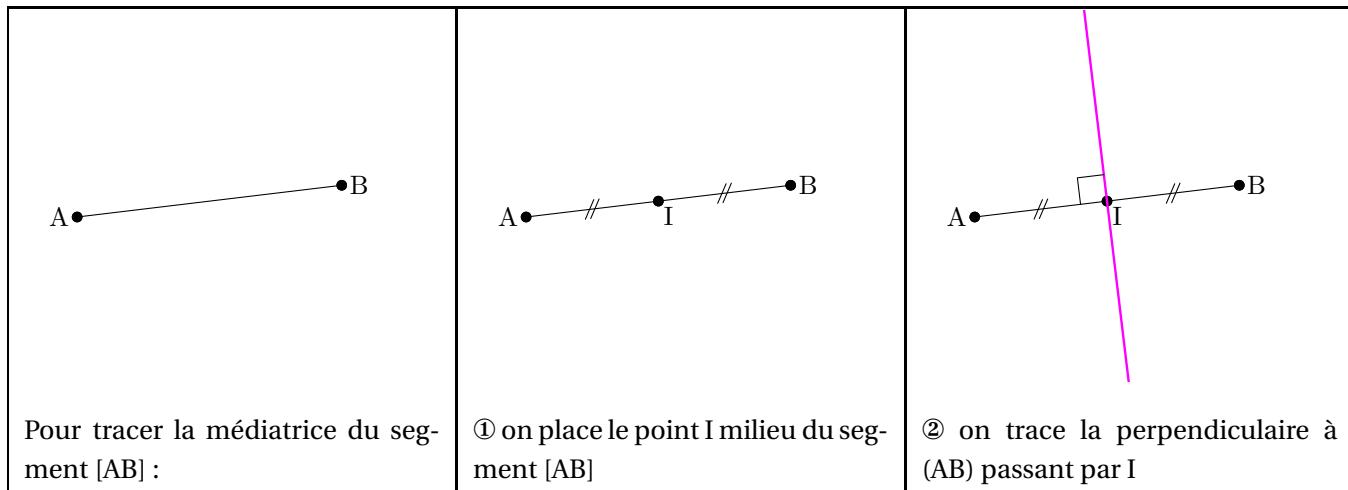
La médiatrice d'un segment est la droite qui est **perpendiculaire** à ce segment et qui passe par son milieu.

Propriété d'équidistance

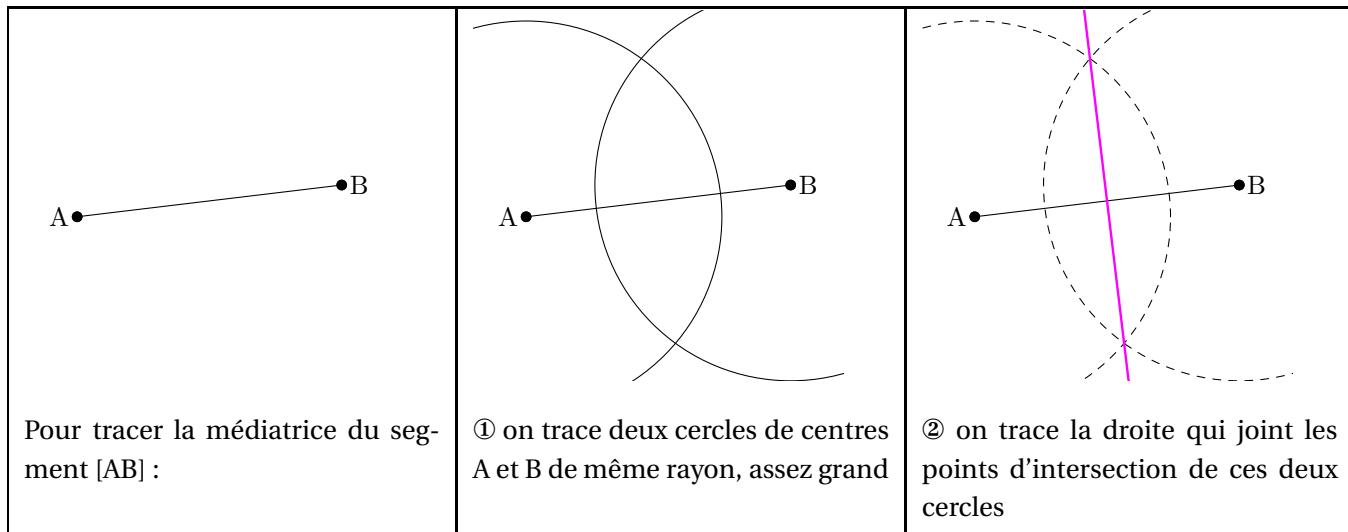
- Si un point M est situé sur la médiatrice du segment $[AB]$,
alors on est sûr que ce point M est à égale distance des extrémités A et B .
- Si un point M est situé à égale distance des extrémités A et B ,
alors on est sûr que ce point M est sur la médiatrice du segment $[AB]$.

