

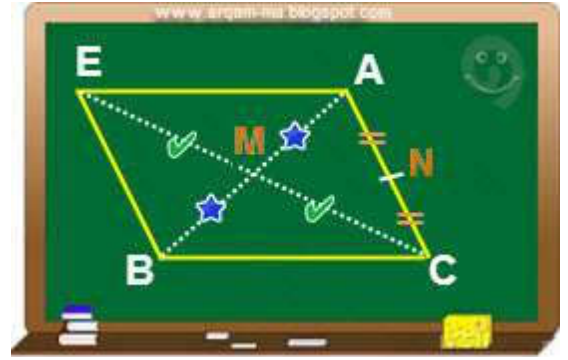
تمارين محلولة حول متوازي الأضلاع

التمرين 1:

ABC مثلث . M و N منتصفا [AB] و [AC] على التوالي.
E هي نظيرة النقطة C بالنسبة ل M . المستقيم (MN) يقطع (EB) في النقطة I.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن ACBE متوازي الأضلاع
3. استنتج أن (AC) يوازي (EB)
4. برهن أن I نظيرة N بالنسبة للنقطة M.
5. برهن أن CNIB متوازي الأضلاع
6. استنتج أن (MN) يوازي (BC).

حل التمرين:

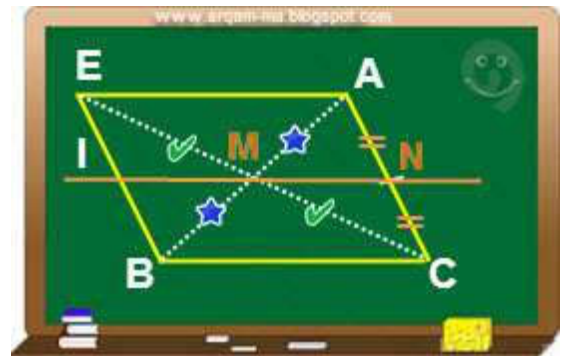


- 1 - نبرهن أن ACBE متوازي الأضلاع:
لدينا E نظيرة C بالنسبة الى M إذن : M هو منتصف القطعة [EC] 1
لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB] 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن ACBE متوازي الأضلاع

2 - نبين أن (EB) يوازي (AC) :

بمأن ACBE متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن (AC) يوازي (EB)

3 - نبرهن أن I مماثلة N بالنسبة ل M :



لدينا المستقيم (AC) يوازي (EB) و A و B متناظرين بالنسبة للنقطة M

إذن نظير المستقيم (AC) بالنسبة ل M هو المستقيم (BE).
نظير المستقيم (IN) بالنسبة ل M هو نفسه
(AC) و (IN) يتقاطعان في N. و (EB) و (IN) يتقاطعان في I
إذن I هي نظيرة N بالنسبة ل M.

4 - نبرهن أن CNIB متوازي الأضلاع :

لدينا حسب السؤال السابق I نظيرة N بالنسبة ل M إذن M هو منتصف القطعة [NI]
و لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB]، نستنتج أن : ANBI متوازي الأضلاع
أي أن $IB=AN$ 1
بمأن N منتصف [AC] فإن : $NC=AN$ 2
من لال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $IB=NC$
 $IB = NC$ و (IB) يوازي (NC) تعني أن CNIB متوازي الأضلاع

5 - نبين أن (MN) يوازي (BC) :

بمأن CNIB متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن (MN) يوازي (BC)

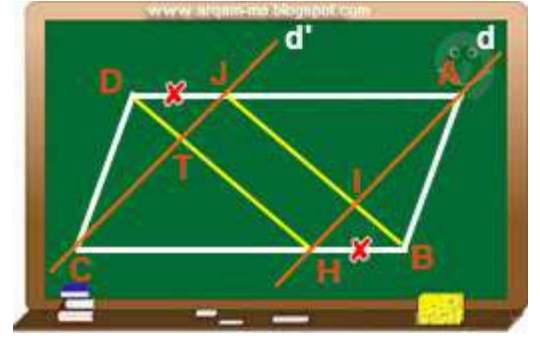


التمرين 2:

