En classe de Première, nous avons étudié les première et troisième lois de NEWTON et approché la deuxième loi que nous allons préciser dans ce chapitre.

1. Quelles sont les lois de NEWTON et comment les appliquer ?

Rappelons les lois de NEWTON étudiées en classe de Première et appliquons-les à l'étude d'un mouvement.

1.1 Énoncé des lois

> Première loi de NEWTON ou principe de l'inertie

Dans un référentiel galiléen, si la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur un solide est nulle ($\Sigma\vec{F} = \vec{0}$), le vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_G$ de son centre d'inertie ne varie pas.
Réciproquement, si le vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_G$ du centre d'inertie d'un solide ne varie pas, la somme des forces qui s'exercent sur ce solide est nulle.

Le centre d'inertie d'un tel solide est donc animé d'un **mouvement rectiligne uniforme.**

> Approche de la deuxième loi de NEWTON

Dans un référentiel galiléen, si un solide est soumis à un ensemble de **forces de somme $\Sigma\vec{F}$ non nulle** :

– il en résulte une variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{\vartheta}_G$ de son centre d'inertie ;
– la somme des forces $\Sigma\vec{F}$ et $\Delta\vec{\vartheta}_G$ sont colinéaires.

> Troisième loi de NEWTON ou principe d'interaction

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A\to B}$, alors le corps B exerce sur A la force $\vec{F}_{B\to A}$.
Que les corps soient au repos ou en mouvement, ces forces :
– sont opposées ;
– ont le même support : $\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$.

Ainsi, la force exercée par une automobile sur une caravane est l'opposée de la force exercée par la caravane sur l'automobile **[Doc. 1]**.

Doc. 1 $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.
À chaque instant du mouvement (démarrage, freinage...), la valeur de la force exercée par l'automobile sur la caravane a la même valeur que la force exercée par la caravane sur l'automobile.

1.2 Mise en application de ces lois

Étudions le mouvement d'un skysurfeur lors d'une chute verticale **[Doc. 2]**. Le référentiel d'étude du mouvement est le référentiel terrestre, que nous pouvons considérer comme galiléen.

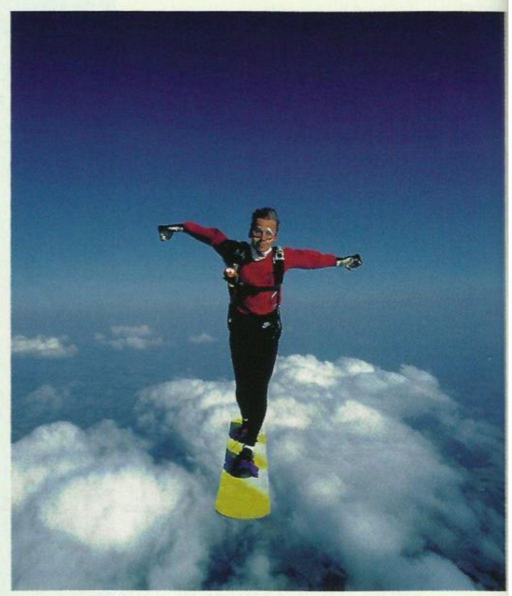
Le graphique du ***document 3*** montre l'évolution de la vitesse du centre d'inertie du système {skysurfeur + planche} en fonction du temps. Cette vitesse augmente rapidement jusqu'à la date t_1, puis se stabilise.

Interprétons les deux phases du mouvement par une analyse de forces.

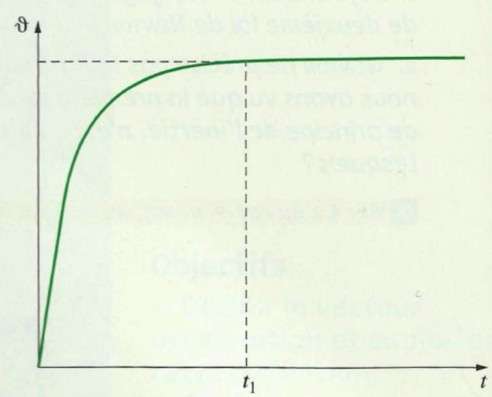
> Inventaire des forces

Le système étudié est le skysurfeur muni de sa planche.

