

## APPLICATIONS

### App1 (avec correction) :

À partir du schéma-bloc suivant, **donnez** l'expression de la F.T.B.F. en absorbant les boucles de retour.

#### ← Résolution App1 :

On peut déjà regrouper  $H(p)$  et  $F(p)$  en un seul bloc de fonction de transfert  $H(p).F(p)$ . L'association  $H(p).F(p)$  et  $G(p)$  donne :

$$H1(p) = \frac{H(p).F(p)}{1 + H(p).F(p).G(p)} \text{ à placer dans le schéma 2.}$$

Cette nouvelle fonction de transfert s'associe avec  $Y(p)$

$$\text{pour donner : } H2(p) = \frac{H(p).F(p)}{1 + H(p).F(p).G(p)} + Y(p)$$

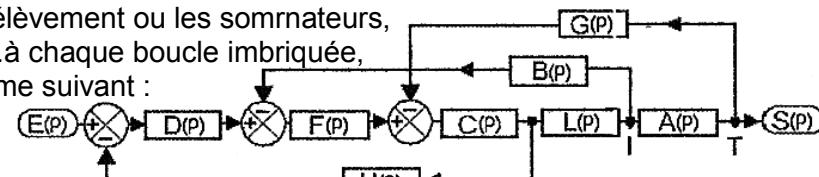
Attention,  $Y(p)$  n'est pas dans une boucle de retour, mais dans une boucle additionnelle.

### App2 (avec correction) :

En déplaçant les blocs, les points de prélèvement ou les sommateurs, et en appliquant la formule de la F.T.B.F. à chaque boucle imbriquée, **déterminez** la F.T.B.F. globale du système suivant :

#### ← Résolution App2 :

La boucle du bloc  $B$  passant au point I empêche d'appliquer la formule  $\frac{H(p)}{1 + H(p).G(p)}$ .

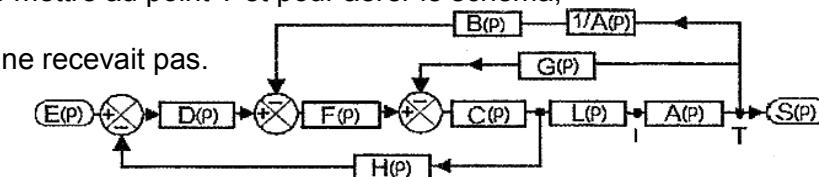


Déplacez le point de prélèvement pour le mettre au point T et pour aérer le schéma, placez la FT au-dessus de  $G(P)$ .

Dans ce cas le bloc  $B(p)$  reçoit  $A(p)$  qu'il ne recevait pas.

Pour éviter d'affecter le système,

placez un bloc  $\frac{1}{A(p)}$  à côté du bloc  $B(p)$ .

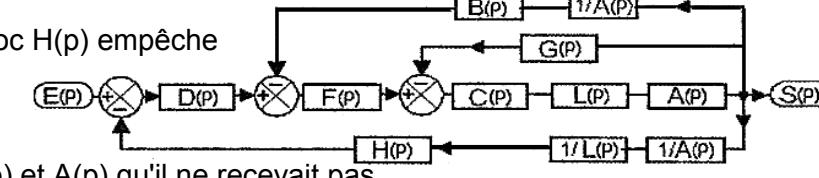


Ainsi le produit  $A(p) \cdot \frac{1}{A(p)} = 1$  ramène le système à l'identique.

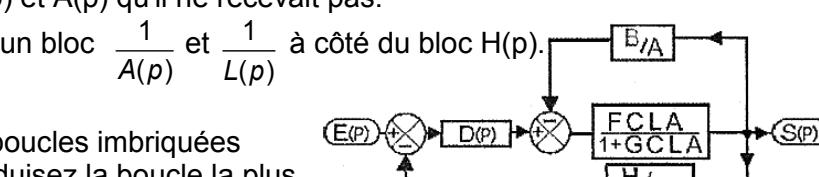
Pour les mêmes raisons, la boucle du bloc  $H(p)$  empêche l'utilisation de la formule de la FTBF.

Déplacez le point de prélèvement pour le mettre au point T.

Dans ce cas le bloc  $H(p)$  va recevoir  $L(p)$  et  $A(p)$  qu'il ne recevait pas.



Pour éviter d'affecter le système, placez un bloc  $\frac{1}{A(p)}$  et  $\frac{1}{L(p)}$  à côté du bloc  $H(p)$ .

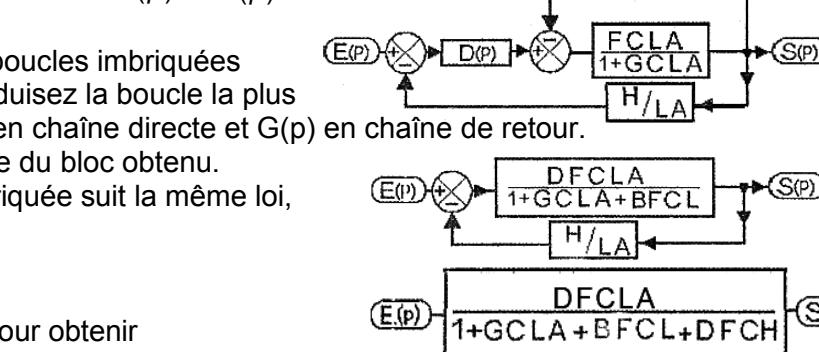


Ainsi le système est identique.

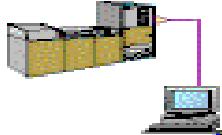
Le système est prêt pour remplacer les boucles imbriquées en appliquant la formule de la FTBF. Réduisez la boucle la plus imbriquée, composée de  $C(p).L(p).A(p)$  en chaîne directe et  $G(p)$  en chaîne de retour.

Entrez ensuite  $F(p)$  qui se trouve en série du bloc obtenu.

La réduction de la deuxième boucle imbriquée suit la même loi, la même formule.

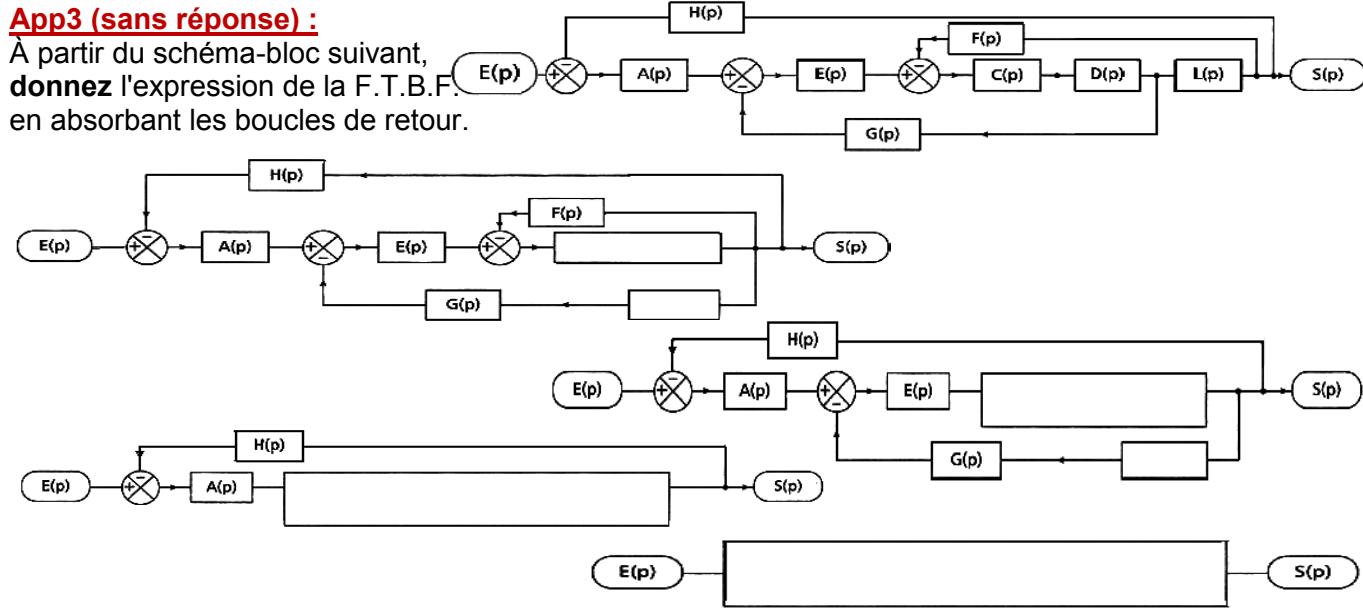


Réduisez la dernière boucle imbriquée pour obtenir

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	<b>Cours ; Applications</b>	<b>@.EZ@HR@OUI</b> 
--	---	-----------------------------	--

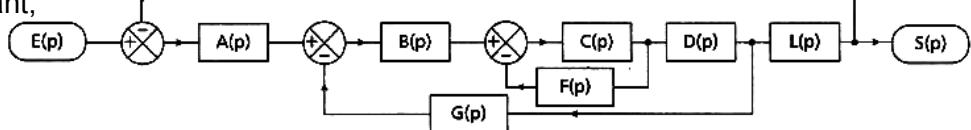
### App3 (sans réponse) :

À partir du schéma-bloc suivant, **donnez** l'expression de la F.T.B.F. en absorbant les boucles de retour.



### App4 (sans réponse) :

À partir du schéma-bloc suivant, **donnez** l'expression de la F.T.B.F. en absorbant les boucles de retour.

