



### Exercice type 1 :

#### ➤ Mouvement de translation rectiligne uniformément varié

Un homme de 80 kg se trouve debout dans une plate-forme en phase de démarrage (accélération  $a_{Homme/sol} = 3 \text{ m/s}^2$ ). Chaque pied de cet homme repose sur une balance. La plate-forme accélère jusqu'à la vitesse  $\overrightarrow{V}_{Homme/sol} = 6 \text{ m/s}$ , puis continue en vitesse uniforme (régime établi), puis décélère.

On prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$  pour l'accélération de la pesanteur.

#### A. On se place lors de la phase d'accélération.

On cherche à connaître les valeurs indiquées par les balances 1 et 2 avec les hypothèses suivantes :

- les solides sont indéformables et géométriquement parfaits ;
- les liaisons dans l'ascenseur sont sans jeu ni frottements.

1- Isolez l'homme et faites le bilan des actions mécaniques.

2- Appliquez le principe fondamental de la dynamique (appliquer les théorèmes de la résultante et du moment dynamique en écrivant les moments au point G).

3- Déterminez la valeur des actions  $\overrightarrow{A}_{Balance 1/Homme}$  et  $\overrightarrow{B}_{Balance 2/Homme}$ , c'est-à-dire combien les balances 1 et 2 indiquent-elles ?

#### B. On se place lors de la phase d'accélération.

4- Déterminez l'énergie que la plate-forme donne à l'homme pour pouvoir le monter pendant 5 secondes en régime établi.

5- Déterminez le travail que la plate-forme donne à l'homme pour pouvoir le monter sur  $\ell = 30 \text{ m}$  en régime établi.

6- Qu'en concluez-vous par rapport aux questions 4 et 5 ?

7- Déterminez l'énergie cinétique emmagasinée par l'homme seul lorsque la plate-forme est en régime établi.

### Exercice type 2 :

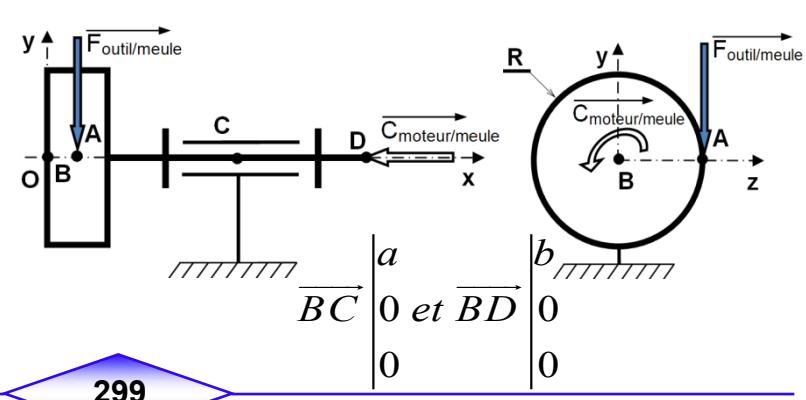
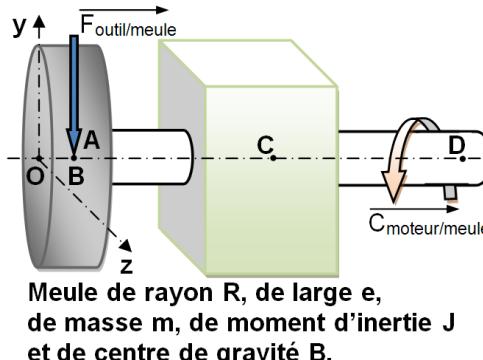
#### ➤ Mouvement de rotation uniformément varié

Un touret à meuler sert notamment pour l'affûtage des outils à l'atelier. La meule est entraînée par un motoréducteur fournissant le couple nécessaire pour le fonctionnement. Une liaison pivot entre motoréducteur et meule guide l'axe de la meule (figure ci-dessus).

