

## EXERCICE 1

### Deuxième situation

On relie un corps solide ( $S_2$ ), de masse  $m_2 = 182 \text{ g}$ , à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $K$ , et on fixe l'autre bout du ressort à un support fixe (figure 2).

Le corps ( $S_2$ ) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal.

On écarte le corps ( $S_2$ ) de sa position d'équilibre de la distance  $X_m$ , et on le libère sans vitesse initiale.

Pour étudier le mouvement de  $G_2$ , on choisit le référentiel galiléen ( $O, \vec{i}$ ) tel que la position de  $G_2$  à l'origine des dates est confondue avec l'origine  $O$ .

On repère la position de  $G_2$  à l'instant  $t$  par l'abscisse  $x$  dans le repère ( $O, \vec{i}$ ).

L'équation différentielle du mouvement de  $G_2$  s'écrit :  $\ddot{x} + \frac{K}{m_2} x = 0$  et sa solution est de la forme  $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$ .

L'étude expérimentale du mouvement de  $G_2$  a permis d'obtenir le graphe représenté sur la figure 3.

2-1- Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :

l'amplitude  $X_m$ , la période  $T_0$  et  $\varphi$  la phase à l'origine des dates. (0,75 pt)

2-2- En déduire la raideur  $K$  du ressort. (0,75 pt)

2-3- On choisit le plan horizontal passant par la position de  $G_2$  à l'équilibre comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où le ressort n'est pas déformé comme origine de l'énergie potentielle élastique.

2-3-1- Montrer que l'énergie cinétique  $E_C$  du corps ( $S_2$ ) s'écrit :  $E_C = \frac{K}{2} \cdot (X_m - x)$ . (0,75 pt)

2-3-2- Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système { corps  $S_2$  - ressort } en fonction de  $X_m$  et  $K$  et en déduire la vitesse  $v_{G_2}$  lorsque  $G_2$  passe par la position d'équilibre dans le sens positif.

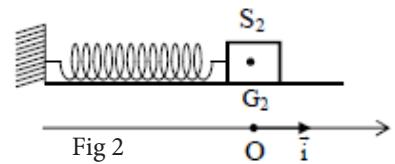


Fig 2

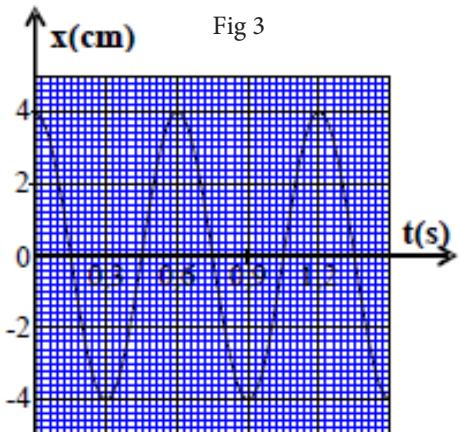


Fig 3

## EXERCICE 2

Les ressorts se trouvent dans plusieurs appareils mécaniques, comme les voitures et les bicyclettes ... et produisent des oscillations mécaniques.

Cette partie a pour objectif, l'étude énergétique d'un système oscillant (corps solide - ressort) dans une position horizontale.

Soit un oscillateur mécanique horizontal composé d'un corps solide ( $S$ ) de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$  fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable et de raideur  $K = 10 \text{ N.m}^{-1}$ .

L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le corps ( $S$ ) glisse sans frottement sur le plan horizontal.

On étudie le mouvement de l'oscillateur dans le repère ( $O, \vec{i}$ ) lié à la Terre et dont l'origine est confondue avec la position de  $G$  à l'équilibre de ( $S$ ).

On repère la position de  $G$  à l'instant  $t$  par son abscisse  $x$ . (Figure 4)

On écarte le corps ( $S$ ) horizontalement de sa position d'équilibre dans le sens positif d'une distance  $X_0$  et on le libère sans vitesse initiale à l'instant pris comme origine des dates.

On choisit le plan horizontal passant par  $G$  comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, et l'état dans lequel le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique.