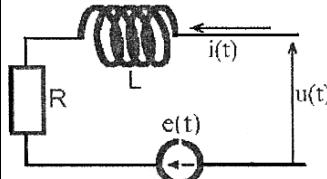


### App5 (avec correction) : Schéma-bloc de la FT d'un moteur à courant continu :

Schéma électrique simplifié d'un moteur à courant continu.

Il est géré par les quatre équations suivantes :

(1)	$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$	Équation électrique définie d'après le schéma (équation électrique de l'induit)
(2)	$C_m = K_i \cdot i(t)$	Équation propre au moteur à courant continu (équation donnant la constante de couple $K_i$ )
(3)	$C_m - f \cdot \omega(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$	Équation propre au PFD (équation mécanique sur l'arbre moteur)
(4)	$e(t) = K_e \cdot \omega(t)$	Équation propre au moteur à courant continu (équation donnant la constante de f.e.m)

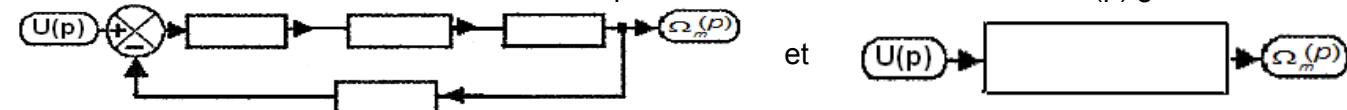


Appliquez à ces 4 équations, les théorèmes des transformées de Laplace

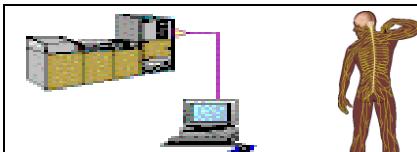
(1)	$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$	$\xrightarrow{L}$	$U(p) - E(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p)$	$H_1(p) = \frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R + L \cdot p}$
(2)	$C_m = K_i \cdot i(t)$	$\xrightarrow{L}$	$C_m(p) = K_i \cdot I(p)$	$H_2(p) = \frac{C_m(p)}{I(p)} = K_i$
(3)	$C_m - f \cdot \omega(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$	$\xrightarrow{L}$	$C_m(p) - f \cdot \Omega(p) = J \cdot p \cdot \Omega(p)$	$H_3(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{1}{f + J \cdot p}$
(4)	$e(t) = K_e \cdot \omega(t)$	$\xrightarrow{L}$	$E(p) = K_e \cdot \Omega(p)$	$H_4(p) = \frac{E(p)}{\Omega(p)} = K_e$

A partir de ces quatre fonctions transfert, remplissez le schéma-bloc suivant.

En utilisant la formule de la FTBF, **donnez** l'expression de la fonction de transfert  $H(p)$  globale.



Remplissez le schéma-bloc suivant, qui permet de passer de  $U(p)$  à  $X(p)$ , sachant que le moteur fait tourner une vis de pas  $p$ , pour faire avancer un chariot d'une distance  $x(t)$ .

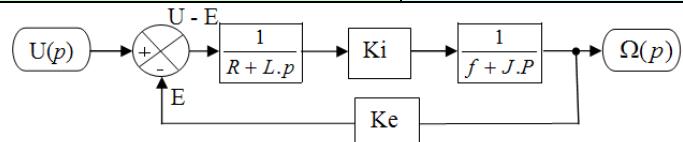


← Corrigé App5 :

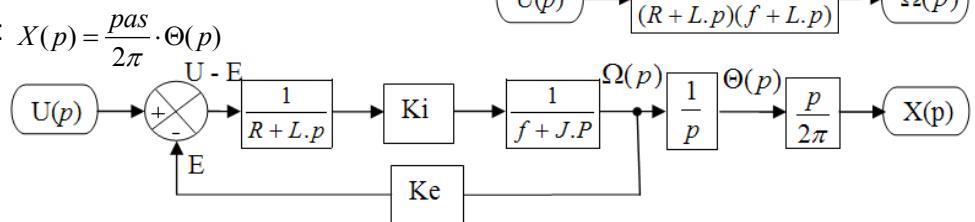
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(t) \rightarrow p \cdot \Theta(p) = \Omega(p)$$

donc la  $FTBF = \frac{\Theta(p)}{\Omega(p)} = \frac{1}{p}$  La translation  $x(t)$  d'une vis est proportionnelle à la rotation  $x(t) = k \cdot \theta(t)$ .

Après une rotation d'un tour, la vis avance d'un pas :  $pas = k \cdot 2\pi \rightarrow x(t) = \frac{pas}{2\pi} \cdot \theta(t)$



Dans le domaine de Laplace :  $X(p) = \frac{pas}{2\pi} \cdot \Theta(p)$



App6 (avec correction) :

**Circuit R-C**

Dans le schéma-bloc suivant vous aurez à réfléchir avant d'appliquer la formule  $\frac{H(p)}{1 + G(p) \cdot H(p)}$ .

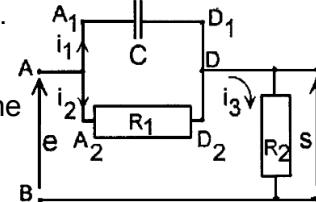
En effet, un sous-ensemble de ce schéma-bloc est en parallèle et non en série.  
Il faut sommer les fonctions transfert et non pas les composer.

Le problème **consiste à déterminer** la fonction transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$  dans le domaine

de Laplace, à partir du schéma électrique suivant :

← Corrigé App6 :

1	$i_3(t) = i_1(t) + i_2(t)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}} I_3(p) = I_1(p) + I_2(p)$
2	$\frac{1}{C} \int_0^t i_1 \cdot dt - R_1 \cdot i_2(t) = 0$	$\xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{I_1(p)}{C \cdot p} - R_1 \cdot I_2(p) = 0$
3	$\frac{1}{C} \int_0^t i_1 \cdot dt + R_2 \cdot \{i_1(t) + i_2(t)\} = e(t)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{I_1(p)}{C \cdot p} + R_2 \cdot \{I_1(p) + I_2(p)\} - E(p) = 0$
4	$s(t) = R_2 \cdot \{i_1(t) + i_2(t)\}$	$\xrightarrow{\mathcal{L}} S(p) = R_2 \cdot \{I_1(p) + I_2(p)\}$



La sortie  $S(p)$  de l'équation (4) reportée dans l'équation (3) permet d'écrire  $\frac{I_1(p)}{C \cdot p} = E(p) - S(p)$

ce qui correspond à l'opération exécutée par le sommateur d'entrée.  $E(p)$  est l'entrée et  $S(p)$  la sortie qui revient au sommateur d'entrée par un retour unitaire. Ainsi la première fonction transfert du schéma-bloc

est :  $H_1(p) = \frac{I_1(p)}{E(p) - S(p)} = C \cdot p$  où  $I_1(p)$  sort du premier bloc.

Cherchez une FT dont  $I_1(p)$  est l'entrée, suivie d'une sortie. L'équation (2) convient et permet d'écrire

$$I_2(p) = \frac{I_1(p)}{R_1 \cdot C \cdot p} \quad \xrightarrow{\quad} \quad \frac{I_1(p)}{R_1 \cdot C \cdot p} \xrightarrow{\quad} I_2(p) \quad \xrightarrow{\quad} \quad \frac{I_2(p)}{I_1(p)} = \frac{1}{R_1 \cdot C \cdot p}$$

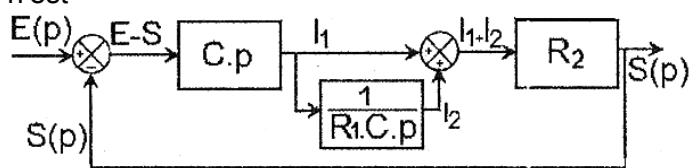
La sortie du bloc est  $I_2(p)$ . Cherchez une FT dont  $I_2(p)$

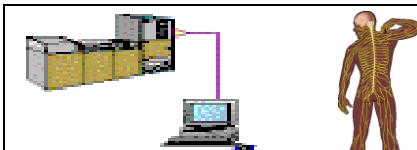
est l'entrée : L'équation (1) convient, car aucune autre n'est utilisable dans la situation actuelle.  $I_3(p) = I_1(p) + I_2(p)$  est réalisé par un sommateur.

Ensuite, connaissant  $I_1(p) + I_2(p)$ ,

déterminez  $S(p) = R_2 \cdot \{I_1(p) + I_2(p)\}$ .

Le schéma-bloc final est le suivant :





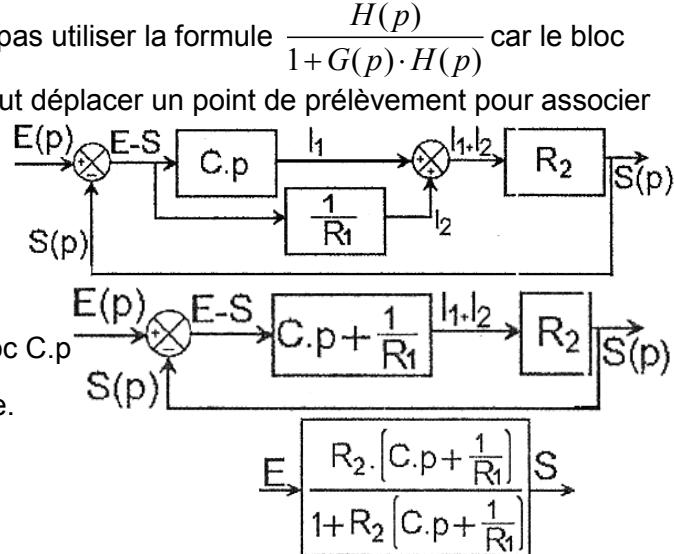
Pour déterminer la FTBF de ce système on ne peut pas utiliser la formule  $\frac{H(p)}{1+G(p) \cdot H(p)}$  car le bloc de la boucle intérieure doit être d'abord sommé. Il faut déplacer un point de prélèvement pour associer le bloc C.p avec le bloc  $\frac{1}{R_1 \cdot C \cdot p}$ .