Le système étudié est un touret à meuler en phase de rotation uniformément accélérée (accélération notée  $\theta''_{meule/bati} = 13 \text{ rad/s}^2$ ) puis en régime établi à  $\omega_{meule/bati} = 56 \text{ rad/s}$ .

On cherche à déterminer le couple du moteur sur la meule et les actions dans la liaison pivot. Les données sont : masse volumique  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$  ; rayon AB = R = 400 mm ; épaisseur e = 150 mm ; action de l'outil sur la meule  $\overrightarrow{F}_{outil/meule} = -50 \text{ N}$ , suivant l'axe (y) ; a = 50 mm ; b = 100 mm

On fait les hypothèses suivantes : • les solides sont indéformables et géométriquement parfaits ; • les liaisons sont sans jeu ni frottement.



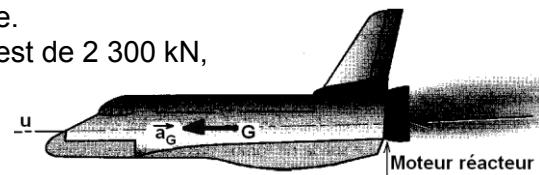


## A. On se place dans la phase d'accélération.

- 1- Écrivez le vecteur moment résultant de l'action  $\overrightarrow{F_{outil/meule}}$  sur le bras de levier  $R$  de manière graphique (échelle 1 cm = 10 Nm). On le nommera  $\mathcal{M}\overrightarrow{F_{outil/meule}}_B$ .
  - 2- Isolez la meule et faites le bilan des actions mécaniques pour déterminer le moment dynamique.
  - 3- Appliquez le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe ( $x$ ) à la meule isolée.
  - 4- Résolvez l'équation en déterminant la valeur de  $\overrightarrow{C_{moteur/meule}}$ .
  - 5- Donnez la valeur des caractéristiques que devra posséder l'arbre du motoréducteur.
- B. On se place en régime établi, lorsque la meule tourne à vitesse constante.**
- 6- Déterminez l'énergie que le moteur absorbe pendant 5 secondes en régime établi.
  - 7- Déterminez le travail que l'homme fournit pour affûter son outil sur 100 tours de meule.
  - 8- Déterminez l'énergie cinétique emmagasinée par la meule isolée lorsqu'elle tourne à vitesse constante.

**EX 3-** Une navette spatiale est supposée à l'arrêt dans l'espace.

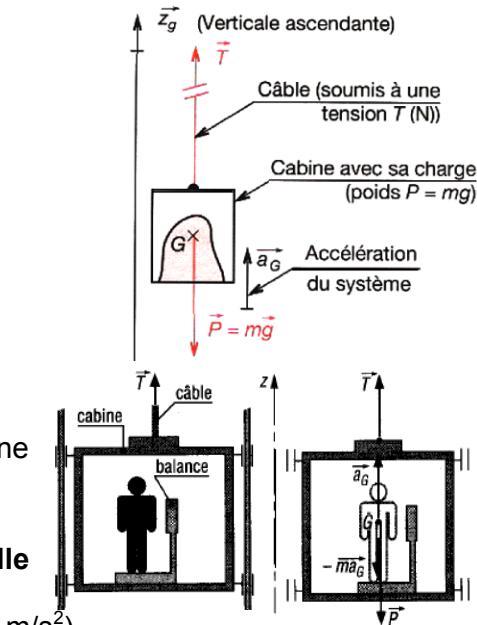
Les trois moteurs sont allumés, la poussée de chaque moteur est de 2 300 kN, les trois poussées sont parallèles et leur action résultante  $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$  passe par G.



