



**الأمتحان الوطني الموحد للبكالوريا**  
**المسالك الدولية – خيار فرنسية**  
**الدورة الاستدراكية 2016**  
**- الموضوع -**

٢٠١٦ | ٢٠١٥ | ٢٠١٤ | ٢٠١٣ | ٢٠١٢ | ٢٠١١ | ٢٠١٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠



**المملكة المغربية**  
**وزارة التربية الوطنية**  
**والتكوين المهني**

**المركز الوطني للتقويم**  
**وامتحانات والتوجيه**

RS22F

**الرياضيات**

المادة

**3** مدة الإجاز

**7** المعامل

**مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ( الخيار فرنسية )**

الشعبة أو المسار

## INSTRUCTIONS GENERALES

- Nombre de pages : 4 ( La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen ) ;
- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;
- Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .

## COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

<b>Exercice 1</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>3 points</b>
<b>Exercice 2</b>	<b>Géométrie dans l'espace</b>	<b>3 points</b>
<b>Exercice 3</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>3 points</b>
<b>Exercice 4</b>	<b>Calcul de probabilités</b>	<b>3 points</b>
<b>Problème</b>	<b>Etude d'une fonction numérique et calcul intégral</b>	<b>8 points</b>

- Concernant le problème, In désigne la fonction logarithme népérien.

### Exercice 1 ( 3 points )

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{16} u_n + \frac{15}{16} \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

0.5 1)a) Montrer par récurrence que  $u_n > 1$  pour tout entier naturel  $n$

0.5 b) Vérifier que  $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$  pour tout entier naturel  $n$  puis montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.

0.25 c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.

2) Soit  $(v_n)$  la suite numérique telle que :  $v_n = u_n - 1$  pour tout entier naturel  $n$

1 a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{16}$  puis écrire  $v_n$  en fonction de  $n$

0.75 b) Montrer que  $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$  pour tout entier naturel  $n$ , puis déterminer la limite de la suite  $(u_n)$

### Exercice 2 ( 3 points )

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$A(1, 3, 4)$  et  $B(0, 1, 2)$

0.5 1) a) Montrer que  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 b) Montrer que  $2x - 2y + z = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(OAB)$

0.5 2) Soit  $(S)$  la sphère d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

Montrer que  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(3, -3, 3)$  et pour rayon 5

0.75 3) a) Montrer que le plan  $(OAB)$  est tangent à la sphère  $(S)$

0.75 b) Déterminer les coordonnées du point de contact  $H$  du plan  $(OAB)$  et de la sphère  $(S)$

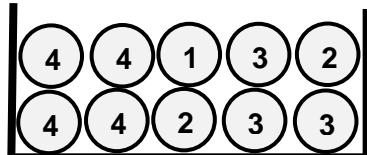
### **Exercice 3 ( 3 points )**

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 8z + 41 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $\Omega$  d'affixes respectives  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $\omega$  telles que  $a = 4 + 5i$ ,  $b = 3 + 4i$ ,  $c = 6 + 7i$  et  $\omega = 4 + 7i$
- 0.75 a) Calculer  $\frac{c-b}{a-b}$  puis en déduire que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés
- 0.75 b) Soit  $z$  l'affixe d'un point  $M$  du plan et  $z'$  l'affixe du point  $M'$ , image de  $M$  par la rotation  $R$  de centre  $\Omega$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$   
Montrer que  $z' = -iz - 3 + 11i$
- 0.75 c) Déterminer l'image du point  $C$  par la rotation  $R$  puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe  $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

### **Exercice 4 ( 3 points )**

Une urne contient 10 boules portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4  
( Les boules sont indiscernables au toucher )

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne .



- 1 1) Soit  $A$  l'évènement : " Obtenir deux boules portant deux nombres pairs".  
Montrer que  $p(A) = \frac{1}{3}$
- 2 2) On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience.  
Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement  $A$  est réalisé.  
Montrer que  $p(X=1) = \frac{4}{9}$  puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$

**Problème (8 points)**

I-Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$

On considère ci-dessous le tableau de variations de la fonction  $g$  sur  $]0, +\infty[$

0.25 1) Calculer  $g(1)$

0.75 2) En déduire à partir du tableau que

$g(x) > 0$  pour tout  $x$  appartenant à  $]0, +\infty[$

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

II-On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$

Soit  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité : 2 cm)

0.75 1) Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$  et interpréter géométriquement ce résultat.

0.5 2)a- Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ( pour le calcul de la limite on pourra utiliser l'écriture suivante  $f(x) = x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right]$  )

0.5 b- Montrer que la courbe  $(C)$  admet, au voisinage de  $+\infty$ , une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées .

0.75 3) a-Montrer que  $f'(x) = g(x)$  pour tout  $x$  appartenant à  $]0, +\infty[$

0.75 b- En déduire que  $f$  est strictement croissante sur  $]0, +\infty[$  et dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0, +\infty[$

0.5 4)a- Montrer que  $I(1, 0)$  est un point d'inflexion de la courbe  $(C)$

0.25 b-Montrer que  $y = x - 1$  est une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C)$  au point  $I$

0.75 c-Construire, dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la droite  $(T)$  et la courbe  $(C)$

0.5 5) a-Montrer que :  $\int_1^2 \left( 1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$

0.75 b - A l'aide d'une intégration par parties, montrer que  $\int_1^2 (x+1)\ln x dx = 4\ln 2 - \frac{7}{4}$

0.5 c- Calculer, en  $cm^2$ , l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=2$

0.5 6) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $x \in ]0, +\infty[$  ;  $(x+1)\ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$