Déplacer le point de prélèvement avant C.p, oblige à réaliser le produit  $\frac{1}{R_1 \cdot C \cdot p} \cdot C.p = \frac{1}{R_1}$

Ajoutez d'abord les fonctions transfert de chaque bloc C.p et  $\frac{1}{R_1}$ . Multipliez les deux fonctions transfert en série.

Il reste une boucle à retour unitaire.

La fonction transfert finale globale est :



## V- CARACTÉRISTIQUES ÉQUIVALENTES D'UN SYSTÈME RAPPORTÉES A L'ARBRE MOTEUR :

Dans un système de transmission par engrenages, on désire connaître l'influence sur l'arbre moteur (1) des frottements visqueux, des couples résistants à sec et de l'inertie des arbres entraînés par la partie motrice.

### A- Inertie équivalente rapportée à l'arbre moteur :

On considère  $J_m$  l'inertie du rotor du moteur, et  $J_{r1}$ , l'inertie de la partie du réducteur située sur l'arbre moteur.

On prend en compte  $J_{r2}$ , l'inertie du réducteur situé sur l'arbre récepteur, et  $J_2$ , l'inertie du récepteur, indépendante du réducteur.

Pour mettre en évidence les effets d'inertie, on ne tient pas compte du coefficient de frottement visqueux ni des couples résistants à sec.

#### Méthode

On cherche à déterminer l'inertie équivalente rapportée à l'arbre moteur.

La démonstration s'appuie sur le théorème du moment cinétique appliqué aux systèmes

tournant autour d'un axe fixe :  $\sum M_{t/\Delta} = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$

où  $\Delta$  est l'axe de rotation de l'arbre considéré.

Écrire l'équation appliquée à l'arbre moteur :

$$C_m(t) - F \cdot R_1 = (J_m + J_{r1}) \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; F : \text{force tangente de contact entre les pignons (1) et (2)} : |F_{1/2}| = |F_{2/1}| = F$$

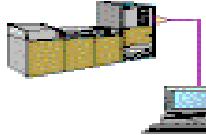
$$\text{Écrire l'équation appliquée à l'arbre récepteur : } F \cdot R_2 = (J_2 + J_{r2}) \cdot \frac{d\omega_2}{dt}$$

$$\text{Écrire le rapport de réduction entre les deux pignons : } |k| = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

La résolution de ce système d'équations permet le calcul de  $C_m$  en fonction de toutes les inerties :

$$C_m(t) = \left[ J_m + J_{r1} + k^2 (J_{r2} + J_2) \right] \cdot \frac{d\omega_1}{dt}$$

La quantité  $J_m + J_{r1} + k^2 (J_{r2} + J_2)$  est l'inertie équivalente rapportée à l'arbre moteur.

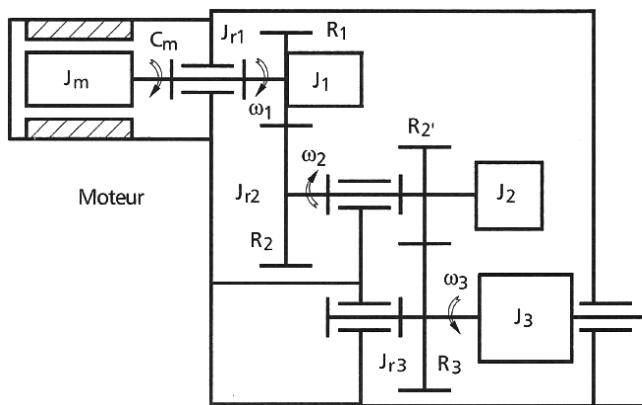
 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 @.EZ@HR@OUI
<b>Cours ; Applications</b>		2 <sup>eme</sup> STM Doc : élève

## App7 (avec correction) :

Le système donné comporte un arbre moteur (1), un arbre auxiliaire (2) et un arbre récepteur (3).

Soit  $C_m(t)$  le couple moteur. On tient compte des inerties suivantes :

- inertie sur l'arbre (1) :  $J_m, J_{r1}, J_1$  ;
- inertie sur l'arbre intermédiaire (2) :  $J_{r2}, J_2$  ;
- inertie sur l'arbre récepteur (3) :  $J_{r3}, J_3$ .



Déterminez l'inertie équivalente du système complet, rapportée à l'arbre moteur. Écrire les équations des moments, appliquées aux arbres (1), (2) et (3).

$F$  : est la force tangente de contact entre les pignons

$$(1) \text{ et } (2) : \|F_{1/2}\| = \|F_{2/1}\| = F$$

$T$  : est la force tangente de contact entre les pignons

$$(2') \text{ et } (3) : \|T_{2/3}\| = \|T_{3/2}\| = T$$

Écrire les rapports de réduction  $k$  entre les pignons (2) et (1) et  $\lambda$  entre les pignons (3) et (2').

À partir du système d'équations obtenu, déterminez l'expression de  $C_m(t)$ .

## → Réponse App7 :

$$C_m(t) = \left[ J_m + J_{r1} + J_1 + k^2(J_{r2} + J_2) + k^2\lambda(J_{r3} + J_3) \right] \cdot \frac{d\omega_1}{dt}$$

La quantité  $[J_m + J_{r1} + J_1 + k^2(J_{r2} + J_2) + k^2\lambda(J_{r3} + J_3)]$  est l'inertie équivalente rapportée à l'arbre 1.

## B- Inertie particulière :

Lors du démarrage d'un véhicule, la masse de celui-ci intervient sur l'axe des roues.

Il s'agit alors de déterminer l'inertie de masse appliquée sur l'axe des roues du véhicule.

Soit un véhicule de masse  $M$ , subissant une accélération ( $a = \gamma = \Gamma$ ), se déplaçant à vitesse linéaire  $V(t)$  et dont les roues tournent à vitesse angulaire  $\omega(t)$ .

On fait l'hypothèse que chaque roue supporte la même charge, soit  $P = M.g$ .

## Méthode

Par application de la loi fondamentale de la dynamique, la force d'entraînement d'une des roues motrices sur le châssis est égale à  $F = M.a$ .

$$\text{La vitesse linéaire } V(t) = R.\omega(t) \text{ implique l'accélération linéaire } a = R \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Soit I le point de contact de la roue sur le sol. Le moment de cette force par rapport CIR (I) est égal à

$$Mt_{/I} = F.R = M.\Gamma.R = M.R \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot R = M.R^2 \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Le théorème du moment cinétique a pour équation :

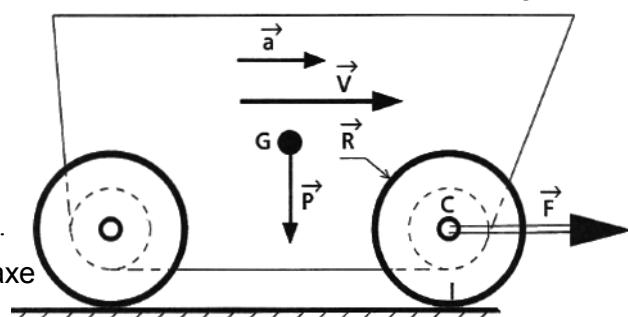
$$\sum Mt_{/\Delta} = J_e \cdot \frac{d\omega}{dt} \text{ où } J_e \text{ est l'inertie équivalente.}$$

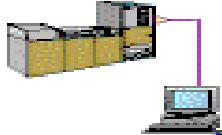
Par égalité des deux équations on détermine  $J_e = M.R^2$ .

L'inertie  $J_e$  s'ajoute à l'inertie  $J_p$  propre à la masse de l'axe

et des roues et subit la même transformation pour

se rapporter à l'axe moteur.  $J_p$  dépend du rayon et de la masse des roues, alors que  $J_e$  dépend de la masse du véhicule entraîné par les roues.



 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>
<b>Cours ; Applications</b>		

### C- Coefficient de frottement visqueux rapporté à l'arbre moteur :

On désire connaître l'influence du coefficient de frottement visqueux d'un arbre récepteur (2) sur l'arbre moteur (1). Le couple de frottement visqueux est donné par la formule  $C_f = f \cdot \omega(t)$  où  $f$  est le coefficient de frottement visqueux et  $\omega(t)$  la vitesse de rotation de l'arbre considéré.

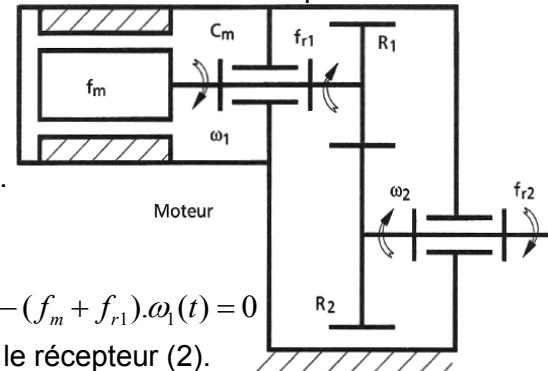
Dans cet exercice, on ne tient compte que des effets du coefficient de frottement visqueux.