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de l'énergie  $E_C$  cinétique et l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  du système oscillant en fonction du temps. (Figure 5)

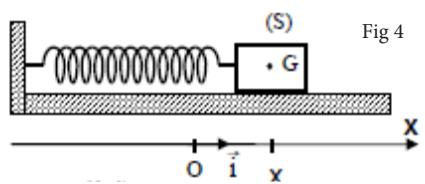


Fig 4

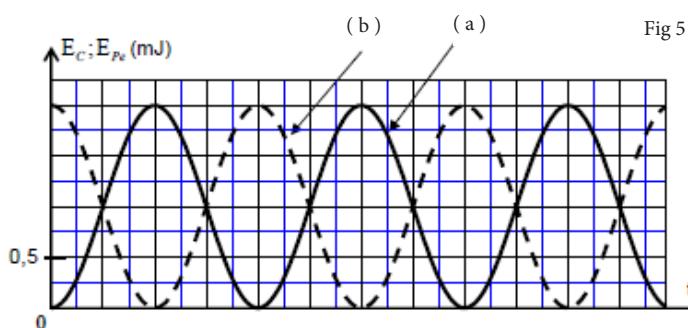


Fig 5

1- Indiquer parmi les courbes (a) et (b) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique  $E_C$ . justifier votre réponse.

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique  $E_m$  du système oscillant.

3- En déduire la valeur de la distance  $X_0$ .

4- En considérant la variation de l'énergie potentielle élastique du système oscillant, trouver le travail  $W_{A \rightarrow O}(T)$  de la force de rappel  $\vec{T}$  exercée par le ressort sur ( $S$ ) lors du déplacement de  $G$  de la position A d'abscisse  $x_A = X_0$  vers la position O.

## EXERCICE 3

### Partie II : Étude énergétique d'un oscillateur mécanique (solide-ressort)

Un système oscillant est constitué d'un solide ( $S$ ), de centre d'inertie  $G$  et de masse  $m$ , et d'un ressort horizontal, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$ .

Le solide ( $S$ ) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide ( $S$ ) de sa position d'équilibre d'une distance  $X_m$  puis on le lâche sans vitesse initiale.

Le solide ( $S$ ) oscille sans frottements sur un plan horizontal (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie  $G$  dans un repère ( $O, \vec{i}$ ) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine  $O$  de l'axe coïncide avec la position de  $G$  lorsque le solide ( $S$ ) est à l'équilibre.

On repère, dans le repère ( $O, \vec{i}$ ) la position de  $G$  à un instant  $t$  par l'abscisse  $x$ .

On choisit le plan horizontal passant par  $G$  comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où  $G$  est à la position d'équilibre ( $x=0$ ) comme référence de

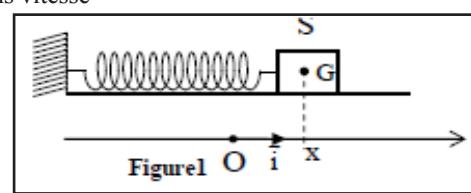


Figure1

l'énergie potentielle élastique.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme :  $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ .

La courbe de la figure 2 représente le diagramme des espaces  $x(t)$ .

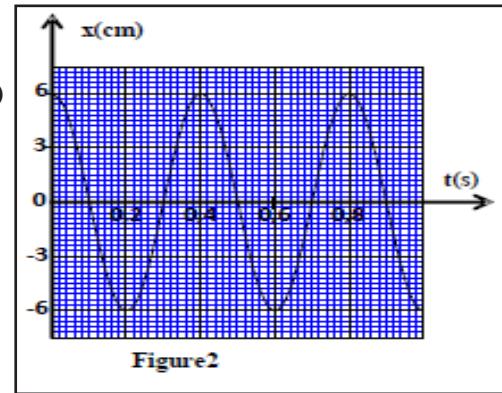
1- Déterminer les valeurs de  $X_m$ ,  $T_0$  et de  $\varphi$ .

