

## Chapitre 1 :

# Fonction Alimenter en énergie

### Compétences Visées

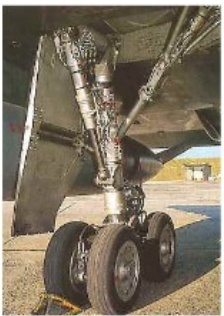
- **Définir** la mécanique des fluides.
- Introduire les notions de masse volumique, de densité, de viscosités cinématique et dynamique.
- **Décrire** les principales familles de fluides.
- **Développer** les propriétés et les principaux théorèmes de la statique des fluides: théorème de Pascal, relation entre pression et profondeur, poussée d'Archimède, forces de pression exercées sur une paroi plane.
- **Identifier** les notions fondamentales sur les écoulements, l'équation de continuité et le nombre de Reynolds.
- **Donner** des éléments pour la détermination des pertes de charge régulières et singulières.
- **Décrire** et développer la loi sur l'énergie (ou équation de Bernoulli) ainsi que le théorème de la quantité de mouvement (ou théorème d'Euler).
- **Identifier** les interfaces de connexion.
- **Donner** le principe des constituants d'alimentation.
- Sur le système réel (virtuel) **Effectuer** le câblage hors énergie et **Vérifier** le fonctionnement de tout ou partie d'un circuit hydraulique.
- **Effectuer** un schéma normalisé

### I- GÉNÉRALITÉ :

La mécanique des fluides est la branche de la mécanique qui étudie le comportement des fluides au repos ou en mouvement. Par contre l'hydraulique industrielle consiste en l'étude de la transmission et la commande de forces et de mouvements par des liquides (essentiellement de l'huile). Ses résultats sont indispensables à la plupart des industries comme : (aéronautique, automobile, marine, travaux publics, machinisme agricole, chimie...).

#### Quelques exemples

Train d'atterrissage



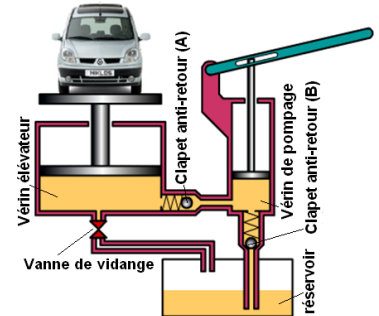
Engins de chantier



simulateurs



Élévateur hydraulique



### 1.1- Définition d'un fluide :

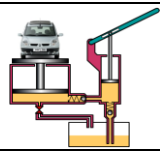
On appelle fluides tout ce qu'est **liquide** (y compris les **poudres** ou produits \*pulvérulents) ou **gaz**.

### 1.2- Fluide parfait :

Un fluide est dit parfait si les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent ; (pas de frottement  $\Leftrightarrow$  fluide n'est pas \*visqueux).

\***Pulvérulent** : Qui est à l'état de poudre ; réduit en poudre.

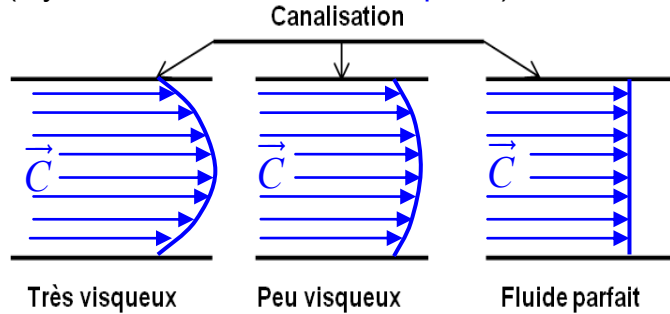
\***Visqueux** : De consistance pâteuse, ni liquide ni solide.



### 1.3- Fluide réel :

Dans un fluide réel, les forces de contact ne sont pas forcément perpendiculaires aux surfaces de contact.