On utilise le théorème du moment cinétique

$\sum Mt_{/\Delta} = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$  ou  $J = 0$  puisque l'inertie n'est pas prise en compte.

$f_m$  est le coefficient de frottement visqueux sur l'arbre moteur.

$f_{r1}$  est le coefficient de frottement visqueux du réducteur sur l'arbre moteur (1).



L'équation (Eq1) sur l'arbre moteur s'écrit alors :  $C_m(t) - F \cdot R - (f_m + f_{r1}) \cdot \omega_1(t) = 0$

$f_{r2}$  est le coefficient de frottement visqueux du réducteur sur le récepteur (2).

L'équation (Eq2) sur l'arbre récepteur s'écrit alors :  $F \cdot R_2 - f_{r2} \cdot \omega_2(t) = 0$ .

Le rapport de réduction entre les pignons (1) et (2) est  $|k| = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ .

La résolution du système d'équations permet de déterminer  $C_m$ :  $C_m(t) = (f_m + f_{r1} + k^2 \cdot f_{r2}) \cdot \omega_1(t)$

La quantité  $(f_m + f_{r1} + k^2 \cdot f_{r2})$  est le coefficient de frottement visqueux équivalent rapporté à l'arbre 1

Cette expression correspond à la valeur minimale du couple moteur nécessaire pour vaincre les frottements visqueux du système.

### D- Couple résistant ramené à l'arbre moteur :

Dans un système de transmission par engrenages, on peut connaître l'influence du couple résistant à sec d'un arbre récepteur (2) sur l'arbre moteur (1) en appliquant le même théorème. La résolution du système d'équations permet de déterminer  $C_m(t) = C_r + k \cdot C_{r2}$ . La quantité  $C_r + k \cdot C_{r2}$  représente le couple résistant équivalent rapporté à l'arbre moteur.

### E- Généralisation :

Si un système est composé de plusieurs arbres récepteurs ou non, chacun lié directement ou non à l'arbre moteur par des engrenages, la loi de superposition des états permet, à partir des résultats précédents, de déterminer les caractéristiques équivalentes du système complet, rapportées à l'arbre moteur.

### App8 (avec correction) :

Un réducteur de vitesse comporte un arbre moteur recevant le couple  $C_m(t)$ , un arbre auxiliaire et un arbre récepteur, tournant chacun à vitesse angulaire  $\omega_m(t), \omega_2(t), \omega_3(t)$ .

Dans cet exercice interviennent les trois éléments étudiés précédemment, c'est-à-dire : les inerties,  $J_m, J_{r1}, J_1, J_{r2}, J_2, J_{r3}, J_3$  ; les coefficients de frottement visqueux :  $f_1, f_2, f_3$  ; les couples résistants à sec :  $C_{r1}, C_{r2}, C_{r3}$ . Ces éléments sont définis sur chaque arbre.

On exprime les rapports de réduction  $|k|$  entre les arbres (2) et (1) et  $|\lambda|$  entre les arbres (3) et (2).

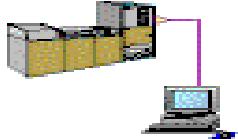
1- Déterminez le couple moteur  $C_m(t)$  en fonction de  $\omega_m(t)$  et des éléments définis précédemment.

2- Déduisez-en l'expression de la partie équivalente de toutes les perturbations résistantes.

3- Donnez l'expression de  $C(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  dans le domaine symbolique de Laplace.

→ Réponse App8 : Les moments d'inertie usuelle voir cours de la dynamique

$$C_m(p) = C_{r1} + k \cdot C_2 + k \cdot \lambda \cdot C_{r3} + \left\{ \left[ (J_m + J_{r1} + J_1) + k^2 (J_{r2} + J_2) + k^2 \lambda^2 (J_{r3} + J_3) \right] p + (f_1 + k^2 f_2 + k^2 \lambda^2 f_3) \right\} \Omega_m(p)$$

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <b>@.EZZ@HR@OUI</b>
<b>Cours ; Applications</b>		<b>2<sup>eme</sup> STM</b> <b>Doc : élève</b>

## Formulaire

## Dynamique - Statique

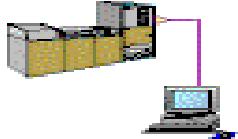
Force de pesanteur	$P = M \cdot g$
Loi fondamentales - Somme de forces extérieures sur un système S : - Somme des moments des forces extérieures sur un système S	$\sum \vec{F}_{ext/S} = M \cdot \vec{a}$ et $\sum \vec{m} \vec{F}_{ext/S} = J \cdot \vec{\omega}$
En posant $a = 0$ et $\dot{\omega} = 0$ , on obtient les lois fondamentales de la statique.	$\sum \vec{F}_{ext/S} = \vec{0}$ et $\sum \vec{m} \vec{F}_{ext/S} = \vec{0}$
- Ressort de compression ou d'extension : la force dans un ressort est proportionnelle à la longueur comprimée du ressort. (Le sens dépend du type de ressort et du repère choisi).	$F_r = k \cdot (L_f - L_i)$ K : coefficient de raideur en (N/m)
- Ressort à spirale : le couple est proportionnel à l'angle de rotation.	$C_r = k \cdot \theta$ ; $\theta$ : angle de rotation en (rad)
- Couple de frottement visqueux (rotation) : Il s'oppose toujours au déplacement du système isolé. Il est donc négatif si le sens du mouvement est positif.	$C_f = \nu \cdot \omega(t)$ ; $\nu$ : coefficient de frottement visqueux mécanique en $\left( \frac{N \cdot m}{rad/s} \right)$
- Force de frottement visqueux (translation) : Elle s'oppose toujours au déplacement du système isolé. Elle est donc négative si le sens du mouvement est positif.	$F = f \cdot V(t)$ ; $f$ : coefficient de frottement visqueux mécanique en (kg/s)
Rapport de réduction (engrenage)	$ r  = \frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{Z_A}{Z_B} = \frac{d_A}{d_B} = \eta \cdot \frac{C_A}{C_B}$

## Formulaire

## Électricité

(toujours préciser le sens de  $i(t)$  et  $e(t)$ )

Inductance L en (H), ( $e(t)$ et $i(t)$ de même sens)	$e(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = f \cdot e \cdot m$
Résistance R en ( $\Omega$ ) :	$U(t) = R \cdot i(t)$
Loi d'Ohm généralisée :	$U(t) = r \cdot i(t) - \sum e(t)$
Capacité C en (F) :	$i(t) = C \cdot \frac{dU(t)}{dt} \Rightarrow U(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$
Moteur électrique à courant continu - couple moteur électromécanique $C_m$ en (N.m) - Constante de couple $K_c$ en (Nm/A) - Constante de force électromotrice $K_e$	$C_m = K_c \cdot i(t)$ et $e(t) = K_e \cdot \omega(t)$ $\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60} = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ {f en (Hz) ; T en (s)}
Théorème du moment cinétique appliqué à un arbre moteur : - Moteur à vide [ $J_m$ : inertie moteur ( $kg \cdot m^2$ ); $C_m$ : couple moteur (Nm) ; $C_f$ : couple de frottement (Nm)]	$J_m \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - K_d \cdot \omega(t) - C_f$

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	<b>@.EZ@HR@OUI</b> 
<b>Cours ; Applications</b>		<b>2<sup>eme</sup> STM</b> <i>Doc : élève</i>

## App9 : Système mécanique 1 (avec correction) :

Soit un système mécanique constitué d'un ressort et d'un amortisseur.

On se propose d'étudier les 2 cas suivants

A l'instant initial, on suppose que le système est en équilibre :

- Le point  $X$  est en  $X_0$ , le point  $Y$  en  $Y_0$ .

L'extrémité  $X$  peut se déplacer : c'est l'entrée du système.

On notera :  $x(t)$  : la variation de position de  $X$  autour de sa position initiale ;

$y(t)$  : la variation de position de  $Y$  autour de sa position initiale ;  $f$

$f$  : le coefficient de frottement visqueux dans l'amortisseur.

On supposera que l'effort d'amortissement est proportionnel à la vitesse de déplacement du piston par rapport au cylindre.

Pour chaque cas étudié successivement :

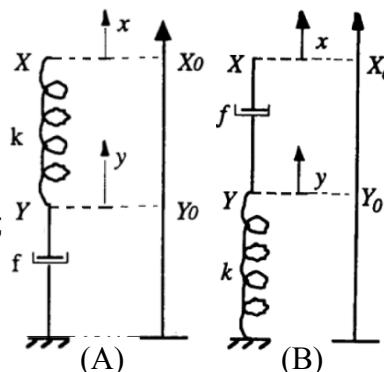
**1- Établir** l'équation différentielle qui régit l'équilibre du système ? **De quel type s'agit-il ?**

**2- Établir** la fonction de transfert  $H(p) = Y(p) / X(p)$  ? **Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?**

**3- Établir** le schéma fonctionnel correspondant ?

**4- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer** alors le signal de sortie  $y(t)$  ?

On posera  $\tau = f/k$



## App10 : Système mécanique 2 (avec correction) :

Soit le système masse-ressort-amortisseur suivant qui schématisse

le comportement simplifié d'une partie d'une suspension d'un véhicule automobile :

A l'instant initial, on suppose que le système est en équilibre :

Le centre de gravité de la masse  $M$  est en  $Y_0$  tel que  $k \cdot Y_0 = M \cdot g$

On note :  $y(t)$  : la variation de position de  $Y$  autour de sa position initiale ;

$k$  : la raideur du ressort ;

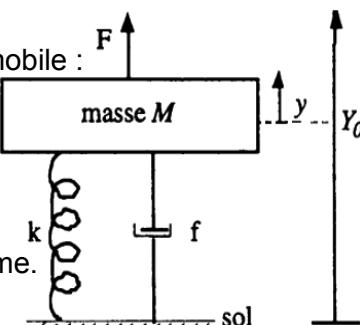
$f$  : le coefficient de frottement visqueux dans l'amortisseur.

