

## CISAILLEMENT SIMPLE

### I- HYPOTHÈSES : (Figure 19)

Le solide est idéal : matériau homogène, isotrope, poutre rectiligne de section constante, avec plan (P) de cisaillement et (P) ⊥ (L.M).

Les actions extérieures sont modélisables en A et B, situées dans (P) par deux résultantes verticales  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ , directement opposées, et perpendiculaire à la ligne moyenne.

### II- DÉFINITION : (Figure 20a)

Une poutre est sollicitée au cisaillement si le torseur associé aux forces de cohésion de la partie droite (II) sur la partie gauche (I) de la poutre peut se réduire en G, barycentre de la section droite (S), à une résultante située dans le plan (S), telle que :

$$\{Coh_{II/I}\}_G = \{\vec{T} | \vec{0}\}_G \text{ dans le repère } (G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

avec :  $N = 0; T_y \neq 0; T_z = 0$

$$M_t = 0; M_{fGy} = 0; M_{fGz} = 0$$

$$\{Coh_{II/I}\}_G = -\{Action \text{ ext. à gauche } / I\}_G = -\{\vec{A} | \vec{0}\}_G$$

$$\{Coh_{II/I}\}_G = +\{Action \text{ ext. à droite } / II\}_G = +\{\vec{B} | \vec{0}\}_G$$

$$\text{donc : } \vec{T} = -\vec{A} \text{ et } \vec{M}_G = \vec{0}$$

#### Remarque : (Figure 20b)

- Dans la réalité,  $\vec{A}$  s'exerce à une distance  $\Delta L$ , très petite, du plan (P) dans lequel se situe  $\vec{B}$ .
- Le cisaillement pur n'existe pas, il subsiste toujours de la flexion...

### III- CONTRAINTE DANS UNE SECTION DROITE : (Figure 21)

Les contraintes tangentielles sont sensiblement uniformément réparties dans une section droite. On définit une contrainte moyenne  $\tau_{moy}$  égale à  $\tau_M$  supposée uniformément répartie c'est-à-dire :

$$\|\tau_{M_1}\| = \|\tau_{M_2}\| = \dots = \|\tau_{moy}\| = Cte \text{ et } \tau_{moy} = \frac{T}{S}$$

avec :  $\tau_{moy}$  : contrainte tangentielle moyenne (MPa) ;

T : effort tangentiel (ou tranchant) (N) ;

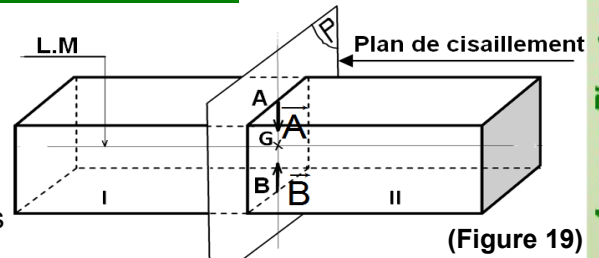
S : section droite soumise au cisaillement (mm<sup>2</sup>).

### IV- ETUDE DES DEFORMATIONS : (Figure 22)

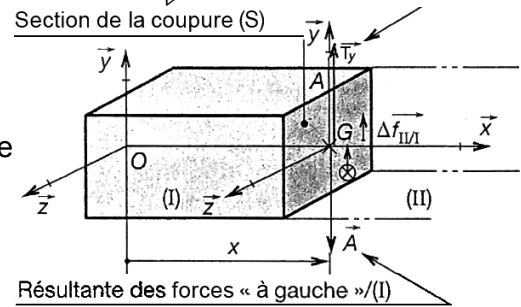
#### a- Essai de cisaillement :

L'essai de cisaillement fait apparaître, comme pour la traction, deux zones :

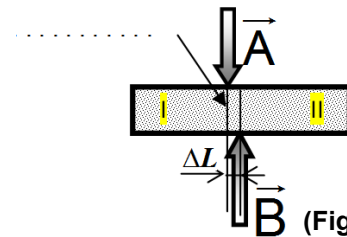
- la zone OA de déformation élastique ou domaine élastique ;
- la zone ABC de déformation permanente ou domaine plastique.



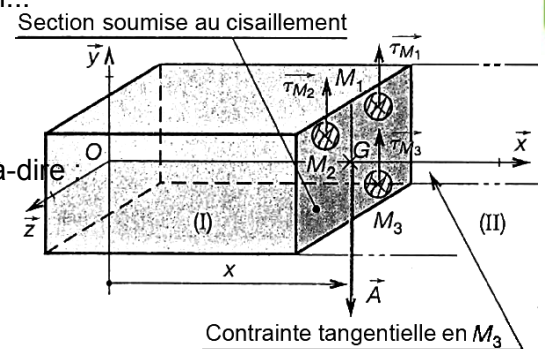
(Figure 19)



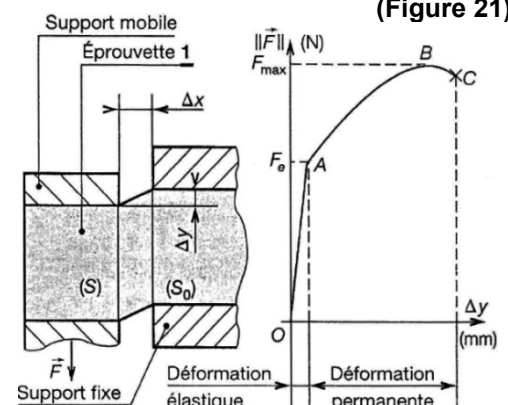
(Figure 20a)