**Déterminons** l'accélération supportée par les astronautes si la masse de la navette est de 100 tonnes.

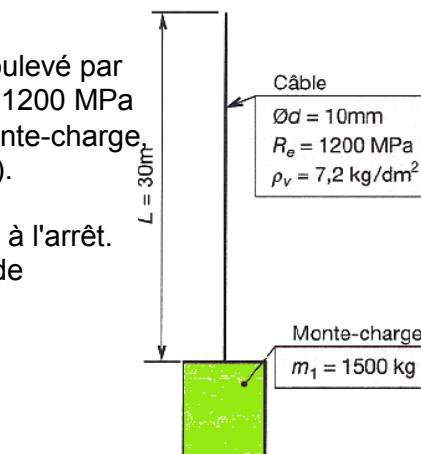
## EX 4-

**Exprimer**  $T$  en fonction de  $m.g$  et  $a_G$   
avec:  $m = 500 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  
 $a_G = 0$  puis  $a_G = 2 \text{ m/s}^2$



## EX 5- CABINE D'ASCENSEUR :

Un homme de 80 kg se tient debout sur une balance dans une cabine d'ascenseur à l'arrêt. Le moteur est mis en marche et la tension  $\bar{T}$  du câble de levage atteint la valeur de 900 daN pendant les trois premières secondes. Si l'accélération est supposée constante, quelle lecture peut-on lire sur la balance ? Les frottements sont négligés, la masse de l'ensemble (cabine + balance) est de 720 kg. ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ).



## EX6-

Un monte-chARGE de masse  $m_1 = 1500 \text{ kg}$  avec son chargement est soulevé par un câble de diamètre  $d = 10 \text{ mm}$ . Ce câble a une limite élastique  $R_e = 1200 \text{ MPa}$  et une masse volumique  $\rho_v = 7,2 \text{ kg/dm}^3$ . Pour la position basse du monte-chARGE, le câble a une longueur déroulée de  $L = 30 \text{ m}$  (masse non négligeable).

**Déterminer :**

- 1- Le coefficient de sécurité du câble lorsqu'il soutient le monte-chARGE à l'arrêt.
- 2- À partir de quelle accélération du monte-chARGE, le câble risque-t-il de se rompre ?



## EX7- ÉQUILIBRE SUR UN TAPIS MOBILE

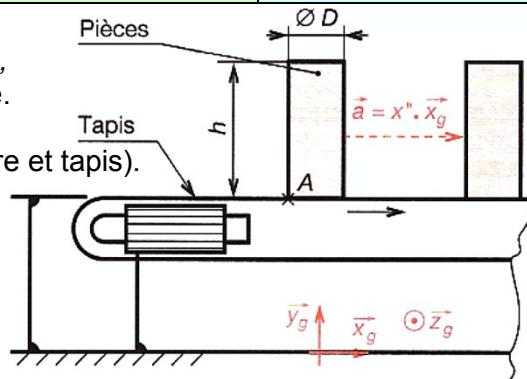
Un transporteur déplace des pièces cylindriques de diamètre  $D$ , hauteur  $h$ , masse  $M$ , reposant par leur base sur le tapis mobile.

**Exprimer** l'accélération maximale pour que :

1- Aucun cylindre ne glisse (facteur de frottement  $f$  entre cylindre et tapis).

2- Aucun cylindre ne bascule.

Application numérique :  $M = 1,2\text{kg}$ ,  $D = 75\text{mm}$ ,  $h = 210\text{mm}$ ,  $f = 0,5$ .



## EX 8-

**A/** Un corps  $S_1$  de masse  $m = 1 \text{ kg}$ , glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$ , par rapport à l'horizontale. On l'abandonne sans vitesse initiale du point A. Il atteint le point B avec une vitesse  $V = 3 \text{ m/s}$ .

1- En utilisant le principe fondamental de la dynamique, établir l'expression de l'accélération "a" de  $S_1$  sur le plan incliné. (On donne  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

2- Donner l'équation du mouvement de  $S_1$  (préciser les origines choisies).

3- Calculer la distance AB.

4- Quel est le temps mis par le corps  $S_1$  pour parcourir cette distance.