(Il y a frottement  $\Leftrightarrow$  fluide visqueux)



	Au repos	En mouvement
Fluide parfait		
Fluide réel		

### 1.4- Fluide incompressible :

Lorsque le volume occupé par une certaine masse de ce fluide est indépendant de la pression extérieure. C'est à dire; la masse volumique est constante :  $\rho(kg / m^3) = cte$ . donc :  $\frac{\Delta V}{V} = -x_\theta \cdot \Delta P$

-  $\Delta V$  : variation du volume en ( $m^3$ )

-  $V$  : volume initial en ( $m^3$ )

-  $x_\theta$  : coefficient de compressibilité en ( $m^2/N$ ) ; ( $x_{\theta(eau)} = 5.10^{-10} m^2/N$  ;  $x_{\theta(mercure)} = 3.10^{-11} m^2/N$ )

-  $\Delta P$  : variation de pression en (\*Pa) avec (1bar =  $10^5 Pa = 0,1N/mm^2$  et 1MPa =  $1N/mm^2$ )

**Exemple 1:** Soit à déterminer la diminution de volume de 1 litre d'eau sous 20 bars.

Réponse : .....

Donc : .....

❖ **Remarque :** dans la plupart des calculs, on néglige cette variation de volume et l'on considère que l'eau est incompressible. Il en est de même pour les huiles et l'ensemble des liquides.

### 1.5- Fluide compressible :

Un fluide est compressible lorsque le volume occupé par une certaine masse dépend de la pression extérieure. C'est-à-dire, la masse volumique varie en fonction de la pression.  $\rho(kg / m^3) = f(P)$

### 1.6- Pression en un point d'un fluide :

La pression " P " en un point se calcule par la relation :

si  $\vec{F}$  répartie \*uniformément :  $P = \frac{F}{S}$

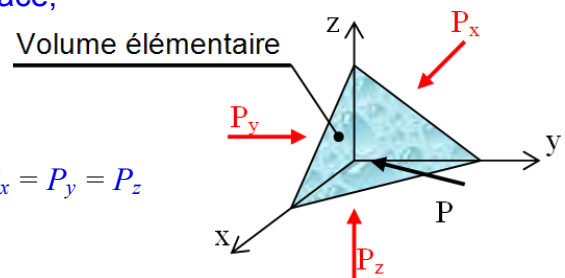
si  $\vec{F}$  répartie non uniformément :  $P = \frac{dF}{dS}$

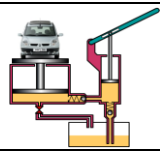
avec : - P : Pression en (Pa ou  $N/m^2$ ).

- dF : Force élémentaire de F (N), normale à la surface,

- dS : Surface élémentaire de S ( $m^2$ ).

❖ **Remarque :** La pression est identique dans toutes les directions autour du point ou volume élémentaire. C'est-à-dire :  $P = P_x = P_y = P_z$





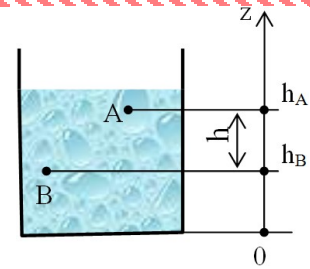
## II- STATIQUE DES FLUIDES : (HYDROSTATIQUE)

### 2.1- Équation fondamentale de l'hydrostatique :

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h ; P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot (h_A - h_B)$$

Avec

- $\Delta P$ ;  $P_B - P_A$ : différence de pression en (Pa) ( $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ ) ;
- $\rho$ : masse volumique du liquide en ( $\text{kg/m}^3$ ) ;
- $g$ : accélération de la pesanteur en ( $\text{m/s}^2$ ) ;
- $\Delta h$ ;  $h_A - h_B$ : différence de hauteur en (m).



#### Exemple 2: Distribution d'eau

a- Calculer les pressions \*effectives en A, B et C en bar.