On applique une variation de force  $F(t)$  sur la masse : c'est l'entrée du système.

**1- En appliquant le principe fondamental de la dynamique, établir** l'équation différentielle qui relie les différents paramètres du système ?

**De quel type s'agit-il ?**

**2- Établir** la fonction de transfert  $H(p) = Y(p) / F(p)$  ?



On posera :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$  et  $\frac{f}{M} = 2\xi\omega_0$  ; **Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?**

**3- Établir** le schéma fonctionnel correspondant ?

**4- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer** alors le signal de sortie  $y(t)$  ?

Étudier tous les cas possibles. On pourra poser :  $\omega = \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}$

## App11 : Système mécanique 3 (avec correction) :

On considère un axe monté dans un palier. Sur cet axe monté un volant d'inertie.

Un ressort de torsion a une extrémité attachée à l'axe, l'autre étant reliée au support.

On note :

$k$  : la raideur en torsion du ressort ;

$f$  : le coefficient de frottement au niveau du palier ;

$J$  : le moment d'inertie du volant par rapport à l'axe ;

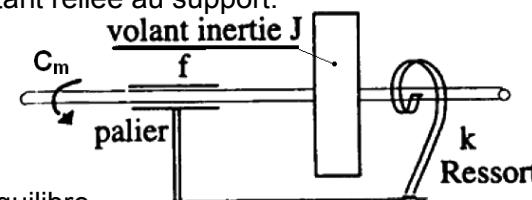
$C_m$  : le couple appliqué sur l'axe : c'est l'entrée du système ;

$\Theta$  : la variation de la position angulaire autour de la position d'équilibre.

On admettra que le couple de frottement dans le palier est proportionnel à la vitesse angulaire de l'axe.

**1- En appliquant le théorème du moment cinétique pour un solide en rotation, établir** l'équation différentielle qui régit le système ? **De quel type s'agit-il ?**

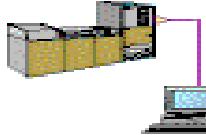
**2- Établir** la fonction de transfert  $H(p) = \Theta(p) / C_m(p)$  ?



On posera :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}}$  et  $\frac{f}{J} = 2\xi\omega_0$  ; **Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?**

**3- Établir** le schéma fonctionnel correspondant ?

**4- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer** alors le signal de sortie  $\theta(t)$  ?

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	
<b>Cours ; Applications</b>		<i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>

## App12 : Système pneumatique (avec correction) :

Soit le système constitué de 2 enceintes dans lesquelles les pressions d'air sont respectivement  $P_1$  et  $P_2$ .

On notera  $P_1$  et  $P_2$  les variations de pression autour d'un équilibre.

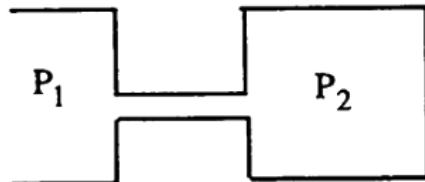
- En supposant que le débit ( $k$ ) dans le conduit reliant les 2 enceintes est proportionnel ( $k$ ) à la différence de pression, établir l'équation différentielle qui régit l'équilibre du système ? De quel type s'agit-il ?

- Établir** la fonction de transfert  $H(p) = P_2(p) / P_1(p)$  ?

On posera :  $\tau = 1 / k$  ; Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?

- Établir** le schéma fonctionnel correspondant ?

- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer alors le signal de sortie  $P_2(t)$  ?



## App13 : Système hydraulique (avec correction) :

Soit le système amplificateur de forces suivant :

Il est constitué :

- d'un distributeur de section  $S_D$  (entrée)
- d'un maître-cylindre de section  $S_C$  ( $S_C \gg S_D$ )

On néglige les frottements et les inerties.

On notera :

$x(t)$  : le mouvement du piston du distributeur autour d'un point d'équilibre ;

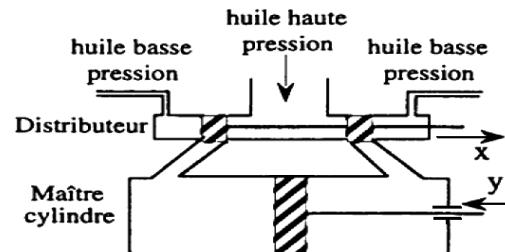
$y(t)$  : le mouvement du piston du maître-cylindre.

- En supposant que le débit d'huile entre les 2 cylindres est proportionnel au déplacement du piston du distributeur, établir l'équation différentielle qui régit le système ? De quel type s'agit-il ?

- Établir** la fonction de transfert  $H(p) = Y(p) / X(p)$  ? Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?

- Établir** le schéma fonctionnel correspondant ?

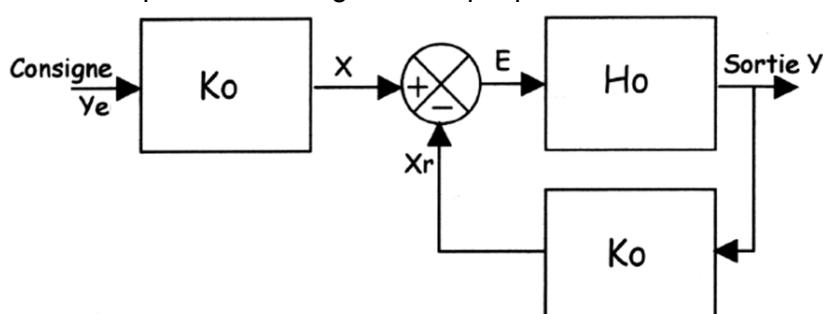
- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer alors le signal de sortie  $y(t)$  ?



## App14 (avec correction) : Système asservi en régime continu

*Comprendre le fonctionnement d'un système asservi*

Un système asservi peut être représenté en régime statique par le schéma fonctionnel suivant :



On donne les transmittances de la chaîne directe  $H_0 = 1800$  et de la chaîne de retour  $K_0 = 0,1$ .

- Donner** l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance de boucle  $T = Xr / E$ .

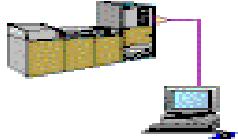
- Donner** l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle fermée  $T' = Y / Ye$ .

- Pour une consigne  $Ye = 10$ , donner les expressions littérales puis **calculer** les valeurs de  $X$ ,  $Xr$ ,  $E$  et  $Y$ .

- Donner** l'expression littérale puis calculer l'erreur absolue  $\varepsilon = Y - Ye$  de cet asservissement et son erreur relative  $\varepsilon_r$  à une entrée constante.

- Si on fait passer la transmittance de la chaîne directe à  $H_0 = 3600$ , que deviennent les erreurs absolues et relatives ?

Comment faut-il choisir la valeur de  $H_0$  pour avoir une erreur la plus faible possible ?

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	
<b>Cours ; Applications</b>		<i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>

## App15 (avec correction) : Le principe de la régulation de vitesse

*Comprendre le fonctionnement d'un système asservi*

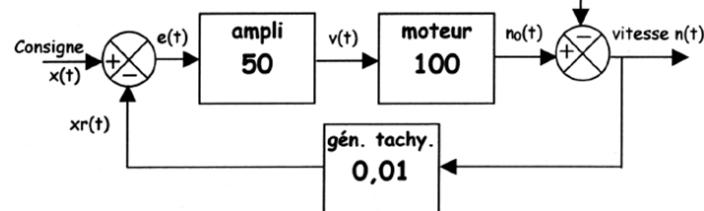
La vitesse de rotation  $n$  ( $tr/mn$ ) d'un moteur est liée à sa tension d'alimentation  $v$  et au couple  $C$  ( $Nm$ ) qu'il fournit par la relation :  $n = 100.v - 5.C$

Le moteur est dit « à vide » s'il ne fournit aucun couple, et « en charge » lorsqu'il fournit un couple de  $C = 10 Nm$ .

**1- Pour une tension d'alimentation de  $v = 10V$ , calculer la vitesse de rotation à vide  $n_0$  et en charge  $n_1$ .**

**En déduire** la variation relative de vitesse due à la charge.

Pour améliorer le comportement de ce moteur vis-à-vis de la charge, on asservit sa vitesse à l'aide d'une génératrice tachymétrique selon le schéma fonctionnel suivant :



**2- Retrouver** sur ce schéma fonctionnel les blocs qui traduisent l'équation précédente décrivant le moteur

**3- Le moteur n'est pas chargé ( $C = 0$ ). Etablir** la relation entre  $n$  et  $x$  et en déduire la valeur de la consigne  $x_0$  qui donne une vitesse de rotation de  $n_0 = 1000 tr/mn$ .