**B/** Le corps  $S_1$  aborde un plan horizontal avec la vitesse  $V = 3 \text{ m/s}$ . Il heurte alors un autre corps  $S_2$  immobile de même masse que  $S_1$ , ce qui donne les vitesses  $V'_1 = 0$  du corps  $S_1$  et  $V'_2 = 3 \text{ m/s}$  de  $S_2$  après le choc (le choc est supposé parfaitement élastique).

Le deuxième corps  $S_2$  est ensuite freiné pour arriver au point C avec une vitesse  $V_C = 2,24 \text{ m/s}$ .

Avec cette vitesse il tombe alors sur un deuxième niveau en chute libre.

1- Trouver les équations suivant Ox et Oy du mouvement du corps  $S_2$ .

2- La hauteur entre les 2 niveaux horizontaux est  $h = 20 \text{ m}$ . Calculer le temps de la chute.

3- Calculer la distance OD, D étant le point de chute du corps  $S_2$  sur le deuxième niveau.

**EX 9-** On considère l'arbre d'un réducteur ci contre. Il est monté en liaison pivot par deux roulements type BC en A et en B. Données :  $P = 200\text{N}$  ;  $J_x = 8.10^{-3} \text{ kg.m}^2$

$$\text{Action en C de l'enrènement : } \{\tau_{3/S}\}_C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$$

### But de l'étude :

On se propose d'étudier le mouvement de rotation de l'ensemble S.

On cherchera à déterminer les actions mécaniques des liaisons et la durée de la phase de démarrage.

a- Écrire les différents torseurs des actions mécaniques extérieures à S. (Bilan des  $\overrightarrow{F_{ext/S}}$ )

b- Écrire ces torseurs en A

c- Appliquer le principe fondamental de la dynamique et déterminer les composantes de ces torseurs

d- Déterminer l'accélération angulaire  $\theta''$  du mouvement de S et en déduire la nature de ce mouvement

e- On considère que à  $t = 0$  alors  $\theta' = 0$ .

Déterminer le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de  $N = 1500 \text{ tr/min}$

### **EX 10-**

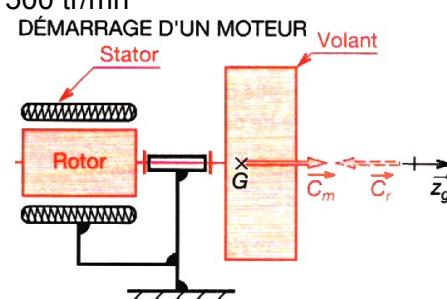
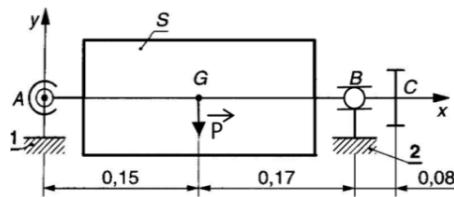
Un moteur exerce au démarrage un couple  $C_m = 5 \text{ N.m}$ .

L'ensemble de la chaîne cinématique peut être modélisé par un volant plein de rayon  $R = 150 \text{ mm}$  et de masse  $m = 50 \text{ kg}$ , relié directement au moteur.

Calculer la durée de démarrage pour que le moteur atteigne la fréquence de rotation  $N = 1500 \text{ tr/min}$  :

1- En négligeant les frottements,

2- En considérant que tous les frottements rapportés à l'axe du moteur se réduisent à  $C_r = 0,2 \text{ N.m}$ .





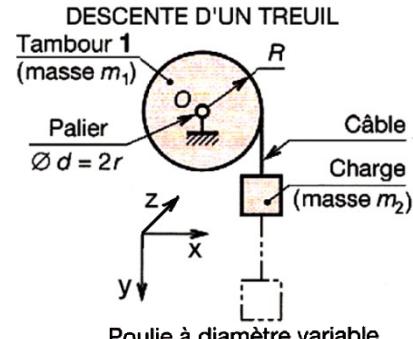
### EX 11-

Sur un tambour plein de masse  $m_1 = 60 \text{ kg}$ , de rayon  $R = 200 \text{ mm}$ , s'enroule un câble supposé sans raideur et de masse négligeable.

