

الأعداد الكسرية : مقارنة و ترتيب

2

ذ: ياسني نورالدين

I- الكتابة الكسرية : تعريف و ترميز :

- العدد الكسري هو خارج عدد صحيح على عدد صحيح غير منعدم (بخالف الصفر)

أي إذا كان a و b عددين صحيحين و b غير منعدم فإن خارج a على b هو العدد c الذي يحقق $a = b \times c$

يرمز لهذا الخارج بالرمز : $\frac{a}{b}$ و يسمى عددا كسريا ، a يسمى البسط و b يسمى المقام .

مثلة : $\frac{78}{1458}$; $\frac{154}{32}$; $\frac{6}{8}$ العدد $\frac{14}{0}$ ليس عدد كسري لأن المقام يساوي 0 .

- كل عدد صحيح طبيعي يمكن أن نكتبه على شكل عدد كسري وذلك بقسمة هذا العدد على 1 مثلا .

مثلة : $0 = \frac{0}{1}$; $9 = \frac{9}{1}$; $1 = \frac{1}{1}$ كما يمكن أن نكتب أيضا : $1 = \frac{16}{16}$; $0 = \frac{0}{35}$; $9 = \frac{90}{10}$

- كل عدد عشري يمكن أن نكتبه على شكل عدد كسري وذلك على الشكل التالي :

مثلة : $5,2 = \frac{5,2}{1} = \frac{5,2 \times 10}{1 \times 10} = \frac{52}{10}$ بنفس الطريقة نجد : $0,7 = \frac{7}{10}$ و $1,86 = \frac{1,86 \times 100}{1 \times 100} = \frac{186}{100}$

II- تساوي عددين كسريين :

خاصية - عند ضرب بسط ومقام عدد كسري في نفس العدد العشري الغير المنعدم نحصل على نفس العدد ، أي : $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$

مثلة : $\frac{7 \times 19}{5 \times 19} = \frac{7}{5}$ ؛ $\frac{45 \times 6}{6 \times 17} = \frac{45}{17}$ ؛ $\frac{5x}{13x} = \frac{5}{13}$ ($x \neq 0$) ؛ $\frac{36}{24} = \frac{3 \times 12}{2 \times 12} = \frac{3}{2}$

خاصية - عند قسمة بسط ومقام عدد كسري على نفس العدد العشري الغير المنعدم نحصل على نفس العدد ، أي : $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

مثلة : $\frac{5 \div 26}{2 \div 26} = \frac{5}{2}$ و $\frac{a \div 87}{c \div 87} = \frac{a}{c}$ انتبه : $\frac{5 \div 8}{5 \div 3} \neq \frac{8}{3}$ و $\frac{35 \div 9}{9 \div 14} \neq \frac{35}{14}$

خاصية - يكون عدنان كسريان لهما نفس المقام متساويين إذا كان لهما نفس البسط ، أي إذا كان : $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ فإن : $a = b$

خاصية - يكون عدنان كسريان لهما نفس البسط متساويين إذا كان لهما نفس المقام ، أي إذا كان : $\frac{c}{a} = \frac{c}{b}$ فإن : $a = b$

III- جعل المقام العشري عددا صحيحا :

قاعدة : لإزالة الفاصلة من مقام عدد كسري نضرب بسط ومقام هذا العدد في 10 أو 100 أو 1000 ... وذلك حسب عدد الأرقام الموجودة وراء الفاصلة :

ذ: ياسني نورالدين

ذ: ياسني نورالدين

حيث نضرب في 10 إذا كان المقام يحتوي على رقم واحد وراء الفاصلة :

$$\frac{5}{2,3} = \frac{5 \times 10}{2,3 \times 10} = \frac{50}{23}$$

مثال :

و نضرب في 100 إذا كان المقام يحتوي على رقمين وراء الفاصلة :

$$\frac{11}{8,25} = \frac{11 \times 100}{8,25 \times 100} = \frac{1100}{825}$$

مثال :

إلخ...

IV- مقارنة عددين كسريين :

- ترميز : (رمزان جديان)

فيما سيأتي سنستعمل رمزين جديين لمقارنة عددين و غالبا ما نعوض بهما الرمز $<$ و $>$ وهما : \leq و \geq .

الرمز \leq يعني: أصغر من أو تساوي ($<$ أو $=$)

الرمز \geq يعني : أكبر من أو تساوي ($>$ أو $=$)

خاصية 1: - إذا كان لعددين كسريين نفس المقام فإن أكبرهما هو الذي له أكبر بسط

مثال :

$$\frac{6}{19} \geq \frac{3}{19} \text{ لأن للعددين نفس المقام و } 6 \geq 3$$

قاعدة - لمقارنة عددين كسريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر نقوم بتوحيد مقامي الكسرين (المقام الموحد هو المقام الأكبر) ثم نطبق الخاصية 1.