**4- Etablir** la relation entre la sortie  $n$ , la consigne  $x$  et le couple fourni  $C$ .

**5- Pour la valeur de consigne  $x_0$  calculée précédemment, calculer la nouvelle valeur  $n_2$  de la vitesse en charge et en déduire la nouvelle variation relative de vitesse.**

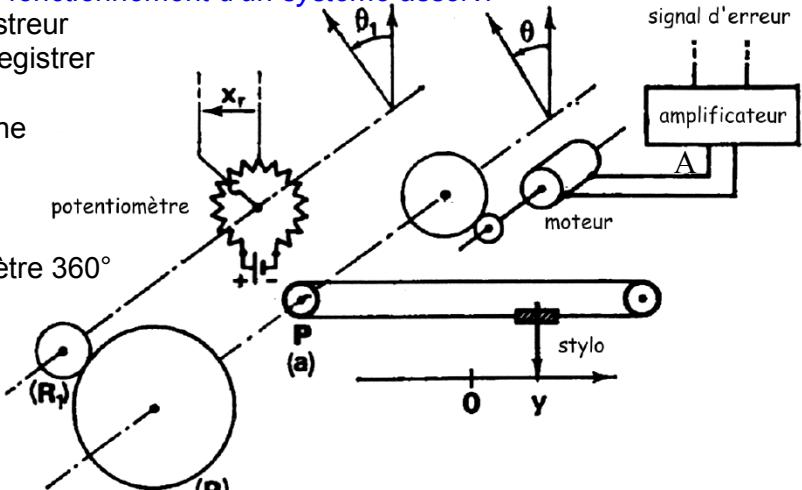
**6- Conclure** quant à l'efficacité de la solution mise en oeuvre. Comment pourrait-on encore améliorer la régulation de vitesse ?

## App16 (avec correction) : Modélisation d'un asservissement de position

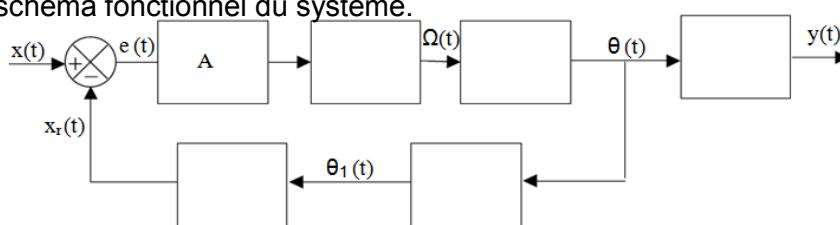
*Comprendre le fonctionnement d'un système asservi*

La position  $y$  (en mm) du stylo d'un enregistreur est asservie à la tension électrique  $x$  à enregistrer au moyen du dispositif suivant :

- ◆ Le moteur muni de son réducteur entraîne une poulie P de rayon  $a = 10 \text{ mm}$
- ◆ La rotation de la poulie P entraîne une courroie qui déplace le stylo
- ◆ Le capteur de position est un potentiomètre 360° alimenté en 30V
- ◆ Le potentiomètre est entraîné par engrenage dont le rapport des rayons vaut  $\frac{R}{R_1} = \frac{\pi}{5} = 0,6283$
- ◆ Le moteur a une transmittance statique de 10 et une constante de temps de 0,2 s

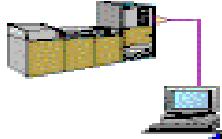


**1- Compléter** le schéma fonctionnel du système.



**2- Exprimer** la transmittance en boucle fermée  $T(p) = Y(p) / X(p)$  du système et en déduire la valeur de l'excursion de  $y$  en régime permanent, si la tension d'entrée  $x$  varie entre  $-15V$  et  $+15V$ .

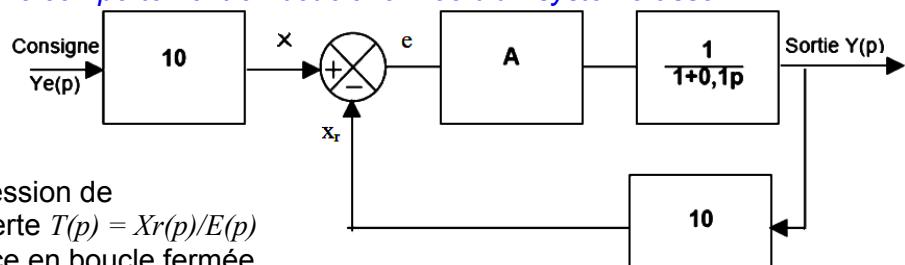
**3- Monter que** toute se passe comme si on avait capté directement  $y$  avec une chaîne de réaction dont on calculera la fonction de transfert  $K = x_r / y$

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>
<b>Cours ; Applications</b>		

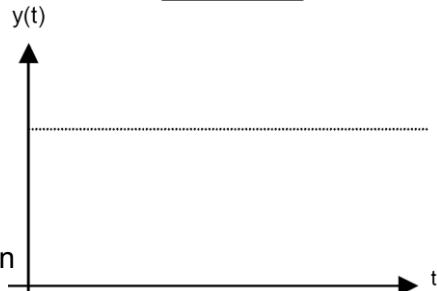
## App17 (avec correction) : Réponse d'un système asservi du 1<sup>er</sup> ordre

*Prévoir le comportement en boucle fermée d'un système asservi*

On étudie le système bouclé suivant, dans lequel A est un coefficient d'amplification réglable :

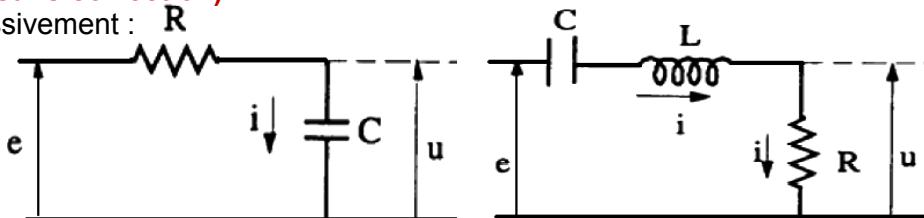


- 1- Donner en fonction de A l'expression de sa transmittance en boucle ouverte  $T(p) = X_r(p)/E(p)$
- 2- Calculer ensuite la transmittance en boucle fermée  $T'(p) = Y(p)/Ye(p)$  en fonction de l'amplification A
- 3- On règle l'amplification à  $A_0 = 50$ . Calculer alors la valeur de la transmittance statique du système bouclé.  
Quelle est la valeur de la sortie pour une entrée  $Ye = 2$  ?  
Quelle est l'erreur sur la sortie pour cette entrée ?  
Exprimer cette erreur en %.
- 4- Tracer pour cette valeur d'amplification  $A_0$  la réponse du système bouclé à un échelon unitaire en précisant bien la valeur et la position du temps de réponse à 5% du système.

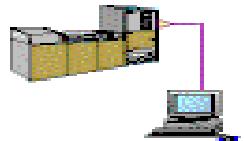


## App18 : Système électrique (sans correction) :

Pour chaque cas étudié successivement :



- 1- A l'instant initial, le condensateur n'est pas chargé et il n'existe aucun courant dans la self.  
Établir l'équation différentielle qui régit le système ? De quel type s'agit-il ?
- 2- Établir la fonction de transfert  $H(p) = U(p) / E(p)$  ?  
on posera  $T_1 = R.C$  et  $T_2 = L.C$ . Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?
- 3- Établir le schéma fonctionnel correspondant ?
- 4- On envoie un échelon comme signal d'entrée, déterminer alors le signal de sortie  $u(t)$ ?  
Représenter graphiquement le signal de sortie (on se limitera à 3T)  
Tracer la tangente à l'origine et l'asymptote.  
Dans le 1<sup>re</sup> cas, préciser les valeurs :  $u(0)$  ;  $u(\infty)$  ;  $u(T)$  et  $u(3T)$ .  
Déterminer en porcentage les rapports :  $u(T) / u(\infty)$  et  $u(T) / u(0)$



### App19 (sans correction) : Moteur électrique à courant continu

Un moteur électrique à courant continu à aimants permanents entraîne un récepteur en rotation. Les conditions initiales sont nulles.

$L$  : inductance du bobinage d'induit du moteur. ( $L = 1,1 \text{ mH}$ ) ;

$R$  : résistance du bobinage d'induit du moteur. ( $R = 1 \Omega$ ) ;

$K_e$  : coefficient de tension du moteur  $e(t) = K_e \cdot \omega(t)$ . ( $K_e = 12 \text{ V}$  pour  $3000 \text{ tr/min}$ ) ;

$K_i$  : coefficient de couple du moteur  $C_m = K_i \cdot i(t)$ . ( $K_i = 3,81 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/A}$ ) ;

$J$  : moment d'inertie de l'ensemble (moteur+réducteur) rapporté à l'axe de rotation du moteur.

( $J = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$ ) ;

$f$  : coefficient de frottement visqueux mécanique  $C_f = f \cdot \omega(t)$ . ( $f = 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ ) ;

$C_m$  : couple moteur électromécanique ;

$C_r$  : couple résistant des forces passives (frottement à sec) ;

$U(t)$  : tension aux bornes du moteur ;

$\omega(t)$  : vitesse de rotation angulaire de l'arbre moteur.

#### 7.1- Déterminez les équations mécaniques et électriques du système ?

On choisit la situation où le rendement est égale à 1. Ce qui entraîne  $K_e = K_i = K$ .

a- équation électrique : loi d'Ohm généralisée.

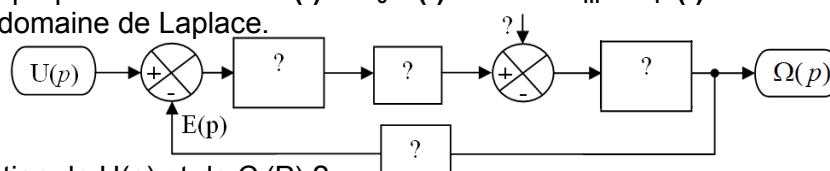
b- équation mécanique : théorème du moment dynamique

On tient compte de deux équations propres au moteur :  $e(t) = K_e \cdot \omega(t)$  et  $C_m = K_i \cdot i(t)$

#### 7.2- transposez ces équations dans le domaine de Laplace.

Chaque FT doit trouver sa place dans le schéma-bloc suivant.

