

Fonctions exponentielles

EL KYAL MOHAMED

➤ Fonction exponentielle népérienne :

• Définition :

La fonction **exponentielle népérienne**, notée $\exp$, est la fonction réciproque de la fonction $\ln$. On pose : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp x = e^x$

• Conséquences et propriétés :

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln e^x = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad e^x \times e^y = e^{x+y}$
$\forall x \in]0, +\infty[\quad e^{\ln x} = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^{x^r} = e^{rx} \quad r \in \mathbb{Q}$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0, +\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{e^x} = e^{-x}$
$\forall x, y \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

• Domaine de définition :

f une fonction numérique de la variable réelle x définie par :	Domaine de définition de f :
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

• Limites usuelles :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$	$n \in \mathbb{N}^*$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$		

• Continuité:

La fonction $x \mapsto e^x$ est continue sur l'intervalle $\mathbb{R}$

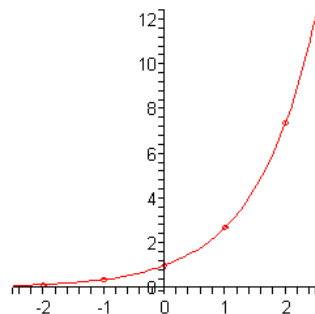
Si u est une fonction continue sur un intervalle I
alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est continue sur I

• **Dérivabilité :**

la fonction $x \mapsto e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$
et on a: $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x{}' = e^x$

Si u est une fonction est dérivable sur un intervalle I
alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I
et on a: $\forall x \in I \quad \left(e^{u(x)} \right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$

• **Représentation graphique de exp :**



➤ **Fonction exponentielle de base $a \in]0; +\infty[$:**

• **Définition :**

La fonction exponentielle de base a est la fonction définie par :

$$\forall x \in]0; +\infty[\quad a^x = e^{x \log a}$$

• **Conséquences et propriétés :**

$\forall x, y \in \mathbb{R}^2 \quad a^x \times a^y = a^{x+y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a a^x = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x^r} = a^{rx} \quad r \in \mathbb{Q}$	$\forall x \in]0; +\infty[\quad a^{\log_a x} = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{a^x} = a^{-x}$	$\forall x, y \in \mathbb{R}^2 \quad a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$
$\forall x, y \in \mathbb{R}^2 \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$	$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	
$a^x{}' = \ln a \times a^x$	