Dans l'inventaire des forces, nous devons distinguer les forces intérieures au système et les forces extérieures appliquées sur le système.



Doc. 2 *Chute d'un skysurfeur.*



Doc. 3 *Évolution de la vitesse de chute du skysurfeur en fonction du temps.*

- Les forces intérieures au système sont, par exemple [Doc. 4] : la force $\vec{F}_1$ exercée par les pieds sur la planche, la force $\vec{F}_2$ exercée par la planche sur les pieds, la force exercée par le sac du parachute sur le dos, la force exercée par le dos sur le sac du parachute…

D'après la troisième loi de NEWTON, ces forces s'opposent toujours deux à deux. Leur somme est donc nulle.

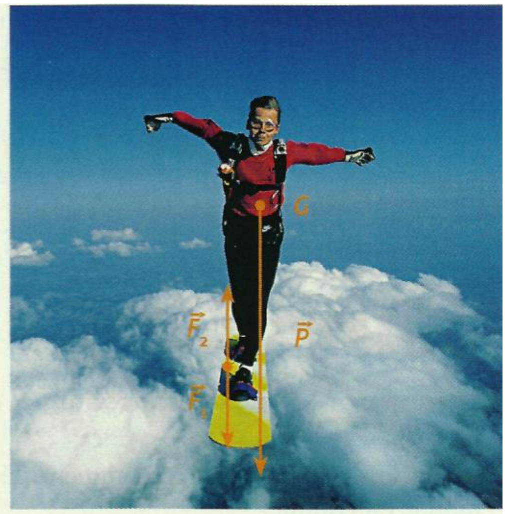
- Les forces extérieures appliquées au système sont [Doc. 5] :

– le poids $\vec{P}$ du skysurfeur et de son équipement, force verticale constante dirigée vers le bas, exercée par la Terre sur le système ;

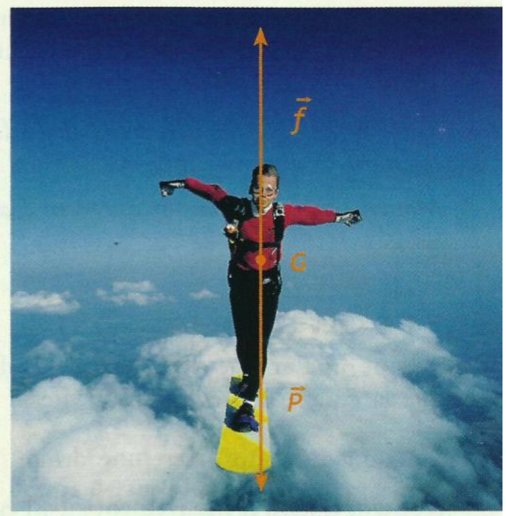
– la force de frottement $\vec{f}$ exercée par l'air sur le système.

Ce sont les forces extérieures qui régissent le mouvement du centre d'inertie du système et qui interviennent dans les deux premières lois de NEWTON.

Notons $\Sigma\vec{F}_{ext}$ leur somme : $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f}$.



Doc. 4 *$\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont des forces intérieures. $\vec{P}$ est une force extérieure appliquée au skysurfeur.*



Doc. 5 *Représentation des forces extérieures appliquées au skysurfeur.*

> Interprétation du mouvement

- **Directions et sens**

Le poids $\vec{P}$ est une force verticale dirigée vers le haut. D'après la deuxième loi de NEWTON, les vecteurs : $\Sigma\vec{F}_{ext}$ et $\Delta\vec{\vartheta}_G$ ont la même direction et le même sens. Le mouvement étant vertical, $\Delta\vec{\vartheta}_G$ et $\Sigma\vec{F}_{ext}$ sont des vecteurs verticaux colinéaires. $\vec{P}$ étant vertical, la force $\vec{f}$ est verticale. Une force de frottement s'oppose au mouvement : $\vec{f}$ est donc verticale et dirigée vers le haut.

