

الصفحة	1	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> <b>المسلاله الدوليه</b> <b>الدوره الاستدراكيه 2020</b> <b>- الموضوع -</b>	
4	**1		
		 <b>الملكه المغربيه</b> <b>وزارة التربية الوطنية</b> <b>والتكنولوجيا</b> <b>وتكوين المعنوي</b> <b>والتعليم العالى و البحث العلمي</b> <b>المركز الوطني للتقويم والامتحانات</b>	
SSSSSSSSSSSSSSSSSS		RS 22F	
3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

## **INSTRUCTIONS GÉNÉRALES**

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
  - ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
  - ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## **COMPOSANTES DU SUJET**

**L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :**

<b>Exercice 1</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>2 points</b>
<b>Exercice 2</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>5 points</b>
<b>Exercice 3</b>	<b>Dérivabilité et calcul intégral</b>	<b>4 points</b>
<b>Problème</b>	<b>Etude d'une fonction numérique et suites numériques</b>	<b>9 points</b>

- ✓ On désigne par  $|z|$  le module du nombre complexe  $z$  et par  $\bar{z}$  le conjugué de  $z$
  - ✓  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien

الصفحة	2	RS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 – الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	
<b>Exercice 1 : (2 points )</b>				
<p>Soit <math>(u_n)</math> la suite numérique définie par : <math>u_0 = 1</math> et <math>u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5}</math> pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math></p> <p><b>0.5</b> 1) Montrer que pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math>, <math>u_n &lt; 2</math></p> <p><b>0.5</b> 2) On pose pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math>, <math>v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}</math></p> <p><b>0.5</b> a) Montrer que <math>(v_n)</math> est une suite arithmétique de raison 2</p> <p><b>0.75</b> b) Ecrire <math>v_n</math> en fonction de <math>n</math> et en déduire <math>u_n</math> en fonction de <math>n</math> pour tout <math>n</math> de <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p><b>0.25</b> c) Calculer la limite de la suite <math>(u_n)</math></p>				
<b>Exercice 2 : (5 points )</b>				
<b>0.75</b>	<p>1) Résoudre dans l'ensemble <math>\square</math> des nombres complexes l'équation : <math>z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0</math></p> <p>2) On pose <math>a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i</math></p>			
<b>0.75</b>	<p>a) Ecrire <math>a</math> sous forme trigonométrique et en déduire que <math>a^{2020}</math> est un nombre réel</p> <p>b) Soit le nombre complexe <math>b = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}</math>. Prouver que <math>b^2 = a</math></p> <p>3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>, on considère les points <math>A</math>, <math>B</math> et <math>C</math> d'affixes respectives <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> tel que <math>c = 1</math>. La rotation <math>R</math> de centre <math>O</math> et d'angle <math>\frac{\pi}{8}</math> transforme le point <math>M</math> d'affixe <math>z</math> au point <math>M'</math> d'affixe <math>z'</math>.</p>			
<b>0.25</b>	<p>a) Vérifier que <math>z' = bz</math></p> <p>b) Déterminer l'image de <math>C</math> par la rotation <math>R</math> et montrer que <math>A</math> est l'image de <math>B</math> par <math>R</math>.</p>			
<b>0.75</b>	<p>4) a) Montrer que <math> a - b  =  b - c </math> et en déduire la nature du triangle <math>ABC</math></p> <p>b) Déterminer une mesure de l'angle <math>(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})</math></p>			
<b>0.5</b>	<p>5) Soit <math>T</math> la translation de vecteur <math>\vec{u}</math> et <math>D</math> l'image de <math>A</math> par <math>T</math></p>			
<b>0.25</b>	<p>a) Vérifier que l'affixe de <math>D</math> est <math>b^2 + 1</math></p>			
<b>0.75</b>	<p>b) Montrer que <math>\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}</math> et en déduire que les points <math>O</math>, <math>B</math> et <math>D</math> sont alignés</p>			