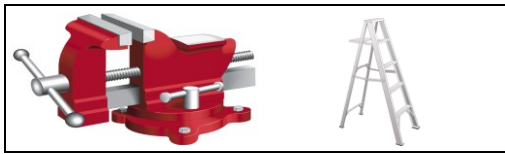
(Figure 20b)



(Figure 21)



(Figure 22)



**b- Déformation d'une poutre dans le domaine élastique : (Figure 23)**

On définit le glissement relatif  $\gamma$  par le rapport :

$$\gamma = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

La loi de Hooke donne :

$$\tau_{moy} = G \cdot \gamma$$

On peut écrire aussi :

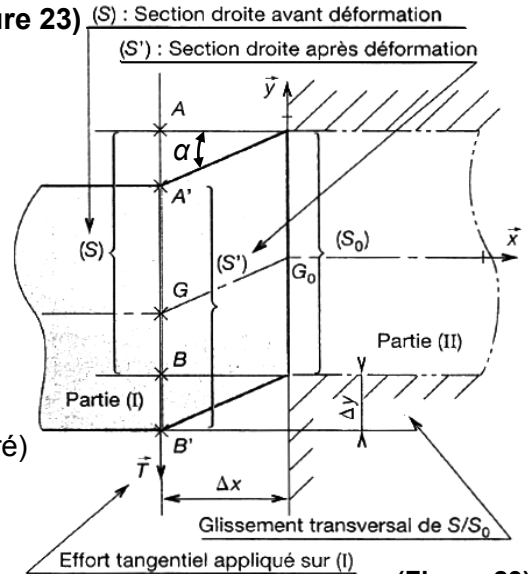
$$\frac{T}{S} = G \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

avec :  $\Delta x$  : distance entre (S) et (S<sub>0</sub>) (mm) ;

$\Delta y$  : glissement transversal entre (S) et (S<sub>0</sub>) (mm) ;

G : module d'élasticité transversal (de Coulomb) (MPa).

et  $\alpha = \text{Arctg} \gamma = \text{Arctg} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  : angle de glissement relatif (en degré)



(Figure 23)

**V- CONDITION DE RÉSISTANCE :**

On définit la condition de résistance pratique au glissement ou la contrainte admissible au cisaillement par :

$$R_{pg} = \tau_{adm} = \frac{R_{eg}}{s} \quad \text{avec :}$$

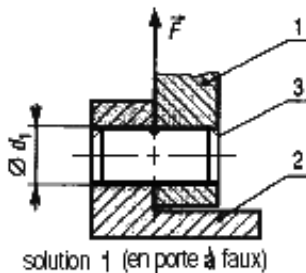
La condition de résistance s'écrit :

$$|\tau_{moy}| \leq \tau_{adm} = R_{pg} \quad \text{ou} \quad \frac{T}{S} \leq \frac{R_{eg}}{s}$$

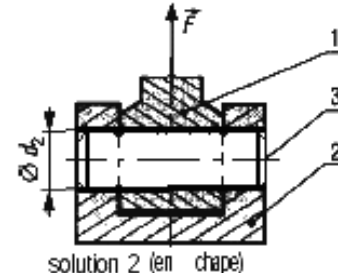
- **Rpg** : résistance pratique au glissement (MPa) ;
- **Reg** : résistance élastique au glissement (MPa) ;
- **s** : coefficient de sécurité.

**Calcul approché des articulations cylindriques**

La liaison pivot entre 1 (tirant) et 2 est réalisée par l'intermédiaire d'un axe cylindrique 3. Dans les deux cas, l'action exercée par le tirant est  $F = 10\,000 \text{ daN}$ . Les axes 3 sont réalisés dans le même acier dont la contrainte admissible au cisaillement est de  $5 \text{ daN/mm}^2$ .

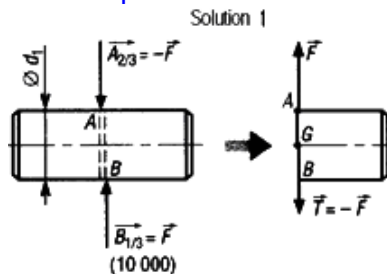


solution 1 (en porte à faux)



solution 2 (en chape)

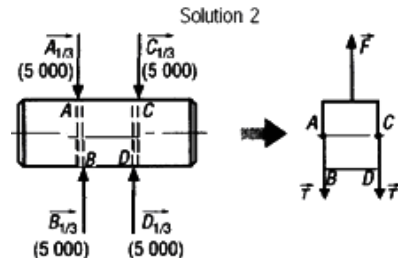
Déterminons et comparons les diamètres  $d_1$  et  $d_2$  des deux solutions.



$$T = F = 10000 \text{ daN}$$

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{10000}{\left(\frac{\pi d_1^2}{4}\right)} \leq R_{pg} = 5 \text{ daN/mm}^2$$

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{10000 \cdot 4}{5\pi}} = 50,5 \quad \text{d'où} \quad d_{1_{\min}} = 50,5 \text{ mm}$$



$$T = \frac{F}{2} = 5000 \text{ daN}$$

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{5000}{\left(\frac{\pi d_2^2}{4}\right)} \leq R_{pg} = 5 \text{ daN/mm}^2$$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{5000 \cdot 4}{5\pi}} = 35,7 \quad \text{d'où} \quad d_{2_{\min}} = 35,7 \text{ mm}$$