- **Comparaison des valeurs**

– Première phase du mouvement ($t < t_1$). La vitesse augmente : $\Delta\vec{\vartheta}_G$ est donc dirigé vers le bas. Le vecteur $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f}$ est dirigé vers le bas : $P > f$.

– Seconde phase du mouvement ($t > t_1$). La vitesse est constante.

La vitesse limite est atteinte ; le mouvement est rectiligne et uniforme. La première loi de NEWTON implique que $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$, soit $P = f$.

$\vec{f}$ varie donc au cours du mouvement : sa valeur augmente avec la vitesse pour rester constante et égale à P lorsque la vitesse limite est atteinte.

> Pour s'entraîner : Ex. 3 et 4

2. Comment une force modifie-t-elle la vitesse ?

NEWTON écrivait « les changements qui arrivent au mouvement sont proportionnels à la force motrice » (voir l'*activité préparatoire B*, page 205). Précisons la signification de cette phrase.

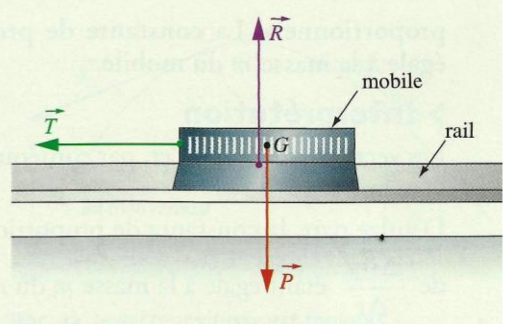
Comparons la valeur de $\dfrac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}$ à la valeur de la somme $\Sigma\vec{F}_{ext}$ des forces appliquées.

Pour cela, étudions le mouvement de translation rectiligne d'un mobile sur coussin d'air placé sur un support horizontal et tracté par une force $\vec{T}$ horizontale constante exercée par un dispositif pneumatique.

Quelle est la somme $\Sigma\vec{F}_{ext}$ des forces appliquées au mobile ?

Choisissons comme système le mobile.

Les forces appliquées au mobile sont [Doc. 6] : le poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$ du support et la force horizontale $\vec{T}$ constante.



Doc. 6 *Bilan des forces extérieures s'exerçant sur le mobile.*

La somme des forces extérieures appliquées au mobile est : $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$.
En l'absence de frottement, ce qui est le cas ici, la réaction est verticale et compense le poids :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; \text{ donc : } \Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{T}.$$

La valeur T de la force $\vec{T}$ est donc égale à la valeur de la résultante des forces extérieures $\Sigma\vec{F}_{ext}$.
Notons $\Delta\vartheta_G = \|\Delta\vec{\vartheta}_G\|$ la valeur de $\Delta\vec{\vartheta}_G$.

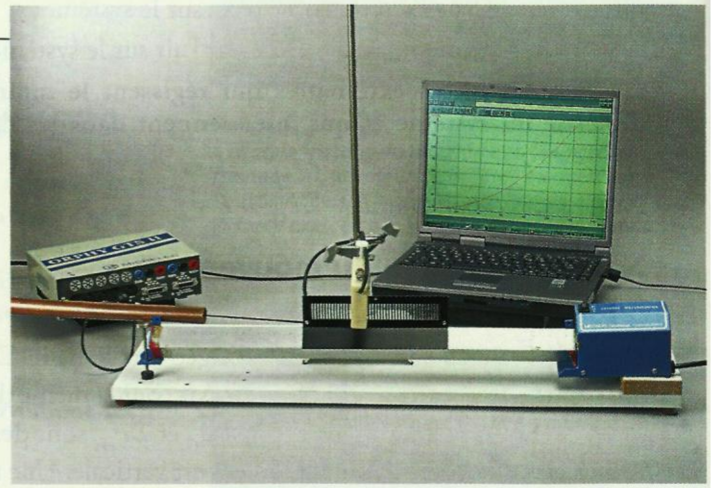
Activité 1

Le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est-il proportionnel à la valeur T de $\Sigma\vec{F}_{ext}$?