الصفحة 4	3	RS 22F	<p align="center"><b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 – الموضوع</b>  <b>- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية</b>  <b>(خيار فرنسية)</b></p>	
<b>Exercice 3 : (4 points )</b>				
<p>On considère la fonction numérique <math>u</math> définie sur <math>\mathbb{R}</math> par : <math>u(x) = e^x - 2x + 2 - 3e^{-x}</math></p>				
0.5			1)a) Montrer que pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ , $u'(x) = \frac{(e^x - 1)^2 + 2}{e^x}$	
0.25			b) poser le tableau de variation de la fonction $u$ (sans calcul de limite) ;	
0.5			c) En déduire le signe de la fonction $u$ sur $\mathbb{R}$ (remarquer que $u(0) = 0$ )	
0.5			2) Soit la fonction $v$ définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x) = e^{2x} - 2xe^x + 2e^x - 3$	
0.5			a)Vérifier que pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ , $v(x) = e^x u(x)$	
0.5			b) En déduire le signe de la fonction $v$ sur $\mathbb{R}$	
0.5			3) a) Montrer que la fonction $W$ définie par $W(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + (4 - 2x)e^x - 3x$ est une primitive de la fonction $v$ sur $\mathbb{R}$	
0.5			b) Calculer l'intégrale $\int_0^2 v(x)dx$	
0.75			c) Montrer que $\frac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction $W$ sur $\mathbb{R}$ .	
<b>Problème : (9 points )</b>				
<p>I - Soit <math>g</math> la fonction numérique définie sur <math>[0, +\infty[</math> par : <math>g(x) = e^{1-x} + \frac{1}{x} - 2</math></p>				
0.5			1) Montrer que $g'(x) < 0$ , pour tout $x \in ]0, +\infty[$	
0.5			2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$ ; (remarquer que $g(1) = 0$ )	
<p>II – On considère la fonction numérique <math>f</math> définie sur <math>[0, +\infty[</math> par :</p> <p style="text-align: center;"><math>f(x) = (1-x)e^{1-x} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x</math> et (<math>C</math>) sa courbe représentative dans un repère orthonormé <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math> ( unité : 2 cm )</p>				
0.5			1) Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement	
0.5			2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
0.75			b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement	
1			3) a) Montrer que pour tout $x$ de $[0, +\infty[$ , $f'(x) = (x-2)g(x)$	
0.75			b) Montrer que la fonction $f$ est décroissante sur $[0, 1]$ et sur $[2, +\infty[$ et croissante sur $[1, 2]$	
0.25			c) Dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur $[0, +\infty[$ , (on admet $f(2) \approx 1,25$ )	

<p><b>0.5</b> 4) Sachant que <math>f(3) = 0.5</math> et <math>f(4) = -1.9</math> montrer que l'équation <math>f(x) = 0</math> admet une solution unique dans l'intervalle <math>[3, 4]</math>.</p> <p><b>1</b> 5) Construire (<math>C</math>) dans le repère <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math></p> <p>III - On pose <math>h(x) = f(x) - x</math> pour tout <math>x</math> de l'intervalle <math>[1, 2]</math></p> <p><b>0.5</b> 1) a) A partir du tableau de variations de la fonction <math>h</math> ci-contre montrer que <math>f(x) \leq x</math> pour tout <math>x</math> de l'intervalle <math>[1, 2]</math></p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td><td style="padding: 5px; text-align: center;"><b>1</b></td><td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>h(x)</math></td><td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td><td style="padding: 5px; text-align: right;"><math>\searrow h(2)</math></td></tr> </table>	$x$	<b>1</b>	2	$h(x)$	0	$\searrow h(2)$
$x$	<b>1</b>	2					
$h(x)$	0	$\searrow h(2)$					
<p><b>0.25</b> b) Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation <math>f(x) = x</math> sur l'intervalle <math>[1, 2]</math></p> <p><b>2</b> 2) Soit <math>(u_n)</math> la suite numérique définie par : <math>u_0 = 2</math> et <math>u_{n+1} = f(u_n)</math> pour tout <math>n</math> de <math>IN</math></p> <p><b>0.75</b> a) Montrer par récurrence que <math>1 \leq u_n \leq 2</math> pour tout <math>n</math> de <math>IN</math></p> <p><b>0.5</b> b) Montrer que la suite <math>(u_n)</math> est décroissante.</p> <p><b>0.75</b> c) En déduire que la suite <math>(u_n)</math> est convergente et calculer <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math></p>							