Le tambour pivote avec frottement ( $f = 0,2$ ) dans des paliers  $\varnothing d = 20\text{mm}$ .

À l'extrême du câble, on accroche une charge de masse  $m_2 = 30 \text{ kg}$  qu'on abandonne sans vitesse initiale.

**Calculer** la durée mise par la charge pour descendre  $h = 10\text{m}$ .



### EX12-

Cas de deux arbres tournants.

L'arbre 1 a une inertie  $J_1 = 0,2 \text{ kg.m}^2$  par rapport à son axe.

Il entraîne, par l'intermédiaire d'une courroie, un arbre 2 dont l'inertie par rapport à son axe est  $J_2 = 3 \text{ kg.m}^2$ .

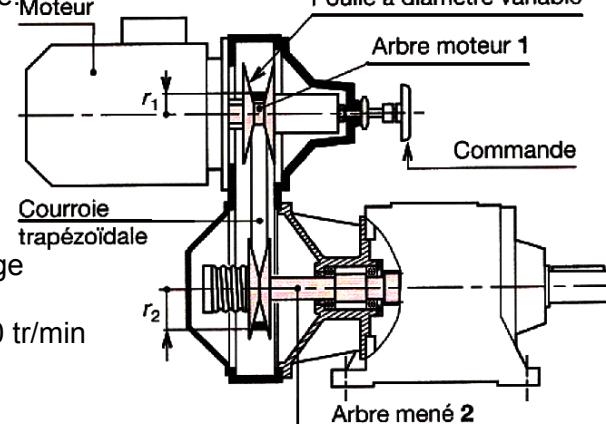
L'arbre 1 est soumis à un couple de démarrage

$C_{m1} = 12 \text{ N.m}$  ; alors que l'arbre 2 supporte un couple résistant global égal à  $C_{r2} = 20 \text{ N.m}$ . Pour un certain réglage des poulies, le rapport de réduction obtenu est  $R = r_1 / r_2$ , ( $r_1 = 15 \text{ mm}$  ;  $r_2 = 60 \text{ mm}$ ).

**1- Exprimer** l'accélération angulaire pendant le démarrage (application numérique).

**2- Calculer** la durée mise pour que l'arbre 1 tourne à 1500 tr/min ( $C_{m1}$  constant).

**3- On supprime**  $C_{m1}$ . **Calculer** la durée de l'arrêt ?

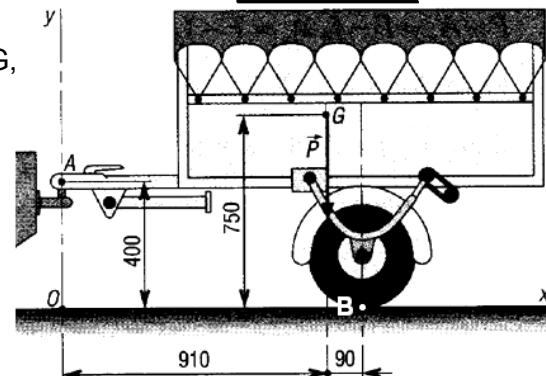


### EX13-

Une remorque bagagère de poids  $P = 300 \text{ daN}$  appliquée en G, centre de gravité, est tractée en A (liaison rotule) par une automobile. L'ensemble voiture plus remorque atteint la vitesse de 72 km/h en 100 m, départ arrêté. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**a- Déterminer** l'accélération du mouvement si celle-ci est constante.