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique  $E_m$  de l'oscillateur étudié. (0,75 pt)

3- Trouver la valeur de l'énergie cinétique  $E_{C1}$  de l'oscillateur mécanique à l'instant  $t_1 = 0,3s$ .

4- Calculer le travail  $W_{AB}(F)$  de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse  $x_A = 0$  à la position B

d'abscisse  $x_B = \frac{X_m}{2}$ .



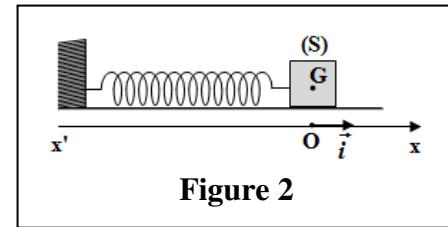
## EXERCICE 4

### 2. Étude du mouvement d'un système oscillant { solide (S)- ressort}

On fixe le solide (S) précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur  $K$ .

À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère  $(O, \vec{i})$  lié à la terre considéré comme galiléen (figure 2).

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant  $t_0 = 0$ .



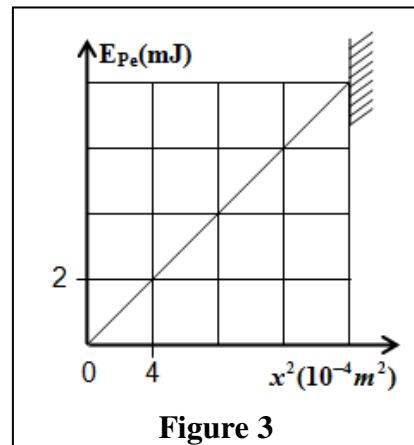
#### Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$ .

La courbe de la figure (3) représente les variations de  $E_{pe}$  en fonction de  $x^2$ , carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère  $(O, \vec{i})$ .

**2.1.** En exploitant la courbe de la figure (3), trouver les valeurs de:

- a. la constante de raideur  $K$ .
- b. l'énergie potentielle élastique maximale  $E_{pe,max}$ .
- c. l'amplitude  $X_m$  des oscillations.



**2.2.** Déduire, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique  $E_m$  du système oscillant.

**2.3.** Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse  $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$ .

Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit  $T_0 = 2\pi \cdot \frac{X_m}{v}$ . Calculer  $T_0$ .

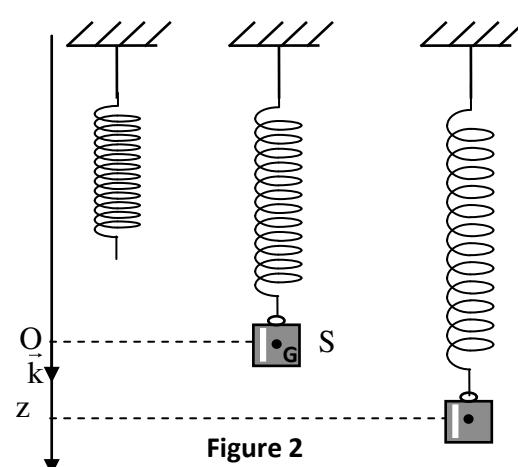
## EXERCICE 5

### Partie II : -Etude du mouvement d'un pendule élastique

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse  $m=200\text{g}$  et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur  $K$ . L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure2).

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère  $R(O, \vec{k})$  lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe  $(O, \vec{k})$ . A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère  $R(O, \vec{k})$ . On prendra  $\pi^2 = 10$ .



## 1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date  $t=0$ , avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{k}$ .

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte  $z(t)$  du centre d'inertie G.

### 1-1-Déterminer, à l'équilibre,

l'allongement  $\Delta\ell_0$  du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g .

### 1-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G .

### 1-3 -La solution de cette équation

différentielle s'écrit  $z = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

avec  $T_0$  la période propre de l'oscillateur.

Déterminer la valeur de K et celle de  $V_{0z}$  .

