Année scolaire : 2021-2022 **Niveau :** 2Bac PC – SVT biof Prof : **BELBACHA El Mehdi**	RESUME : SUITE NUMERIQUE	Groupe Scolaire ALMOSTAKBAL

1. Suite Majorée – Suite minorée

Suite **majorée** par M	$(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \leq M$
Suite **minorée** par M	$(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq m$
Suite **bornée**	$(\forall n \in \mathbb{N}) : m \leq U_n \leq M$

Pour démontrer qu'une suite est majoré ou minoré , on utilise le principe de récurrence

Principe de récurrence

Question	Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq \alpha \ ou \ U_n \leq \alpha$	
Étape 1 **Étape 2**	**Pour $n = 0$** On vérifie la condition pour $n = 0$ **Supposons que : $U_n \geq \alpha$ ou. $U_n \leq \alpha$ $n \in \mathbb{N}$** **Montrons que $U_{n+1} \geq \alpha$ ou. $U_{n+1} \leq \alpha$**	
	Si $U_{n+1} = aU_n + b$ **L'encadrement** est suffisant On utilise la supposition : $U_n \geq \alpha \quad ou. \quad U_n \leq \alpha$ Puis on **encadre** En arrivant à $U_{n+1} \geq \alpha \quad ou. \quad U_{n+1} \leq \alpha$	Si $U_{n+1} = \frac{aU_n+b}{cU_n+d}$ On calcul **la différence** $U_{n+1} - \alpha$ On encadre le résultat de la différence En arrivant à $U_{n+1} - \alpha \geq 0 \quad ou \quad U_{n+1} - \alpha \leq 0$ Puis : $U_{n+1} \geq \alpha \quad ou. \quad U_{n+1} \leq \alpha$
Étape 3	**D'après le principe de récurrence on a $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq \alpha \ ou \ U_n \leq \alpha$**	

2. Monotonie d'une suite

Relation générale : Si $U_{n+1} - U_n \geq 0$ alors (U_n) est croissante Si $U_{n+1} - U_n \leq 0$ alors (U_n) est décroissante	**Étude de signe de $U_{n+1} - U_n$** • Encadrement • Identités remarquables • E-S-T
Propriété : Si $U_n > 0$ et : $\frac{U_{n+1}}{U_n} \geq 1$ alors (U_n) est croissante $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq 1$ alors (U_n) est décroissante	**Résultat** Si (U_n) est croissante alors elle est minorée par U_P Si (U_n) est décroissante alors elle est majorée par U_P

3. Suite Arithmétique – Suite géométrique :

	⊗ **Suite géométrique**	⊕ **Suite arithmétique**
Définition	$V_{n+1} = q \times V_n$	$V_{n+1} = V_n + r$
Question Réponse	**Montrer que (V_n) est une suite géométrique** 1. Déterminons V_{n+1} 2. Remarquer que $V_{n+1} = nombre \times V_n$ $Nombre : q$	**Montrer que (V_n) est une suite arithmétique** 1. Déterminons V_{n+1} 2. Calculons $V_{n+1} - V_n = \cdots = nombre.$ $Nombre\ obtenue : r$
Question **Réponse** **(Terme générale)**	**Écrire V_n en fonction de n** $V_n = V_p \times q^{n-p}$	**Écrire V_n en fonction de n** $V_n = V_p + r(n - p)$

Somme	$S_n = V_p \times \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$	$S_n = \frac{(n-p+1)(V_p+V_n)}{2}$
a et b et c trois termes consécutifs	Alors : $b^2 = a \times c$	Alors : $2b = a + c$

Suite en fonction de n

V_n géometrique	V_n arithmétique	Un ni géo , ni arithmétiques
On utilise le terme générale $V_n = V_p \times q^{n-p}$	On utilise le terme générale $V_n = V_p + r(n-p)$	$\rightarrow$ Chercher V_n en fonction de U_n $\rightarrow$ Écrire (ou définir) U_n en fonction de V_n $\rightarrow$ Remplacer V_n par son terme générale

4. LIMITE ET CONVERGENCE DUNE SUITE

Calcul de limites			Convergence	
Usuels	**Limite de type $\lim\limits_{n\to+\infty} (q)^n$**		Définition	**Propriété**
$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$ D'une façon générale : $\lim\limits_{n\to+\infty} n^\alpha = +\infty$ si $\alpha > 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} n^\alpha = 0$ si $\alpha < 0$	Si $-1 < q < 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (q)^n = 0$ Si $q = 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (q)^n = 1$	Si $q > 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (q)^n = +\infty$ Si $q \leq 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (q)^n$ n'admet pas de limite	Une suite (U_n) est **convergente** si elle admet une limite finie $(\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = l \in \mathbb{R})$ Une suite (U_n) est dite **divergente** Si : Elle n'admet pas de limite **OU** $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \infty$	Si Un est **croissante** est **majoré** Ou Un est **décroissante** et **minoré**

Critères de convergences

Critère 1 (Théorème des gendarmes)	Critère 2
Soient U_n et V_n et W_n trois suites Tel que : $V_n \leq U_n \leq W_n$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = L$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n = L$ Alors on aura : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L$	Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $\lvert U_n - L\rvert \leq V_n$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$ Alors on aura : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L$
Critère 3	**Critère 4**
Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $V_n \leq U_n$ Avec $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = +\infty$ Alors on aura : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$	Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $U_n \leq V_n$ Avec $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -\infty$ Alors on aura : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$

Suite lié à une fonction

Suite de type $U_{n+1} = f(U_n)$		Suite de type $V_n = f(U_n)$	
Si : $U_p \in I$ $U_{n+1} = f(U_n)$ (U_n) **convergente** f **continue sur** I $f(I) \subset I$	**Alors :** $limU_n \Leftrightarrow f(x) = x$ Limite = solution de l'équation	**Si** f est continue en a $(a \in \mathbb{R})$ Et (U_n) converge vers a alors	$limV_n = f(a)$