

Probabilités

Vocabulaires
et
définitions

- **Expérience aléatoire** : Toute expérience dont on ne connaît pas ses résultats d'avance
- **Possibilité** : tout résultat d'une expérience aléatoire
- **Univers des possibilités** : l'ensemble de toutes les éventualités, noté Ω
- **L'événement** : toute partie de Ω
- **L'événement contraire** : est l'événement noté \bar{A} et qui vérifie : $A \cup \bar{A} = E$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- **L'événement $A \cap B$** : se réalise lorsque **A et B sont réalisés en même temps**
- **L'événement $A \cup B$** : se réalise lorsque l'un au moins des éventualités **A ou B** est réalisé.
- **A et B sont incompatibles (ou disjoints)** : si $A \cap B = \emptyset$

Propriétés	$P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$ et $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
La probabilité d'un événement	• Equiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$
La probabilité conditionnelle	• La probabilité de B sachant que A est réalisé $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ($P(A) \neq 0$)
L'indépendance	• A et B sont indépendants ssi : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Répétition d'expériences identiques et indépendantes	Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois. La probabilité de réalisation de A, exactement k fois est : $C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$

Variables aléatoires

loi de probabilité d'une variable aléatoire	une variable aléatoire est toute application X de Ω vers \mathfrak{R}												
	• <u>L'ensemble des valeurs prise par X</u> est noté :												
	$X(\Omega) = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$												
	• <u>La détermination de la loi de probabilité de X</u> :												
	signifie le calcul des probabilités des événements $(X = x_i)$ avec $i \in \{1, 2, \dots, n\}$												
	On résume la loi de probabilité de X dans le tableau :												
	<table><tr><td>x_i</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>x_3</td><td>...</td><td>x_n</td></tr><tr><td>$p(X = x_i)$</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>p_3</td><td>...</td><td>p_n</td></tr></table>	x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n	$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n
x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n								
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n								
	✓ Remarque : $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$												
▪ L'espérance mathématique : $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + \dots + x_n \cdot p_n$													
▪ La variance : $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + x_3^2 \cdot p_3 + \dots + x_n^2 \cdot p_n - (E(X))^2$													
▪ L'écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$													
La loi binomiale	Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois.												
	La variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de A s'appelle variable aléatoire binomiale de paramètres n et p												
	on a : $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \dots, n\}$												
	$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$ $p(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$												
	$E(X) = np$ et $V(X) = np(1 - p)$												