

Probabilités

Vocabulaires et définitions

- Expérience aléatoire :** Toute expérience dont on ne connaît pas ses résultats d'avance
- Possibilité :** tout résultat d'une expérience aléatoire
- Univers des possibilités :** l'ensemble de toutes les éventualités, noté Ω
- L'événement :** toute partie de Ω
- L'événement contraire :** est l'événement noté \bar{A} et qui vérifie : $A \cup \bar{A} = \Omega$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- L'événement $A \cap B$:** se réalise lorsque **A et B sont réalisés en même temps**
- L'événement $A \cup B$:** se réalise lorsque l'un au moins des éventualités **A ou B** est réalisé.
- A et B sont incompatibles (ou disjoints) :** si $A \cap B = \emptyset$

Propriétés	$P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$ et $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
La probabilité d'un événement	• Equiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$
La probabilité conditionnelle	• La probabilité de B sachant que A est réalisé $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (P(A) \neq 0)$
L'indépendance	• A et B sont indépendants ssi: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Répétition d'expériences identiques et indépendantes	Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois. La probabilité de réalisation de A , exactement k fois est : $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

Variables aléatoires

loi de probabilité d'une variable aléatoire	une variable aléatoire est toute application X de Ω vers \mathbb{R}												
	<ul style="list-style-type: none"> L'ensemble des valeurs prise par X est noté : $X(\Omega) = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ La détermination de la loi de probabilité de X : signifie le calcul des probabilités des événements ($X = x_i$) avec $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ On résume la loi de probabilité de X dans le tableau : 												
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x_i</th><th>x_1</th><th>x_2</th><th>x_3</th><th>...</th><th>x_n</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$p(X = x_i)$</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>p_3</td><td>...</td><td>p_n</td></tr> </tbody> </table> <p>✓ Remarque : $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$</p>	x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n	$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n
x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n								
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n								
	<ul style="list-style-type: none"> L'espérance mathématique : $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + \dots + x_n \cdot p_n$ La variance : $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + x_3^2 \cdot p_3 + \dots + x_n^2 \cdot p_n - (E(X))^2$ L'écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ 												
La loi binomiale	<p>Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois.</p> <p>La variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de A s'appelle variable aléatoire binomiale de paramètres n et p</p> <p>on a : $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \dots, n\}$</p> <p>$\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$</p> <p>$E(X) = np$ et $V(X) = np(1-p)$</p>												