- Utiliser le dispositif précédemment décrit. La masse m du mobile est connue.
- Exercer une force constante $\vec{T}$ sur le mobile initialement au repos **[Doc. 7]**.
- Calculer la vitesse du mobile au cours de son mouvement.
- Représenter graphiquement la vitesse en fonction du temps.
- Recommencer avec des valeurs différentes de T.
- Mesurer la masse m du mobile.

1. Montrer que pour une même valeur de T, le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est constant.

2. Montrer que T est numériquement égal à $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$.

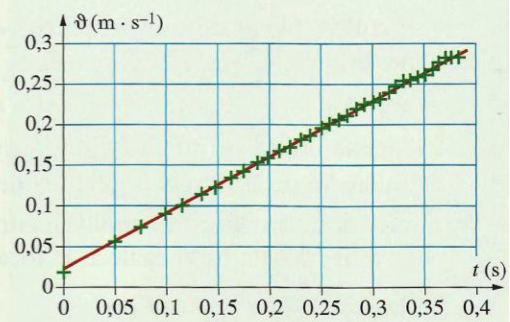


Doc. 7 *Mobile soumis à une force constante.*
Les frottements étant nuls, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent et $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{T}$.

> Observation

- Pour une même valeur T de la force de traction, nous constatons que la courbe représentant la vitesse ϑ_G du mobile de masse donnée en fonction du temps t est une droite **[Doc. 8]**. Le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est donc constant durant le mouvement : il est égal au coefficient directeur de la droite obtenue.

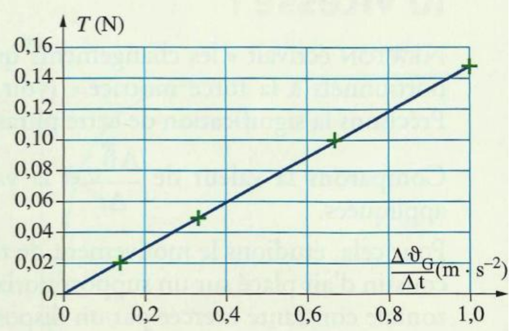
Pour une valeur fixée de T, le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est constant.



Doc. 8 *Représentation de la vitesse en fonction du temps d'un mobile soumis à une force constante.*

- Modifions T; le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est alors modifié. La courbe représentant T en fonction de $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ est une droite passant par l'origine **[Doc. 9]**.

La valeur T de la somme des forces appliquées et le rapport $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ sont proportionnels. La constante de proportionnalité est numériquement égale à la masse m du mobile.



Doc. 9 *T et $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ sont proportionnels.*
Le coefficient directeur de la droite de valeur 0,15 N . m⁻¹ . s² est numériquement égal à la masse du mobile : m = 0,15 kg.

> Interprétation

Les vecteurs $\Sigma\vec{F}_{ext}$, $\Delta\vec{\vartheta}_G$ et, par conséquent, $\frac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}$ ont la même direction et le même sens.
D'autre part, la constante de proportionnalité entre les valeurs de $\Sigma\vec{F}_{ext}$ et de $\frac{\Delta\vartheta_G}{\Delta t}$ étant égale à la masse m du mobile, nous admettrons que :

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m \cdot \frac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}$$

Ce résultat obtenu lors de l'étude d'un mouvement de translation rectiligne est vérifié pour tout type de mouvement.

Pour une même force appliquée, la variation, par unité de temps, du vecteur vitesse d'un mobile est d'autant plus **faible** que la masse est **grande** : la masse représente l'inertie du système **[Doc. 10]**.

Doc. 10 *Pour une même force appliquée, la masse d'un véhicule a une influence sur l'accélération de ce véhicule.*

Exercice d'entraînement

Analyse dimensionnelle de l'intensité de la pesanteur g

1. Relier le newton (N) aux unités fondamentales (m ; s ; kg).
2. Montrer que l'intensité de la pesanteur g s'exprime en m . s⁻².

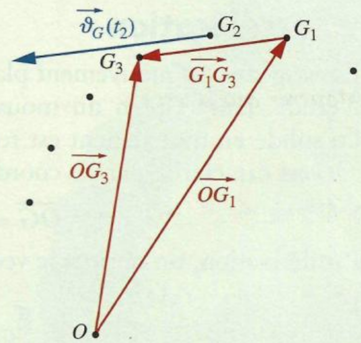
> Pour s'entraîner : Ex. 5 et 6

3. Comment définir mathématiquement le vecteur vitesse et le vecteur accélération ?

Étudions le mouvement du centre d'inertie *G* d'un solide dans le référentiel terrestre. Soit *O* un point fixe de ce référentiel.