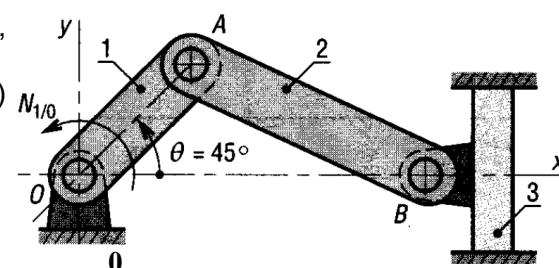
**b- Déterminer** les actions exercées en A et B.



### EX14-

Pour le système bielle manivelle proposé,  $N_{1/0} = 2500 \text{ tr/min}$ , **déterminer** la force d'inertie sur le piston si sa masse est de 0,3 kg ; valeur à 5000 tr/min. (Avec : OA = 41 ; AB = 132)

Rep :  $a = -2010 \text{ m/s}^2$  ;  $F_I = 603 \text{ N}$  ;





### EX 15- 1- Mise en situation :

Un chariot de pont roulant est équipé d'un moteur-frein électrique qui freine à la mise hors tension. La chaîne cinématique relative à la fonction levage de la charge 1 est représentée (*fig.1*). Le frein permet d'arrêter dans un intervalle de temps très court le moteur et les éléments mobiles de la chaîne cinématique relative à la fonction levage de la charge et de les maintenir immobiles.

### 2- fonctionnement :

Le dispositif de freinage comporte (*fig.2*) :

- un électro-aimant constitué principalement par une bobine 22 et un circuit magnétique composé d'une armature fixe 5 et d'une armature mobile 6 en liaison enca斯特ment avec le flasque 3 lui-même en liaison enca斯特ment avec le plateau presseur 24 ;
- l'ensemble {3, 6, 24} est en liaison glissière avec trois guides 4 qui sont eux-mêmes en liaison enca斯特ment avec le carter 2 ;
- deux disques de freinage 1 en liaison glissière avec le moyeu 7. Le moyeu 7 est en liaison enca斯特ment avec l'arbre 23 du moteur ;
- trois ressorts 9 qui agissent sur l'ensemble mobile {3, 6, 24} et permettent de presser les disques 1 sur le carter 2 et les plateaux 8 et 24 ;
- le plateau 8 est en liaison glissière avec les trois guides 4.

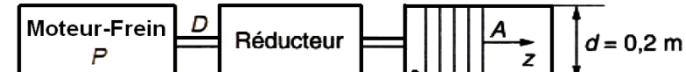
• Lorsque la bobine 22 est sous tension, l'armature mobile 6 vient se plaquer sur l'armature fixe 5 et comprime les ressorts 9 dont la variation de flèche est égale à l'entrefer  $e$  de l'électro-aimant. Les disques 1 sont alors desserrés et libres en rotation. L'arbre moteur 23 peut tourner.

• Lorsque la bobine 22 est hors tension, les ressorts 9 permettent le serrage des disques 1 entre le carter 2 et les plateaux presseurs 8 et 24. Les disques 1 sont alors en liaison enca斯特ment par adhérence avec le carter fixe 2. L'arbre 23 ne peut pas tourner et la charge est immobilisée. Nous nous proposons d'étudier le freinage de la charge dans le mouvement de descente de celle-ci.