ACBD متوازي الأضلاع.
J نقطة من [AD] و H نقطة من [CB] حيث أن : $HB = DJ$
المستقيم (d) المار من A و H يقطع (JB) في I.
المستقيم (d') المار من J و C يقطع (DH) في T.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن AH CJ متوازي الأضلاع
3. بين أن JBHD متوازي الأضلاع
4. أثبت أن : $JT = IH$

حل التمرين :



2- إثبات أن الرباعي AH CJ متوازي أضلاع :

- لدينا J نقطة من (AD) و H نقطة من (BC) فإن (HC) // (AJ) (1)
 (2) $HC = AJ$ تعني أن: $HB + HC = AJ + DJ$ $DA = CB$
 من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملهما متوازيان فإن: **AH CJ متوازي أضلاع.**

3- إثبات أن الرباعي JBHD متوازي أضلاع :

- لدينا J نقطة من (AD) و H نقطة من (BC) فإن (DJ) // (HB) (1)
 حسب المعطيات لدينا : $HB = DJ$ (2)
 من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملهما متوازيان فإن متوازي أضلاع

4- لإثبات أن $IH = JT$ يكفي إثبات أن JTHI متوازي أضلاع :

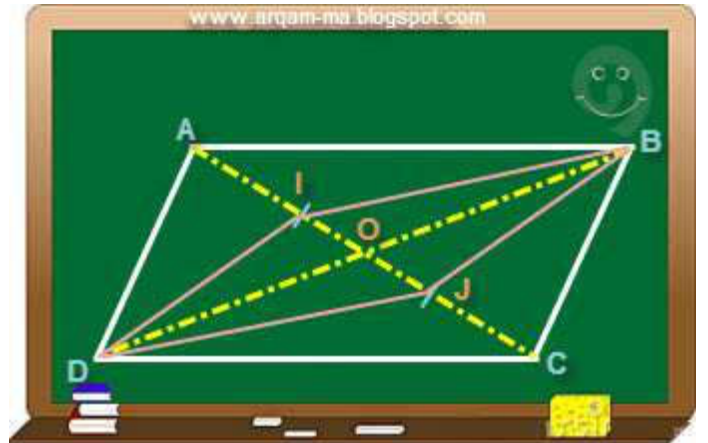
- لدينا I نقطة (BJ) من و T نقطة من (DH) إذن: (IJ) // (TH) (1)
 لدينا I نقطة من (AH) و T نقطة من (JC) إذن: (JT) // (IH) (2)
 من 1 و 2 حسب خاصية كل ضلعان متقابلان متوازيان فإن الرباعي **JTHI متوازي أضلاع**
 ومنه فإن : $JT = IH$.

التمرين 3:

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O.
 على القطعة [AC]، أنشئ النقطتين I و J بحيث يكون $AI = IJ = CJ$

- برهن أن O منتصف [IJ]
- بين أن الرباعي DIBJ متوازي الأضلاع

حل التمرين :



1 - نبرهن أن O منتصف [IJ]

لدينا ABCD متوازي الأضلاع مركزه O إذن O : هو منتصف القطعتين [AC] و [BD] ومنه فإن $AO=OC$: إذن : $AI+IO=OJ+JC$: $IO=OJ$: فإن : $AI = CJ$: بالنظر إلى O و J على استقامة واحدة إذن O : هو منتصف [IJ]

2 - نبين أن DIBJ متوازي الأضلاع:

لدينا ABCD متوازي الأضلاع إذن O : منتصف [BD] :
و لدينا حسب السؤال السابق : O : منتصف [IJ]
و بالتالي الضلعان لهما نفس المنتصف
أي أن : DIBJ متوازي الأضلاع .

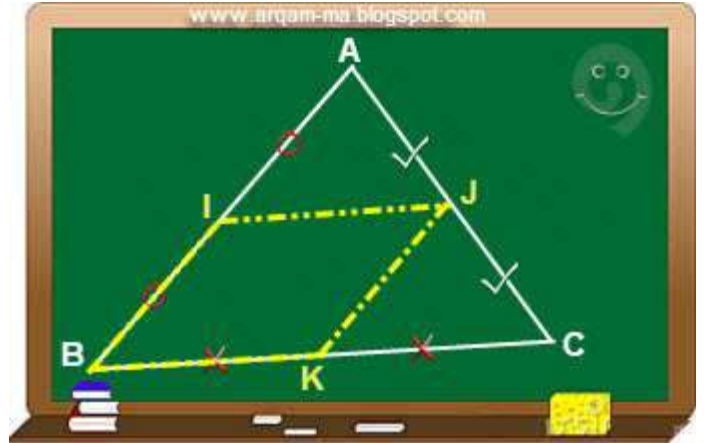
التمرين 4 :