Remplissez chaque bloc.



#### 7.3- Déterminez la fonction $\Omega(t)$ en fonction de $U(p)$ et de $C_r(p)$ ?

Définissez la fonction de transfert  $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$  pour  $C_r(p) = 0$  et  $\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}$  pour  $U(p) = 0$ .

Réalisez le schéma-bloc correspondant où  $C_r$  est l'entrée et  $U(p) = 0$ .

#### 7.4- Après avoir calculé la FTBO pour $C_r(p) = 0$ , remplissez le tableau suivant ?

L'inductance d'un moteur électrique à courant continu est toujours très faible au point de la négliger par rapport aux autres valeurs.

Tracez les diagrammes de Bode de la FTBO pour  $C_r(p)=0$  ; le 1<sup>ère</sup> avec  $L \neq 0$  ; le 2<sup>ème</sup> avec  $L = 0$

#### 7.5- Étude temporelle du moteur en charge pour $C_r(p) = 0$ .

Déterminez la FTBF du moteur avec les valeurs numériques.

Déterminez l'expression de la réponse temporelle  $\omega(t)$  pour une entrée échelon de tension  $U = 20 \text{ V}$  et tracez la courbe.

#### 7.6- Asservissement de position pour une consigne d'entrée $U(t)$ .

On choisit de considérer en sortie, l'angle de rotation de l'arbre moteur  $\theta(t)$ .

Quelle fonction transfert faut-il ajouter pour obtenir la nouvelle FTBF :  $\frac{\Theta(p)}{U(p)}$

#### 7.7- Inertie équivalente rapportée à l'axe du moteur.

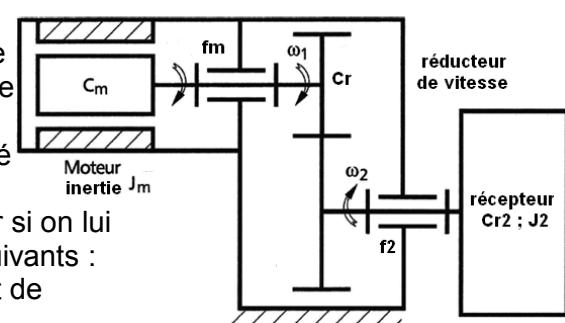
Au démarrage, un moteur doit entraîner sa partie mobile (le rotor) les engrenages et le récepteur placé sur un axe parallèle, comme le montre le dessin ci-contre.

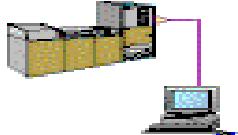
L'inertie de l'ensemble est définie dans un terme nommé "inertie équivalente".

Déterminez l'inertie équivalente qu'aurait l'arbre moteur si on lui ajoutait l'inertie de l'arbre récepteur 2 et les éléments suivants :

Arbre 1 : couple moteur  $C_m$ , inertie moteur  $J_m$ , coefficient de frottement visqueux  $f_m$ , couple résistant  $C_r$ .

Arbre 2 : inertie moteur  $J_2$ , coefficient de frottement visqueux  $f_2$ , couple résistant  $C_{r2}$ .



 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>
<b>Cours ; Applications</b>		

### Rep. App9 : Système Mécanique 1 (A)

Dans ce système, les éléments étant en série, la force est la même partout à l'équilibre.

$$\text{Alors : } k(x-y) = f \cdot y' \Rightarrow f \cdot y' + k \cdot y = k \cdot x$$

Compte-tenu des conditions initiales, on écrit :  $f \cdot p \cdot Y(p) + k \cdot Y(p) = k \cdot X(p)$

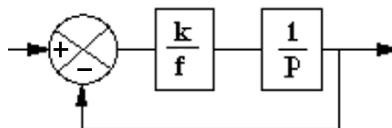
$$\text{La fonction de transfert s'écrit : } H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{k + f \cdot p} = \frac{1}{1 + \frac{f}{k} \cdot p}$$

C'est un système de 1<sup>er</sup> ordre. En identifiant à la forme canonique  $H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$  on en déduit

$$\text{le gain statique } K = 1 \text{ et } \tau = \frac{f}{k}$$

Si l'on écrit la fonction de transfert sous une autre forme :  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{k + f \cdot p} = \frac{\frac{k}{f} \cdot p}{1 + \frac{k}{f \cdot p}}$  on peut voir que cette forme s'apparente à  $FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO}$  dans le cas d'un retour unitaire.

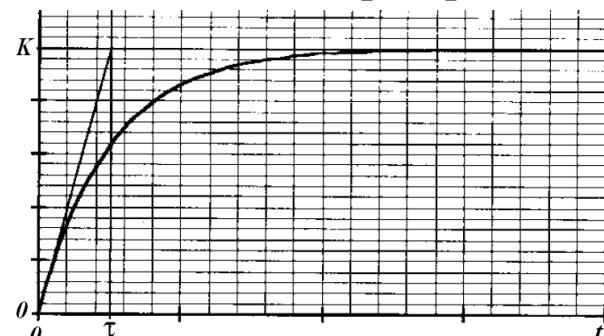
D'où le schéma bloc



Si l'on envoie un échelon, alors, sachant que la réponse canonique s'écrit :  $s(t) = K \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \cdot u(t)$

$$\text{on en déduit } s(t) = K \left[ 1 - e^{-\frac{kt}{f}} \right] \cdot u(t)$$

Allure classique



### Rep. App9 : Système Mécanique 1 (B)

Dans ce système, les éléments étant en série, la force est la même partout à l'équilibre.

$$\text{Alors : } k(x-y) = f \cdot y \Rightarrow f \cdot y' + k \cdot y = k \cdot x'$$

Compte-tenu des conditions initiales, on écrit :  $f \cdot p \cdot Y(p) + k \cdot Y(p) = k \cdot p \cdot X(p)$

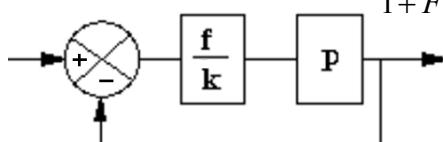
$$\text{La fonction de transfert s'écrit : } H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{f \cdot p}{k + f \cdot p}$$

C'est un système de 1<sup>er</sup> ordre avec un déivateur.

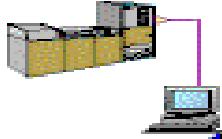
Si l'on écrit la fonction de transfert sous une autre forme :  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{f \cdot p}{k + f \cdot p} = \frac{\frac{f}{k} \cdot p}{1 + \frac{k}{f} \cdot p}$

on peut voir que cette forme s'apparente à  $FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO}$  dans le cas d'un retour unitaire.

D'où le schéma bloc



Par rapport au système précédent, tout se passe comme si l'on envoyait un Dirac au lieu d'un échelon unitaire

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>
<b>Cours ; Applications</b>		

## Rep. App10 : Système Mécanique 2

Dans ce système, la masse ne varie pas donc n'intervient pas dans l'étude de la variation.

On écrit :  $F(t) - k \cdot y(t) - f \cdot y'(t) = M \cdot y''(t)$

$$\text{Avec les conditions initiales, cela donne : } H(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{1}{k + f \cdot p + M \cdot p^2} = \frac{\frac{1}{M}}{\frac{k}{M} + \frac{f}{M} \cdot p + p^2}$$

C'est un système du second ordre dont on connaît une forme canonique :

$$H(p) = \frac{K\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 + \omega_0^2} \text{ on a ici } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} ; \frac{f}{M} = 2\xi\omega_0 \text{ et } K = \frac{1}{k}$$

Pour les courbes, Voir la fiche relative à la réponse indicielle second ordre et la discussion en fonction de la valeur de  $\xi$  comparée avec 1.

Pour déterminer le schéma bloc, il faut faire preuve d'un peu d'astuce.

Reprendons l'équation différentielle  $F(t) - k \cdot y(t) - f \cdot y'(t) = M \cdot y''(t)$

Dans le domaine de Laplace, on a écrit  $F(p) - k \cdot Y(p) - f \cdot p \cdot Y(p) = M \cdot p^2 \cdot Y(p)$

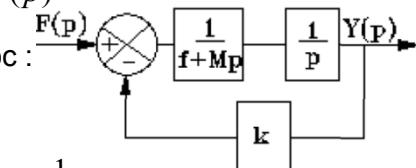
$$\text{d'où : } F(p) - k \cdot Y(p) = p \cdot [f + M \cdot p] \cdot Y(p)$$

On sait que l'entrée est  $F(p)$  et la sortie est  $Y(p)$ .

On sait qu'à la sortie du comparateur on aura  $\varepsilon(p) = F(p) - r(p)$

On peut alors écrire, d'après ce qui précède que le retour est  $r(p) = k \cdot Y(p)$

Ainsi, dans la chaîne directe, on aura  $\frac{1}{p \cdot [f + M \cdot p]}$  D'où le schéma bloc :



## Rep. App11 : Système Mécanique 3

Dans ce système, on peut écrire  $J \cdot \theta''(t) = C_m - f \cdot \theta' - k\theta$

$$\text{Avec les conditions initiales, on a } H(p) = \frac{\Theta(p)}{C_m(p)} = \frac{1}{k + f \cdot p + J \cdot p^2} = \frac{\frac{1}{J}}{\frac{k}{J} + \frac{f}{J} \cdot p + p^2}$$

On procéde de la même façon que dans le **Système mécanique 2** en remplaçant  $M$  par  $J$ .

