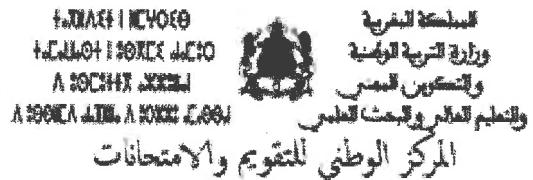


**الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا**  
**المسالك الدولية**  
**الدورة الاستدراكية 2021**  
**- الموضوع -**

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RS 22F



3 مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7 المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية  
(خيار فرنسية)

الشعبة أو المسار

### INSTRUCTIONS GENERALES

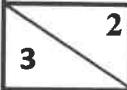
- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

### COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

<b>Exercice 1</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>4 points</b>
<b>Exercice 2</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>5 points</b>
<b>Exercice 3</b>	<b>fonctions numériques</b>	<b>3 points</b>
<b>Problème</b>	<b>Etude de fonctions numériques et calcul intégral</b>	<b>8 points</b>

- ✓  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien

<b>الصفحة</b>  <b>3</b>	<b>2</b> <b>RS 22F</b>	<p style="text-align: right;"><b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 – الموضوع</b>  <b>- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية</b>  <b>(خيار فرنسي)</b></p>
<b>Exercice 1 : (4 points )</b>		
<p><b>Soit <math>(u_n)</math> la suite numérique définie par : <math>u_0 = \frac{1}{3}</math> et <math>u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}</math> pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math></b></p>	<p><b>0.5</b> 1) Montrer que pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math>, <math>0 &lt; u_n &lt; 1</math></p>	<p><b>0.5</b> 2) a) Montrer que pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math> <math>u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}</math></p>
<p>b) Montrer que la suite <math>(u_n)</math> est convergente.</p>	<p><b>0.5</b> 3) On pose <math>v_n = \frac{1}{1 - u_n}</math> pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math></p>	<p>a) Montrer que <math>(v_n)</math> est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme.</p>
<p>b) Déterminer <math>v_n</math> en fonction de <math>n</math> et en déduire que <math>u_n = \frac{n+1}{n+3}</math>, pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math></p>	<p><b>0.5</b> c) Calculer la limite de la suite <math>(u_n)</math></p>	<p><b>0.5</b> 4) A partir de quelle valeur de <math>n</math>, a-t-on <math>u_n \geq \frac{1011}{1012}</math> ?</p>
<b>Exercice 2 : (5 points )</b>		
<p><b>0.75</b> 1) Résoudre dans l'ensemble <math>\mathbb{C}</math> des nombres complexes l'équation : <math>z^2 - 6z + 13 = 0</math></p>	<p><b>0.75</b> 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>, on considère les points <math>A</math>, <math>B</math> et <math>C</math> d'affixes respectives <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> telles que: <math>a = 3 + 2i</math>; <math>b = 3 - 2i</math> et <math>c = -1 - 2i</math></p>	<p><b>0.5</b> a) Ecrire <math>\frac{c-b}{a-b}</math> sous forme trigonométrique.</p>
<p><b>0.5</b> b) En déduire la nature du triangle <math>ABC</math></p>	<p><b>0.5</b> 3) Soit <math>R</math> la rotation de centre <math>B</math> et d'angle <math>\frac{\pi}{2}</math>. Soit <math>M</math> un point du plan d'affixe <math>z</math> et le point <math>M'</math> d'affixe <math>z'</math> l'image de <math>M</math> par <math>R</math>, et soit <math>D</math> le point d'affixe <math>d = -3 - 4i</math></p>	<p><b>0.5</b> a) Ecrire <math>z'</math> en fonction de <math>z</math></p>
<p><b>0.25</b> b) Vérifier que <math>C</math> est l'image de <math>A</math> par <math>R</math></p>	<p><b>0.5</b> 4) a) Montrer que les points <math>A, C</math> et <math>D</math> sont alignés.</p>	<p><b>0.5</b> b) Déterminer le rapport de l'homothétie <math>h</math> de centre <math>C</math> et qui transforme <math>A</math> en <math>D</math></p>
<p><b>0.5</b> c) Déterminer l'affixe <math>m</math> du point <math>E</math> pour que le quadrilatère <math>BCDE</math> soit un parallélogramme</p>	<p><b>0.5</b> 5) a) Montrer que <math>\frac{d-a}{m-b}</math> est un nombre réel.</p>	<p><b>0.5</b> b) En déduire que le quadrilatère <math>ABED</math> est un trapèze isocèle.</p>

### Exercice 3 : (3 points)

On considère la fonction numérique  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $h(x) = x + \ln x$

0.5 1) Montrer que la fonction  $h$  est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$

0.5 2) Déterminer  $h(]0; +\infty[)$

0.5 3) a) En déduire que l'équation  $h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur  $]0; +\infty[$

0.5 b) Montrer que  $0 < \alpha < 1$

0.5 4) a) Vérifier que  $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$

0.5 b) En déduire que  $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$

### Problème : (8 points)

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$

et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1 cm)

0.5 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et interpréter le résultat géométriquement.

0.5 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

0.75 b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  et interpréter le résultat géométriquement.

0.75 3) a) Montrer que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$

0.5 b) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$

0.5 4) a) Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$

0.5 b) Montrer que la courbe  $(C)$  admet un point d'inflexion d'abscisse 2

1 5) Construire la courbe  $(C)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (on prend :  $f(2) \approx 1,25$ )

0.5 6) Déterminer la valeur minimale de la fonction  $f$  et en déduire que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $e^{x-1} \geq x$

0.5 7) a) En utilisant une intégration par parties, calculer :  $\int_0^2 xe^{-x} dx$

0.5 b) En déduire que  $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$

8) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $]-\infty, 1]$

0.5 a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer.

0.75 b) Construire la courbe représentative de  $g^{-1}$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.25 c) A partir de la courbe représentative de  $g^{-1}$ , déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$