



**EXERCICE 1 : (5,5 pts)**

3 1) Calculer les intégrales suivantes :  $I = \int_0^1 (x^2 - x + 1) dx$  ,  $J = \int_0^1 (e^x + e^{2x}) dx$

$$K = \int_0^{\pi} \cos(2x) dx$$

1,5 2)a) Résoudre l'équation différentielle  $(E)$  suivante :  $(E) : y'' + y' - 2y = 0$

1 b) Déterminer la solution  $f$  de l'équation  $(E)$  qui vérifie  $f(0) = 0$  et  $f'(0) = 1$

**EXERCICE 2 : (6,5 pts)**

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules rouges et 2 boules noires (indiscernables au toucher), on tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne

3 1) On considère les deux événements suivants : A "Obtenir une boule rouge exactement"  
B "Obtenir au moins une boule blanche"

Montrer que :  $p(A) = \frac{1}{2}$  et  $p(B) = \frac{41}{42}$

2) On considère la variable aléatoire  $X$  qui relie chaque tirage par le nombre de boules rouges tirées

0,5 a) Vérifier que l'ensemble des valeurs de  $X$  est :  $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

2 b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$

1 c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de  $X$

**EXERCICE 3 : (3,5 pts)**

On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  les points :

$A(1, 2, -2)$  et  $B(0, 3, -3)$  et  $C(1, 1, -2)$  et le plan  $(P)$  d'équation :  $x + y - 3 = 0$

1 1)a) Calculer la distance du point  $\Omega(0, 1, -1)$  au plan  $(P)$

0,5 b) Déduire que l'équation cartésienne de la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega$  et tangente au plan  $(P)$  est :

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$$

- 0,5 2) a) Déterminer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
- 0,5 b) Montrer que :  $x - z - 3 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(ABC)$
- 0,5 3)a) Vérifier que la sphère  $(S)$  est tangente au plan  $(ABC)$
- 0,5 b) Calculer  $\Omega C$  et déduire le point de contact de la sphère  $(S)$  et le plan  $(ABC)$

**EXERCICE 4 : (4,5 pts)**

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par :

$$f(x) = \ln(x) - \frac{\ln(x)}{x}$$

Et soit  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité 1cm)

- 0,5 1)a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  et interpréter géométriquement le résultat
- 0,75 b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  et interpréter géométriquement le résultat
- 0,5 2) a) Montrer que  $(\forall x \in ]0, +\infty[)$   $f'(x) = \frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$
- 0,5 b) Déduire que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[1, +\infty[$  et décroissante sur l'intervalle  $]0, 1]$
- 0,5 c) Donner le tableau de variation de  $f$
- 0,5 3) Tracer la courbe  $(C)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 0,5 4)a) Montrer que  $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$
- 0,5 b) On utilisant une intégration par partie montrer que  $\int_1^e \ln(x) dx = 1$
- 0,25 c) Déduire l'aire du domaine délimité par la courbe  $(C)$  et l'axe des abscisses et les droites  $x = 1$  et  $x = e$