17.6 Comment construire la médiatrice d'un segment ?

► Construction d'une médiatrice à la règle graduée et à l'équerre :



► Construction d'une médiatrice à la règle non graduée et au compas :



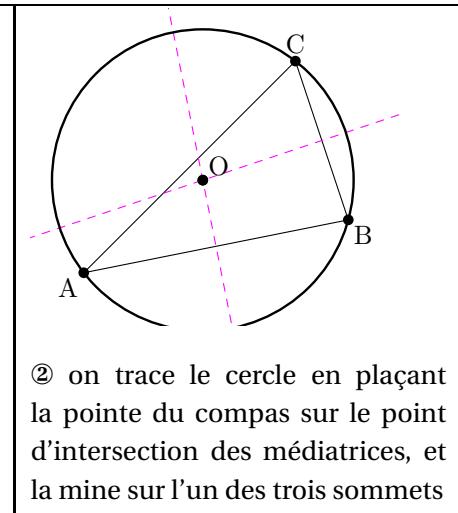
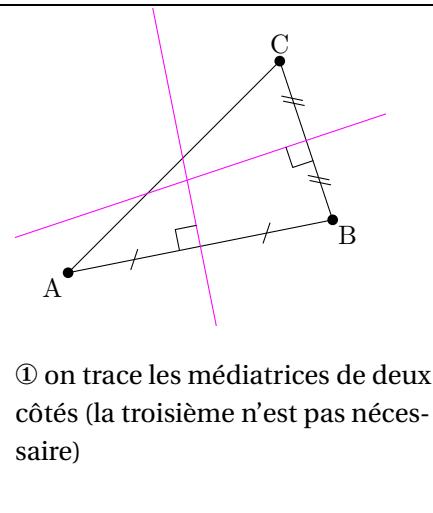
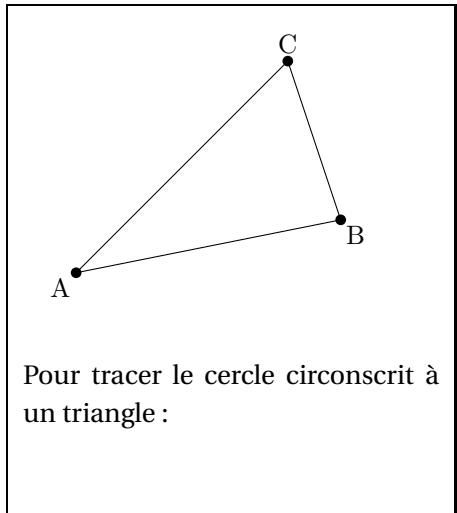
17.7 Cercle circonscrit à un triangle

Propriété et définition

Etant donné un triangle quelconque (non aplati), les médiatrices des trois côtés du triangle passent par un même point ; on dit qu'elles sont **concourantes**.

Le point commun à ces trois médiatrices est le centre d'un cercle **passant par les trois sommets** du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit au triangle**

► Construction du cercle circonscrit à un triangle

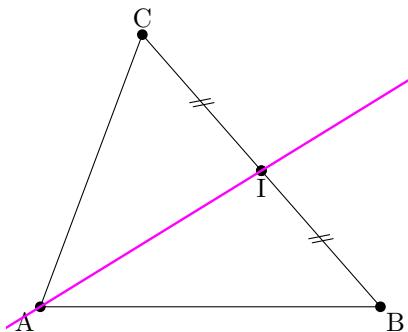


17.8 Médiane, hauteur dans un triangle

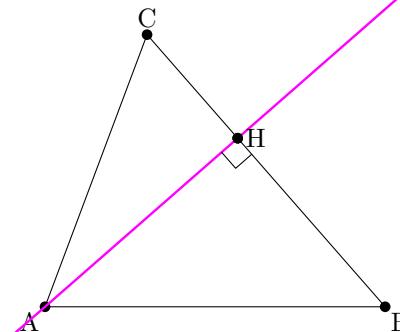
Définitions

- Dans un triangle, on appelle **médiane** une droite passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
- Dans un triangle, on appelle **hauteur** une droite passant par un sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

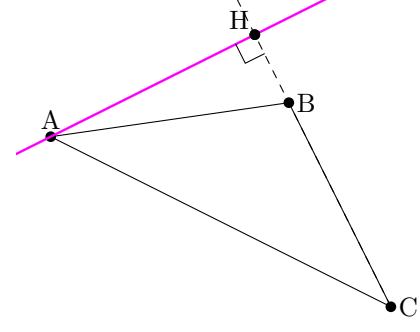
Exemples :



Dans ce triangle, (AI) est la **médiane** issue de A



Dans ce triangle, (AH) est la **hauteur** issue de A ; on dit que H est le **pied** de cette hauteur.



Dans ce triangle, (AH) est la **hauteur** issue de A (*il a fallu prolonger le côté [BC] pour tracer cette hauteur*)