3.1 Le vecteur vitesse

En classe de Première, nous avons réalisé des enregistrements (voir l'*activité préparatoire A*, page 205) et nous avons construit le vecteur vitesse à un instant t_2, en déterminant la vitesse moyenne entre les instants t_3 et t_1 très voisins : $\vec{\vartheta}_G(t_2) = \dfrac{\overrightarrow{G_1G_3}}{t_3 - t_1}$ **[Doc. 11]**.



Doc. 11 *Détermination du vecteur vitesse.*

Or $\overrightarrow{G_1G_3} = \overrightarrow{OG_3} - \overrightarrow{OG_1} = \Delta\overrightarrow{OG}$ et $\Delta t = t_3 - t_1$, donc $\vec{\vartheta}_G(t_2) = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t}$.

Pour obtenir la vitesse instantanée, il faut faire tendre Δt vers zéro.

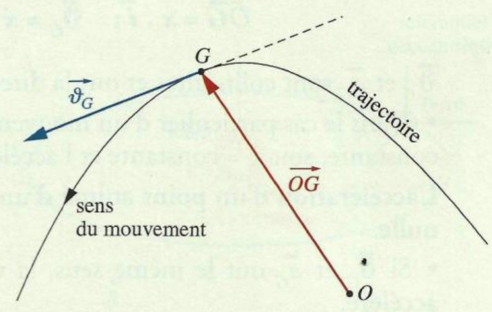
On montre en mathématiques que le rapport $\dfrac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t}$ peut être assimilé, lorsque Δt tend vers zéro, à la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ **[Doc. 12]** :

$$\vec{\vartheta}_G = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t}\right) = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}.$$

Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse du centre d'inertie *G* est égal à la dérivée, par rapport au temps, du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ à cet instant :

$$\vec{\vartheta}_G = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}.$$

***OG* s'exprime en mètre (m), *t* en seconde (s) et ϑ_G en mètre par seconde (m . s⁻¹).**

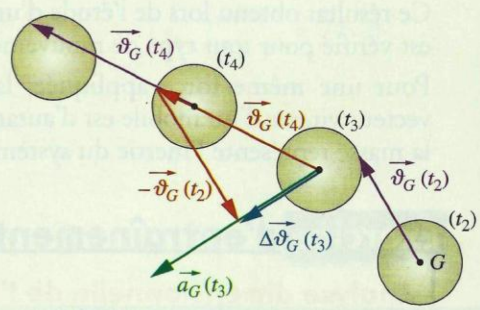


Doc. 12 *Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement.*

Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement **[Doc. 12]**.

3.2 Le vecteur accélération

L'accélération caractérise l'accroissement de la vitesse. Pour obtenir le vecteur accélération instantanée $\vec{a}_G$, on opère comme pour le vecteur vitesse **[Doc. 13]**.



Doc. 13 *Construction du vecteur accélération à la date t_3 (voir les difficultés du chapitre, page 216).*

Dans un référentiel donné, le vecteur accélération du centre d'inertie G d'un solide est égal à la dérivée par rapport au temps, du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_G$ à cet instant :

$$\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{\vartheta}_G}{dt}$$

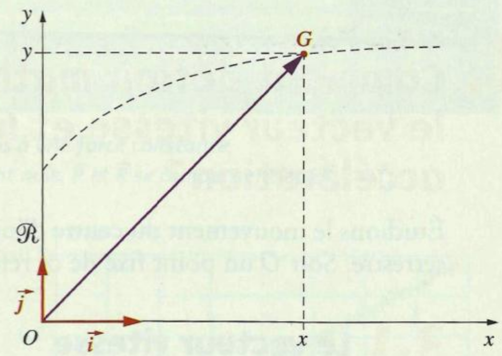
ϑ_G s'exprime en mètre par seconde (m . s^{-1}), t en seconde (s) et a_G en mètre par seconde carré (m . s^{-2}).