ABC مثلث

I و J و K منتصفات [AB] و [AC] و [BC] على التوالي.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن IJKB متوازي الأضلاع
3. بين أن : $IJ = 1/2 BC$

حل التمرين



2- نبرهن أن IJKB متوازي الأضلاع :

لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC] :
إذن : (IJ) يوازي (BC).
بما أن K تنتمي إلى (BC) نستنتج أن : (IJ) يوازي (BC) علاقة 1
لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC] :
إذن : (JK) يوازي (AB). بما أن I تنتمي إلى (AB) :
نستنتج أن : (JK) يوازي (AB) علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : IJKB متوازي أضلاع

3 - نبين أن : $IJ = 1/2 BC$

لدينا IJKB متوازي الأضلاع إذن : $BK = IJ$ علاقة 1
لدينا K منتصف [BC] : $BC/2 = BK$ علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $IJ = 1/2 BC$

التمرين 5 :

[AB] قطعة منتصفها I

M نقطة لا تنتمي الى (AB)

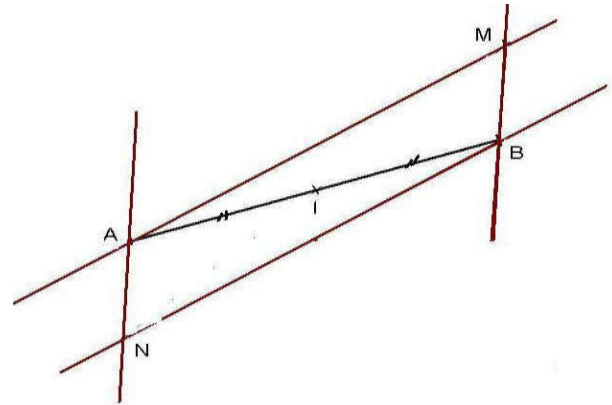
(D) مستقيم يمر من A ويوازي (MB) و (Δ) مستقيم يمر من B ويوازي (MA)

(D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة N

1. أنجز شكلا مناسباً

2. بين أن I منتصف [MN]

حل التمرين



في المضلع AMBN كل ضلعين متقابلين حاملهما متوازيان

إذن حسب تعريف متوازي الاضلاع فإن AMBN متوازي الاضلاع

[AB] قطر و I منتصفه . وحسب الخاصية " قطرا متوازي الاضلاع لهما نفس المنتصف " فإن : I منتصف [MN]

التمرين 6 :

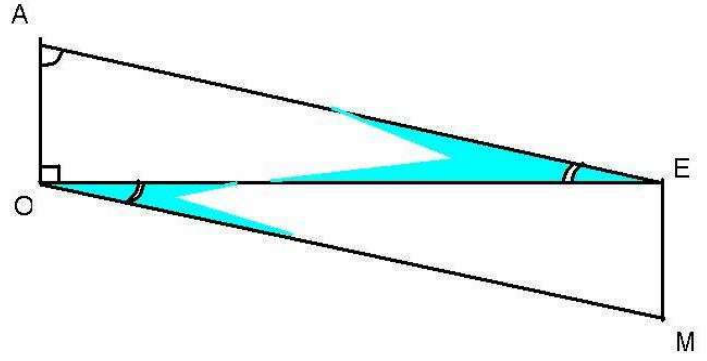
AOE مثلث قائم الزاوية في O حيث $\widehat{OAE} = 73^\circ$

M نقطة من المستوى تحقق AOME متوازي الاضلاع

1. نجز شكلا مناسباً

2. أحسب قياس $\widehat{EOM}$

حل التمرين



بما أن NEMO متوازي الاضلاع إذن $(AE) \parallel (OM)$

بما أن (OE) قاطع لهما فهو يحدد عليهما زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان
إذن

$$\hat{AEO} = \hat{EOM}$$

لدينا كذلك $\hat{AOE}$ مثلث قائم الزاوية في O إذن :

$$\hat{AEO} = 90 - 73$$

$$= 17^\circ$$

$$\hat{EOM} = 17^\circ$$

وبالتالي