## 2-Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance  $z_0$  et on l'abandonne sans vitesse initiale à

l'instant  $t=0$ , le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

### 2-1- Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

2-2-On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O , origine du repère  $R(O, \vec{i}, \vec{k})$ , comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  ( $E_{pp} = 0$ ) et l'état où

le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  ( $E_{pe} = 0$ ).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

2-2-1- Trouver , à un instant de date t , l'expression de l'énergie potentielle  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$  en fonction de K , z et  $\Delta\ell'_0$  l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

2-2-2-Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants  $t_1=0$  et  $t_2=0,4\text{ s}$  .

## EXERCICE 6

### Partie I : Etude énergétique d'un pendule élastique

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S) , de centre d'inertie G et de masse m = 100 g , attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe  $(O, \vec{i})$  .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).

On prendra  $\pi^2 = 10$ .

1-Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement

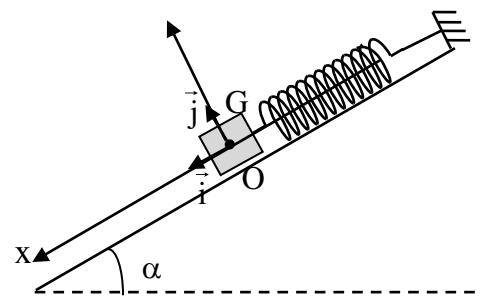
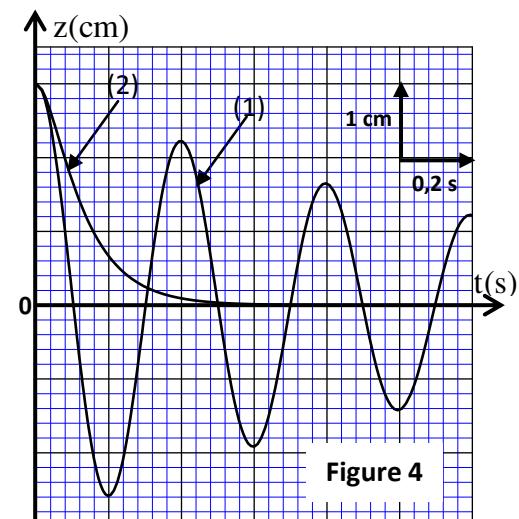
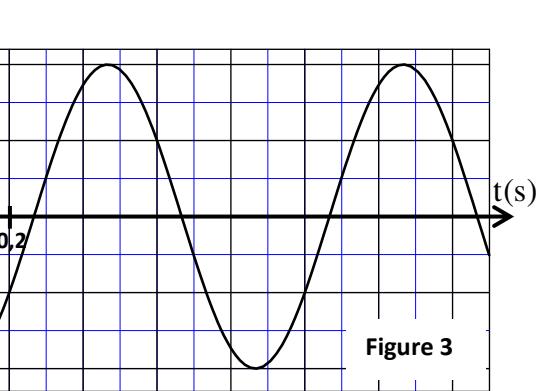


Figure1

$\Delta\ell_0$  du ressort en fonction de  $K$ ,  $m$ ,  $\alpha$  et de  $g$

l'intensité de la pesanteur .

2-On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance  $X_0$  dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date  $t=0$  avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$  telle que  $\vec{V}_0 = -V_0 \vec{i}$  .

2.1 On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : ( $E_{pp}(O) = 0$ ) et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : ( $E_{pe}(O) = 0$ ) . Trouver, à un instant  $t$ , l'expression de l'énergie potentielle  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$  de l'oscillateur en fonction de  $x$  et de  $K$  .

2.2- A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse  $x$  .

2.3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :  $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ .

( $T_0$  étant la période propre de l'oscillateur) .

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle  $E_p$  de l'oscillateur

en fonction du temps.

2.3.1-Trouver la valeur de la raideur

$K$ , de l'amplitude  $X_m$  et de la phase  $\varphi$  .