Remarque : les mots « vitesse » et « accélération » désignent les grandeurs instantanées (définies à un instant donné). Sinon, on précise vitesse moyenne ou accélération moyenne.

3.3 Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération

Envisageons un mouvement plan et soit $\mathcal{R}(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du référentiel d'étude dans le plan du mouvement. La position du centre d'inertie G du solide en mouvement est repérée par le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ **[Doc. 14]**.
$\overrightarrow{OG}$ est caractérisé par ses coordonnées $(x(t), y(t))$, fonctions du temps :

$$\overrightarrow{OG} = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j}.$$



Doc. 14 *Coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$.*

Par dérivation, on obtient le vecteur vitesse :

$$\vec{\vartheta}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}, \text{ soit } \vec{\vartheta}_G = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} = \vartheta_x \cdot \vec{i} + \vartheta_y \cdot \vec{j}$$

que l'on note : $\vec{\vartheta}_G = \dot{x} \cdot \vec{i} + \dot{y} \cdot \vec{j}$.

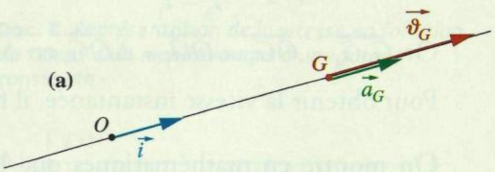
Par une nouvelle dérivation, on obtient le vecteur accélération :

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{\vartheta}_G}{dt}, \text{ soit } \vec{a}_G = \ddot{x} \cdot \vec{i} + \ddot{y} \cdot \vec{j} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}.$$

> Cas particulier du mouvement rectiligne

Considérons un mouvement rectiligne et faisons coïncider l'axe $(O, \vec{i})$ avec la trajectoire **[Doc. 15]**. Dans ce cas, nous avons :

$$\overrightarrow{OG} = x \cdot \vec{i}; \quad \vec{\vartheta}_G = \dot{x} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad \vec{a}_G = \ddot{x} \cdot \vec{i}.$$



Doc. 15 *Mouvement rectiligne du centre d'inertie G.*
(a) $\vec{\vartheta}_G \cdot \vec{a}_G > 0$ *: le mouvement est accéléré ;*
(b) $\vec{\vartheta}_G \cdot \vec{a}_G < 0$ *: le mouvement est retardé.*

$\vec{\vartheta}_G$ et $\vec{a}_G$ sont colinéaires et ont la direction de la trajectoire.

- Dans le cas particulier d'un mouvement rectiligne uniforme, la vitesse est constante, soit $\dot{x}$ = constante et l'accélération est nulle, soit $\ddot{x} = 0$.

L'accélération d'un point animé d'un mouvement rectiligne uniforme est nulle.

- Si $\vec{\vartheta}_G$ et $\vec{a}_G$ ont le même sens, la vitesse augmente : le mouvement est accéléré.
- Inversement, si $\vec{\vartheta}_G$ et $\vec{a}_G$ sont de sens contraires, le mouvement est retardé.

$\vec{\vartheta}_G \cdot \vec{a}_G > 0$: mouvement accéléré.

$\vec{\vartheta}_G \cdot \vec{a}_G < 0$: mouvement retardé.

> Pour s'entraîner : Ex. 7 et 8

4. Comment énoncer la deuxième loi de NEWTON ?

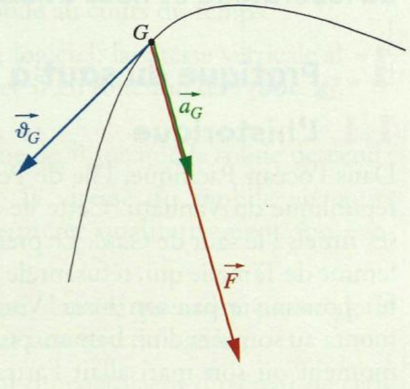
> Énoncé complet de la deuxième loi de NEWTON

Au paragraphe 2, nous avons admis que : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m \cdot \frac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}$. Lorque Δt tend vers 0, le terme $\frac{\Delta\vec{\vartheta}_G}{\Delta t}$ est égal à l'accélération instantanée $\vec{a}_G$. D'où l'énoncé complet de la deuxième loi de NEWTON :

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle $\Sigma\vec{F}_{ext}$ des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie :

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

Remarquons que le vecteur force est toujours colinéaire et de même sens que le vecteur accélération **[Doc. 16]** (et non colinéaire à la vitesse comme on le pensait avant NEWTON !).