### 3- Hypothèses et étude :

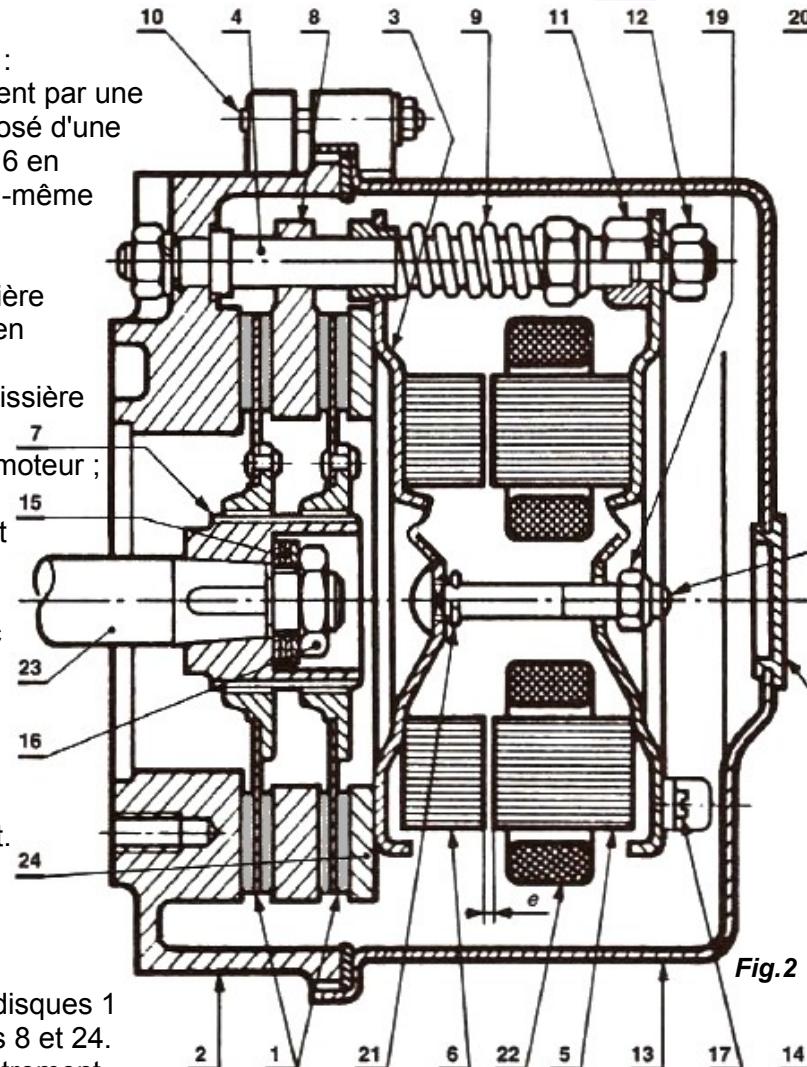
La descente de la charge se fait (frein desserré) à une vitesse de 0,2 m/s. Si pour une raison quelconque le moteur cesse d'être alimenté le frein doit être capable d'arrêter une charge de masse  $M = 2000 \text{ kg}$  en 0,1s. On suppose que dans la phase de freinage le mouvement de la charge est rectiligne et uniformément décéléré. Dans une première approche on négliger l'inertie des pièces en rotation et le frottement dans les paliers du tambour 3 du treuil. On prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1- Dans la phase de freinage. **Étudier** le mouvement de la charge 1 (*fig.1*) et déterminer la valeur du vecteur accélération  $\Gamma_G$  de son centre de masse G ainsi que la distance de freinage.
- 2- On considère la charge pendant la phase de freinage. **Déterminer** les actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées.
- 3- **Déterminer** la somme algébrique des travaux des actions mécaniques extérieures appliquées à la charge pendant la phase de freinage.



**Tambour 3 du treuil**  
**Charge 1**

**Fig.1**



**Fig.2**



- 4- Déterminer la variation d'énergie cinétique de la charge pendant la phase de freinage et en déduire le travail des actions mécaniques extérieures appliquées à la charge pendant la phase de freinage.
- 5- On considère l'ensemble  $S = \{3,2\}$  constitué par le tambour 3 du treuil et le câble 2 pendant la phase de freinage. Déterminer l'action mécanique exercée par le réducteur sur le tambour 3 du treuil (**fig.1**)
- 6- Dans la phase de freinage déterminer l'angle de rotation  $\theta_3$  du tambour 3 et compte tenu du réducteur en déduire l'angle de rotation  $\theta_1$  des disques 1 du frein. Le rapport de réduction du train d'engrenage du réducteur est  $k = 0,1$ . Le diamètre du tambour 3  $d = 0,2\text{ m}$
- 7- Le rendement du réducteur est  $\eta = 0,8$ . Dans la phase de freinage déterminer le moment supposé constant, exercé par le réducteur sur l'arbre 23 lié aux disques 1 et en déduire le moment du couple de freinage sur les disques 1.
- 8- Déterminer l'énergie dissipée dans le frein pendant la phase de freinage.