2.3.2-Par étude énergétique, trouver

l'expression de  $V_0$  en fonction de  $K$ ,  $m$  et  $X_m$

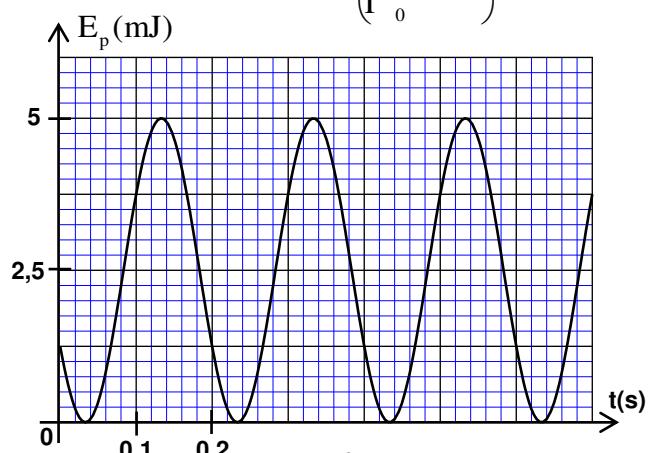
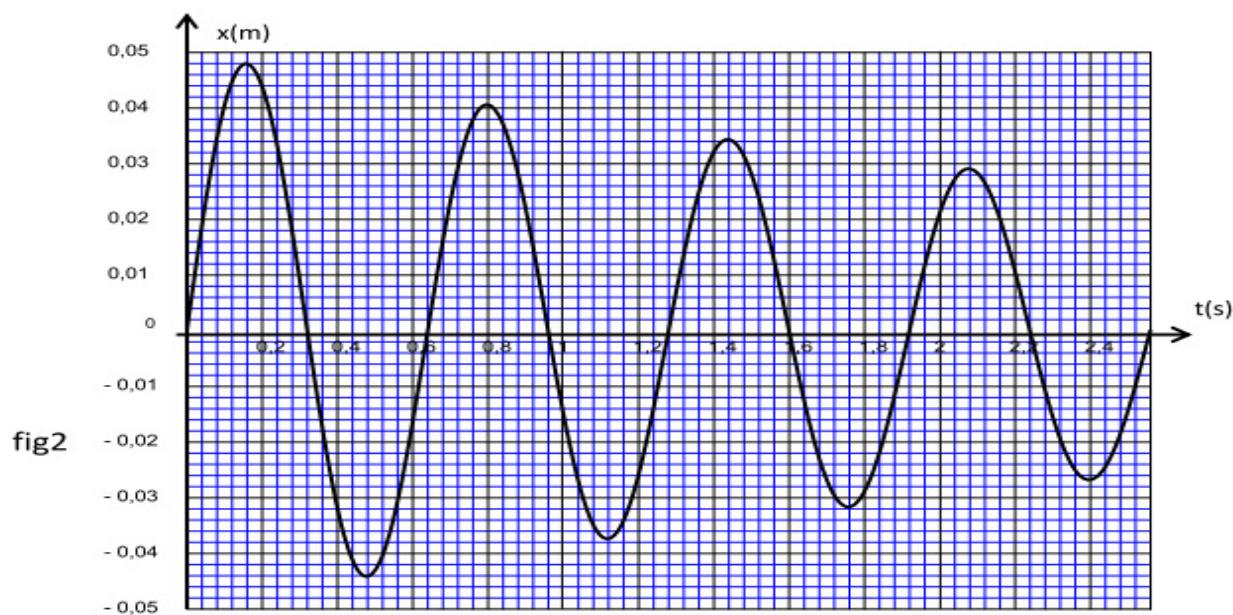


Figure 2

## Partie II Oscillations libres amorties

L'enregistrement du mouvement de l'oscillateur (fig2) à l'aide d'un oscillateur montre que l'amplitude des oscillations varie au cours du temps.



3.1- Justifier la diminution de l'amplitude des oscillations .

3.2- La pseudo-période  $T$  dans le cas d'amortissement faible s'exprime par la relation

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}\right)^2}} \quad \text{. Déterminer, à l'aide du graphe, le coefficient d'amortissement } \mu \text{ .}$$