مثلة :

مقارنة $\frac{5}{3}$ و $\frac{17}{12}$ نلاحظ أن 12 من مضاعفات 3 إذن المقام الموحد هو المقام الأكبر أي 12 ، بقي لنا أن نجعل

$$\text{مقام العدد } \frac{5}{3} \text{ هو } 12 ، \text{ نعلم أن : } 3 \times 4 = 12 \text{ إذن سنضرب بسط و مقام العدد } \frac{5}{3} \text{ في العدد } 4 : \frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$$

في الأخير سنقارن : $\frac{20}{12}$ و $\frac{17}{12}$ ، بتطبيق الخاصية 1 و مع كون : $17 \leq 20$ سنجد أن : $\frac{17}{12} \leq \frac{20}{12}$

بالرجوع إلى السؤال الرئيسي نجد : $\frac{17}{12} \leq \frac{5}{3}$

بنفس الطريقة : مقارنة $\frac{11}{5}$ و $\frac{78}{35}$ المقام الموحد هو : 35 و بذلك : $\frac{11}{5} = \frac{11 \times 7}{5 \times 7} = \frac{77}{35}$

$$\text{ومع كون } \frac{77}{35} \leq \frac{78}{35} \text{ نجد } \frac{11}{5} \leq \frac{78}{35}$$

قاعدة - لمقارنة عددين كسريين مقامهما مختلفين نوجد المقام ثم نطبق الخاصية 1 ، لكن كيف نوجد المقام ؟

ذ: ياسني نورالدين

ذ: ياسني نورالدين

المقام الموحد هو أصغر مضاعف مشترك بين المقامين وقد يساوي جداء المقامين أو يكون أصغر منه .

- حالة يكون فيها المقام الموحد هو جداء المقامين : في هذه الحالة نضرب بسط و مقام كل عدد في مقام العدد الآخر

مثال : مقارنة $\frac{5}{4}$ و $\frac{8}{7}$ المقام الموحد هو : $7 \times 4 = 28$ إذن : $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 7}{4 \times 7} = \frac{35}{28}$ و $\frac{8}{7} = \frac{8 \times 4}{7 \times 4} = \frac{32}{28}$

ومع كون : $\frac{32}{28} \leq \frac{35}{28}$ نجد $\frac{8}{7} \leq \frac{5}{4}$

- حالة يكون فيها المقام الموحد أصغر من جداء المقامين : نضرب بسط و مقام كل عدد في عدد معين بحيث نحصل على هذا المقام الموحد

مثال : مقارنة $\frac{11}{4}$ و $\frac{13}{6}$ جداء المقامين هو 24 بينما أصغر مقام موحد هو 12 لأن $4 \times 3 = 12$ و $6 \times 2 = 12$

إذن : $\frac{11}{4} = \frac{11 \times 3}{4 \times 3} = \frac{33}{12}$ و $\frac{13}{6} = \frac{13 \times 2}{6 \times 2} = \frac{26}{12}$ ومع كون : $\frac{26}{12} \leq \frac{33}{12}$ نجد $\frac{13}{6} \leq \frac{11}{4}$

خاصية - إذا كان لعددتين كسريين نفس البسط فإن أكبرهما هو الذي له أصغر مقام

مثال :

$\frac{15}{3} \geq \frac{15}{10}$ لأن للعددتين نفس البسط و $3 \leq 10$

- مقارنة عدد كسري مع العدد 1

لمقارنة عدد كسري مع 1 لا نوجد المقام

خاصية كل عدد كسري بسطه أكبر من مقامه فهو أكبر من 1

مثال : $\frac{60}{9} \geq 1$

خاصية كل عدد كسري بسطه أصغر من مقامه فهو أصغر من 1

مثال : $\frac{4}{47} \leq 1$

- مقارنة عدد كسري مع العدد 0 : كل عدد كسري أكبر من 0

- مقارنة عدد كسري مع عدد صحيح أو عشري :

لمقارنة عدد كسري مع عدد صحيح أو عشري هناك طريقتين نختار أسهلها :

الطريقة 1: نحدد قيمة العدد الكسري و نقارنها مع هذا العدد الصحيح أو العشري

مثلة

ذ: ياسني نورالدين

ذ: ياسني نورالدين

$$\text{مقارنة } \frac{15}{2} \text{ و } 6,5$$

$$\text{لدينا : } \frac{15}{2} = 7,5 \text{ ومع } 6,5 \leq 7,5 \text{ نجد } 6,5 \leq \frac{15}{2}$$

الطريقة 2 : نحتفظ بالعدد الكسري و نكتب العدد الصحيح أو العشري على شكل عدد كسري وبعدها نوجد المقام ونطبق الخاصية 1

مثله :

$$\text{مقارنة } \frac{11}{3} \text{ و } 4 \text{ أولا نكتب 4 على شكل عدد كسري ثم نوجد المقام}$$

$$\text{أي : } 4 = \frac{4}{1} = \frac{4 \times 3}{1 \times 3} = \frac{12}{3} \text{ ومع } \frac{12}{3} \geq \frac{11}{3} \text{ نجد } 4 \geq \frac{11}{3}$$

$$\text{مقارنة } 6,2 \text{ و } \frac{57}{8} \text{ أولا نكتب 6,2 على شكل عدد كسري ثم نوجد المقام}$$

$$\text{أي : } 6,2 = \frac{62}{10} \text{ والمقام الموحد بين } \frac{57}{8} \text{ و } \frac{62}{10} \text{ هو 40 لأن } 8 \times 5 = 10 \times 4 = 40$$

$$\text{إن : } \frac{57}{8} = \frac{57 \times 5}{8 \times 5} = \frac{285}{40} \text{ و } \frac{62}{10} = \frac{62 \times 4}{10 \times 4} = \frac{248}{40} \text{ ومع : } \frac{285}{40} \geq \frac{248}{40} \text{ نجد } \frac{57}{8} \geq 6,2$$

ذ: ياسني نورالدين