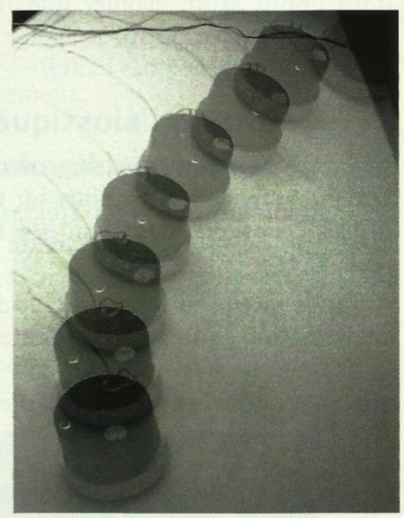
Doc. 16 *$\vec{\vartheta}_G$ est tangent à la trajectoire. $\vec{F}$ et $\vec{a}_G$ sont toujours colinéaires et de même sens.*

> De l'importance d'un référentiel galiléen

Les expériences précédentes qui ont permis de vérifier la relation $\Sigma\vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ montrent que le référentiel terrestre, référentiel d'étude du mouvement du mobile sur coussin d'air, est un référentiel galiléen.

Précisons l'importance du référentiel.

Le ***document 17*** montre une chronophotographie du mouvement d'un mobile autoporteur lancé sur une table horizontale, prise en bougeant la caméra. Le mouvement n'est plus rectiligne et uniforme dans le référentiel de la caméra qui n'est plus un référentiel terrestre ! La caméra que l'on bouge dans tous les sens n'est pas un référentiel galiléen.



Doc. 17 *Chronophotographie d'un mobile autoporteur sur une table horizontale, obtenue avec une caméra que l'on bouge.*

Les lois de NEWTON ne sont valables que dans des référentiels galiléens.

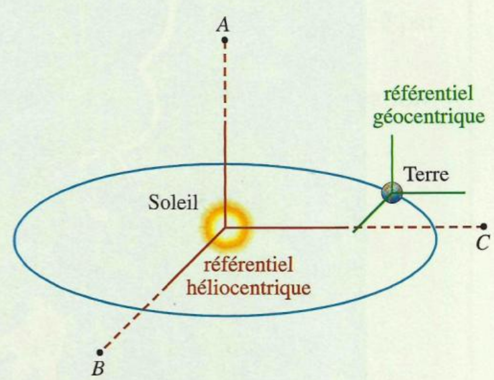
Lors de l'étude d'un mouvement, on ne sait pas, a priori, si le référentiel choisi est galiléen. On applique les lois de NEWTON en le supposant galiléen. Si les résultats théoriques sont conformes aux résultats expérimentaux, alors ce référentiel est bien galiléen.

Pour la plupart des **expériences de courte durée**, le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen.

Pour l'étude des satellites terrestres ou des marées par exemple, on prend comme référentiel d'étude galiléen, le référentiel géocentrique **[Doc. 18]**.

Pour l'étude du mouvement d'une sonde interplanétaire, on prend le référentiel héliocentrique.

Les lois de NEWTON ont une importance capitale car, connaissant les forces appliquées à un solide et les conditions initiales du mouvement, elles permettent de déterminer le mouvement ultérieur du centre d'inertie du solide : la mécanique de NEWTON est déterministe. C'est pour cette raison que l'on peut prévoir le mouvement d'un projectile, celui des sondes interplanétaires, le passage d'une comète, les éclipses, etc.



Doc. 18 *A, B et C sont des étoiles fixes. La Terre tourne sur elle-même dans le référentiel géocentrique dont les axes ont des directions fixes.*

> *Pour s'entraîner : Ex. 11*