## Rep. App12 : Système Pneumatique

Dans ce système, on suppose l'écoulement comme étant laminaire.

En appliquant, le théorème de Bernoulli, on écrit :

$$P_2 - P_1 + \rho \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \rho g(h_2 - h_1) = 0 = Cte \text{ c.à.d; } P + \rho \frac{V^2}{2} + \rho gh = Cte ; \text{ on pose } P + \rho gh = p$$

$$\text{On dérive par rapport au temps : } \frac{dp}{dt} + \rho \cdot V \frac{dV}{dt} = 0 \text{ on multiplie par } S : S \cdot \frac{dp}{dt} + \rho \cdot V \cdot S \cdot \frac{dV}{dt} = 0$$

$$\text{ce qui donne : } S \cdot \frac{dp}{dt} + \rho \cdot q_v \cdot a = 0 \text{ (a c'est l'accélération constante)}$$

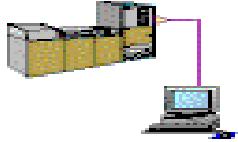
Le débit massique est  $q_m = \rho \cdot q_v$ , d'où  $\frac{dp}{dt} + q_m \cdot \frac{a}{S} = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -q_m \cdot \frac{a}{S}$  et comme le débit massique dans

la canalisation est proportionnel à la différence de pressions, on peut alors écrire pour la sortie :

$$\frac{dp_2}{dt} = -k(p_2 - p_1) \text{ compte-tenu des conditions initiales, on écrit } H(p) = \frac{P_2(p)}{P_1(p)} = \frac{k}{k + p} = \frac{1}{1 + \frac{p}{k}}$$

$$1^{\text{er}} \text{ ordre : gain statique } K = 1 \text{ et } \tau = \frac{1}{k}$$

On en déduit facilement le schéma bloc comme le **Système mécanique 1 (A)** avec  $f = 1$  ainsi que la fréquence initiale.

 	<b>FONCTION TRAITER L'INFORMATION</b> <i>Aspect Fonctionnel ; Physique ; Technologique</i>	 <i>2<sup>eme</sup> STM</i> <i>Doc : élève</i>
<b>Cours ; Applications</b>		

### Rep. App13: Système Hydraulique

Dans ce système, le débit du maître-cylindre  $q_v = S \cdot V = S \cdot y'(t)$  est proportionnel au déplacement du distributeur  $k \cdot x(t) \Rightarrow S \cdot y'(t) = k \cdot x(t)$

La fonction de transfert s'écrit  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{p}$  : c'est un intégrateur.

Si l'on envoie un échelon en entrée, on sort une rampe.

### Rep. App14 : Système asservi en régime continu

1-  $T = \frac{Xr}{E} = H_0 \cdot K_0 = 1800 \cdot 0,1 = 180$

2-  $T' = \frac{Y}{Ye} = \frac{T}{1+T} = \frac{180}{181} = 0,9944$

3-  $Ye = 10 : X = Ye \cdot K_0 = 1; Y = T' \cdot Ye = 0,9944 \cdot 10 = 9,944;$

$Xr = Y \cdot K_0 = 9,944 \cdot 0,1 = 0,9944; E = X - Xr = 1 - 0,9944 = 0,0056 .$

4- Erreur absolue :  $\varepsilon = Y - Ye = Ye \cdot \frac{T}{1+T} - Ye = -Ye \cdot \frac{1}{1+T} = -\frac{10}{181} = -0,0552$

Erreur relative :  $e_r = \frac{Y - Ye}{Ye} = \frac{Ye \cdot \frac{T}{1+T} - Ye}{Ye} = -\frac{1}{1+T} = -\frac{1}{181} = -0,0055$

5- Erreur absolue :  $\varepsilon = -Ye \cdot \frac{1}{1+T} = -\frac{10}{361} = -0,0277$

Erreur relative :  $e_r = -\frac{1}{1+T} = -\frac{1}{361} = -0,00277$

L'erreur diminue si la valeur absolue du gain de boucle augmente

### Rep. App15 : Le principe de la régulation de vitesse

1- La vitesse de rotation à vide  $n_0$  si  $C = 0$  :  $n_0 = 1000 \text{ tr/mn}$

La vitesse de rotation en charge  $n_1$  si  $C \neq 0$  :  $n_1 = 1000 - 50 = 950 \text{ tr/mn}$

La variation relative de vitesse due à la charge :  $\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{n_0 - n_1}{n_0} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05$

2- 3-  $n = \frac{50 \cdot 1000}{1 + 0,01 \cdot 50 \cdot 1000} \cdot x$  pour avoir  $1000 \text{ tr/mn}$ , il faut :  $x = 10,2 \text{ V}$

4- Relation entre la sortie  $n$ ,  $x$  et  $C$  :  $n = \frac{50 \cdot 1000}{1 + 0,01 \cdot 50 \cdot 1000} \cdot x - \frac{5C}{1+50} = \frac{5000}{1+50} \cdot x - \frac{5C}{1+50}$

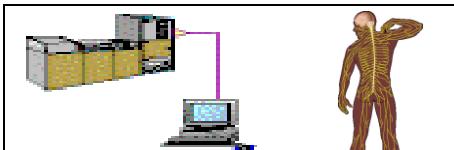
5- Nouvelle valeur  $n_2$  de la vitesse en charge pour la valeur de consigne  $x_0 = 10,2 \text{ V}$  :

$n_2 = \frac{5000}{1+50} \cdot 10,2 - \frac{5 \cdot 10}{1+50} = 999,019 \text{ tr/mn};$

Soit la nouvelle variation relative de vitesse :  $\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{n_0 - n_2}{n_0} = \frac{1000 - 999,019}{1000} = 0,000981$

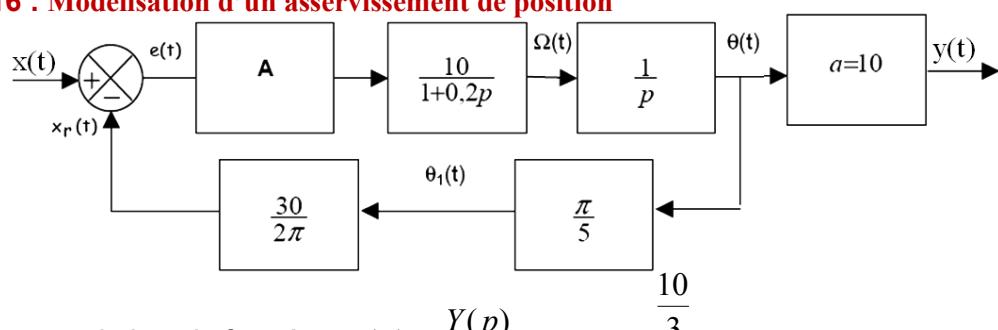
6- Si on veut encore diminuer l'erreur, il faut augmenter le gain de l'ampli.

En pratique, cette augmentation peut conduire à l'instabilité.



### Rep. App16 : Modélisation d'un asservissement de position

1-



2- Transmittance de boucle fermée :  $T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\frac{10}{3}}{1 + \frac{1}{30A}p + \frac{0.2}{30A}p^2}$

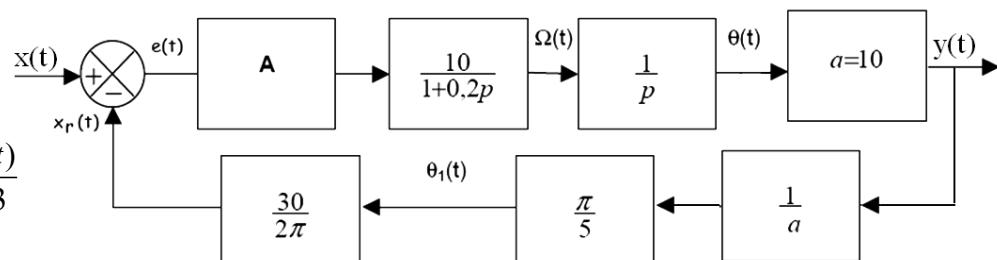
En régime permanent  $T_0 = \frac{10}{3}$  une excursion de  $\pm 15$  V à l'entrée donne donc une variation pour  $y$  de  $\pm 50$  mm.

3-  $x_r = y \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \frac{30}{2\pi}$  ce qui donne :  $K = \frac{x_r}{y} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ V/mm}$

On a  $y(t) = \frac{10}{3}x(t)$  et

$x_r(t) = 0,3 \cdot y(t)$

donc :  $y(t) = \frac{x(t)}{0,3} = \frac{x_r(t)}{0,3}$



### Rep. App17 : Réponse d'un système asservi du 1<sup>er</sup> ordre

1-  $T(p) = \frac{10A}{1+0,1p}$

2-  $T'(p) = \frac{10A}{1+10A+0,1p}$

3-  $T'(p) = \frac{500}{501+0,1p} = \frac{0,9980}{1+0,0019p}$  une entrée de 2 donne une sortie  $2 \cdot 0,9980 = 1,996$

soit une erreur de  $2 - 1,996 = 0,004$  et relative de  $0,004/2 = 0,2\%$

4- La sortie se stabilise à 1,996 avec un temps de réponse à 5% :  $tr = 3\tau = 0,6 \text{ ms}$