#### **EX16- ENTRAÎNEMENT D'UN CUBE :**

Le référentiel terrestre ( $R$ ) est supposé galiléen. On considère le système constitué par un cube de masse  $M$  (solide  $S_1$ ) et par un cylindre homogène de masse  $m$ , de centre  $C$  et de rayon  $a$  (solide  $S_2$ ). Un fil inextensible et sans masse est attaché à une face du cube et enroulé autour du cylindre.

On note  $\vec{T} = T \cdot \vec{y}$  la force exercée par le fil sur le cylindre en A.

Le cube glisse sans frottement sur le plan incliné et on considère que la poulie a une masse négligeable et tourne sans frottement autour de son axe de rotation.

Le système est abandonné sans vitesse initiale, le fil n'étant ni lâché, ni tendu, le brin entre la poulie et le cylindre étant parfaitement vertical et celui entre la poulie et le cube parallèle au plan incliné.

On note  $\overrightarrow{\omega_{(S_2/R)}} = \dot{\theta} \cdot \vec{x}$ .

- 1- Appliquer le théorème de la résultante dynamique au cylindre.

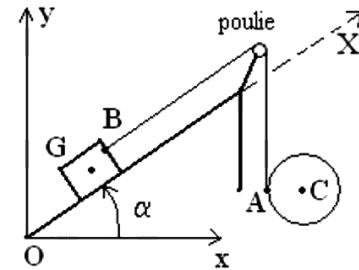
En déduire que le mouvement de  $C$  est vertical.

- 2- Appliquer le théorème du moment dynamique au cylindre par rapport à  $C$ .

- 3- Sachant que la poulie roule sans glisser sur le fil en A, trouver une relation entre l'intensité du vitesse  $V_C$  du centre  $C$ , l'intensité de la vitesse de translation  $V_2$  du cube,  $a$  et  $\theta'$ .

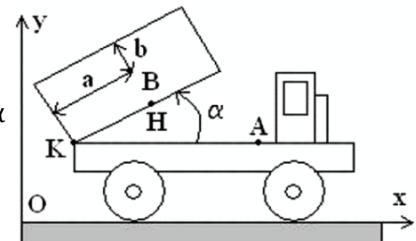
- 4- Appliquer le théorème de la résultante dynamique au cube.

- 5- En déduire les accélérations de  $G$  et  $C$ . Discuter suivant les valeurs de  $\alpha$ .



#### **EX17- DÉPLACEMENT D'UN CAMION :**

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le chauffeur d'un camion (tracteur+ benne) immobile sur une route horizontale a coupé le moteur, mais oublié de serrer ses feins. Il fait alors basculer la benne d'un angle  $\alpha$  à un angle  $\alpha_0$ . La masse du tracteur est notée  $M$ , celle de la benne est notée  $m$ . On note  $A$  le centre de masse du tracteur,  $B$  celui de la benne et  $G$  celui du camion. Le camion est posé sur ses 4 roues, chacune de centre  $C_k$  et de masse négligeable, tournant sans frottement autour de leur axe respectif. On note  $\vec{R}_k = \vec{N}_k \cdot \vec{y} + \vec{T}_k \cdot \vec{x}$  les réactions du sol sur la roue au niveau de chacun des points de contact camion/sol.



- 1- Appliquer le théorème du moment dynamique à une roue et en déduire la direction des forces de contact entre le camion et le sol.

- 2- Appliquer le théorème de la résultante dynamique au camion entier. Qu'en déduisez vous pour le centre de masse  $G$  du camion.

- 3- En déduire le déplacement horizontal  $d$  du centre de masse  $A$  du tracteur.