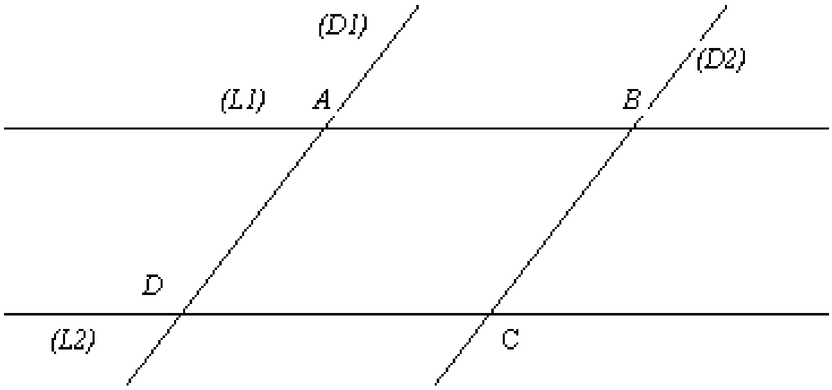
متــوازي الأضـــــلاع

I _ متوازي الأضلاع :

1)– مثال : (D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان .

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان يقطعان (D_1) و (D_2) على التوالي في : A و B و C و D .



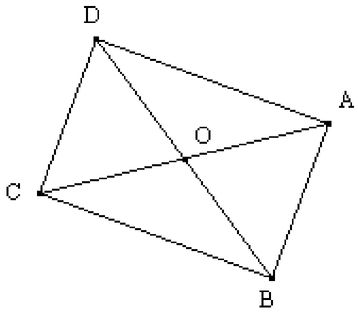
نسمي الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

2) – تعريف : متوازي الأضلاع هو رباعي حاملا كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين

II _ خصائــص :

1) – خاصية القطريين :

أ- الخاصية المباشرة : ABCD متوازي الأضلاع قطراه يتقاطعان في O .



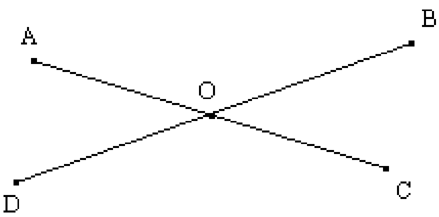
نلاحظ أن O منتصف القطريين [AC] و [BD] .

نقــول إذن : إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن لقطريه نفس المنتصف

*** ملاحظة هامة : نسمي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع مركزه .**

ب- الخاصية العكسية :

A و B و C و D نقط بحيث [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O و حاملاهما غير متعامدين :



لنبرهن أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

من أجل هذا سنبرهن أن (AB) يوازي (CD) و أن (AD) يوازي (BC) :

نعلم أن O منتصف [AC] و [BD]

إذن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O .

B و D متماثلتين بالنسبة للنقطة O .

إذن : المستقيمين (AB) و (CD) متماثلين بالنسبة للنقطة O و كذلك المستقيمين (AD) و (BC) .

و منه فإن (AB) // (CD) و (AD) //(BC)

و بالتالي فإن ABCD متوازي الأضلاع (حسب التعريف) مركزه النقطة O .

نقــول إذن : إذا كان رباعي قطراه لهما نفس المنتصف فإنه يكون متوازي الأضلاع

*** تمرين تطبيقي :**

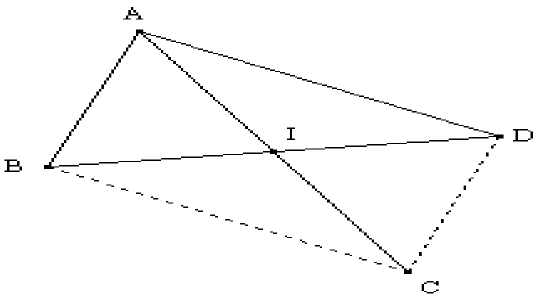
ABC مثلث و I منتصف [AC] .

1) – أنشئ D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .

2) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضــلاع .

الحـــل :

1) – الشكـــل :



2) – لنثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع :

نعلم أن :

I منتصف[AC]

و لدينا D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .

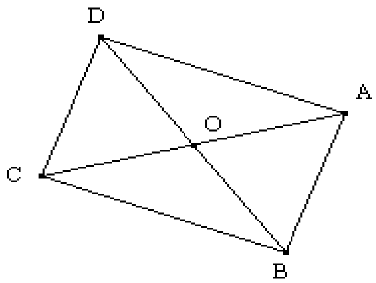
إذن : I منتصف [BD] .

نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضـــلاع . (حسب الخاصية العكسية للقطرين).

2) – خاصية الأضلاع المتقابلة :

أ- الخاصية المباشرة : ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين : AB = CD و AD = BC



نعلم أن O مركز متوازي الأضلاع ABCD .

إذن O منتصف القطرين [AC] و[BD] .

و منه نستنتج أن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .

و بالتالي فإن : AB = CD و AD = BC (حسب خاصية الحفاظ على المسافة بين نقطتين)

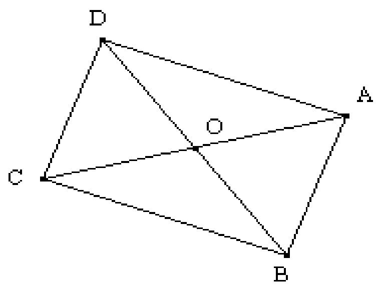
نقــول إذن : إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان

ب - الخاصية العكسية : إذا كان لرباعي كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان فإنه يكون متوازي الأضلاع

3) – خاصية الزوايا المتقابلة :

أ - الخاصية المباشرة : ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين أن $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و أن $B\hat{A}C = B\hat{C}D$.

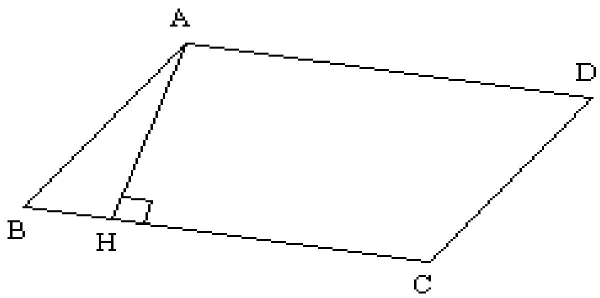


نعلم أن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .
إذن : O منتصف القطرين [AC] و [BD] .
و منه فإن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .
إذن الزاويتان $A\hat{B}C$ و $A\hat{D}C$ متماثلتان بالنسبة للنقطة O و كذلك الزاويتين $B\hat{A}D$ و $B\hat{C}D$
و بالتالي فإن : $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ و $B\hat{C}D = B\hat{A}D$

نقـول إذن : إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متقايستان

ب- الخاصية العكسية : إذا كان لرباعي كل زاويتين متقاباتين فيه متقايستان فإنه يكون متوازي الأضلاع

4 – ارتفاع متوازي الأضـــلاع : ABCD متوازي الأضلاع و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (CB) .



نسمي AH ارتتفاع متوازي الأضلاع ABCD .

5) – خاصية إضــافية : إذا كان لرباعي ضلعان متقابلان و حاملاهما متوازيين فإنه يكون متوازي الأضـــلاع

تمارين تطبيقية

تمرين 1

A و B و C نقط غير مستقيمية و O منتصف [AC] .
1) – أنشئ D مماثلة B بالنسبة للنقطة O .
2) – بين أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

تمرين 2 EFG مثلث .
1) – أنشئ 'E و 'F مماثلتي E و F على التوالي بالنسبة للنقطة G .
2) – أثبت أن الرباعي 'EFE'F متوازي الأضلاع .

تمرين 3

ABCD متوازي الأضلاع مركزه E . O نقطة من [DO] تختلف عن D و O .
1) – أنشئ F مماثلة النقطة E بالنسبة للنقطة O .
2) – أثبت أن الرباعي AFCE متوازي الأضلاع .