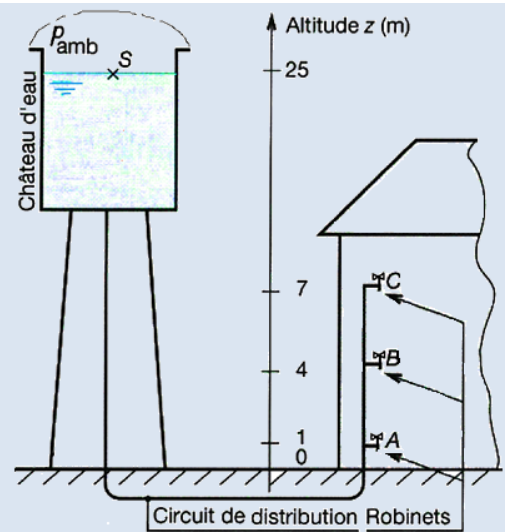
Avec  $P_{\text{effective}} = P_{\text{absolue}} - P_{\text{ambiante}}$

b- Calculer les pressions absolues en A, B et C en MPa.

Si la pression \*ambiante égale 1 atmosphère.

Réponse : .....

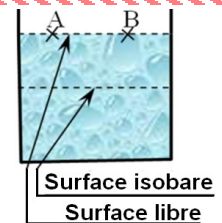
.....  
.....  
.....  
.....



### 2.2- Surface de niveau :

La surface libre d'un liquide au repos est toujours plane et horizontale.

La pression est constante dans tout plan horizontal situé à l'intérieur du liquide (surface \*isobare) :  $P_A - P_B = 0$  ;  $\rho \neq 0$  ;  $g \neq 0$  donc :  $\Delta h = 0$



### 2.3- Liquide non miscible :

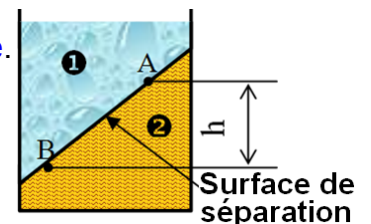
Les liquides non miscibles sont des liquides qui ne se mélangent pas, et la surface de séparation de deux liquides au repos est plane et horizontale.

Les points A et B appartiennent en même temps au liquide ① et ②.

$P_{B1} - P_{A1} = \rho_1 g h$  et  $P_{B2} - P_{A2} = \rho_2 g h$  Or :  $P_{B1} = P_{B2} = P_B$  et  $P_{A1} = P_{A2} = P_A$

Alors :  $P_B - P_A = \rho_1 g h$  et  $P_B - P_A = \rho_2 g h$  La soustraction des deux termes :

$(P_B - P_A) - (P_B - P_A) = (\rho_1 - \rho_2) g h = 0$  Or :  $\rho_1 \neq \rho_2$  et  $g \neq 0$  donc :  $h = 0$



### 2.4- Vases communicantes :

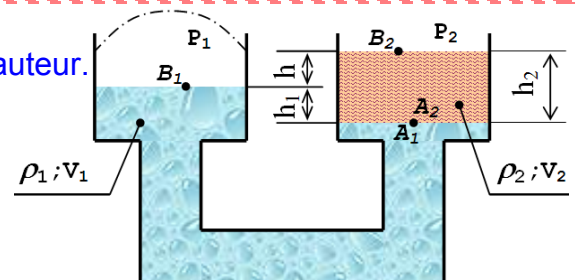
➤ même liquide ( $\rho_1 = \rho_2$ )  $\Leftrightarrow$  même hauteur.

➤  $\rho_1 \neq \rho_2 \Leftrightarrow$  la surface de séparation n'est pas à la même hauteur.

$P_{B1} = P_{B2} = P_{\text{atm}} = P_0$  et  $P_{A1} = P_{A2}$

$$\text{D'où } \left. \begin{array}{l} P_{A1} - P_{B1} = \rho_1 g h_1 \\ P_{A2} - P_{B2} = \rho_2 g h_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2 \\ h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 \end{array}$$

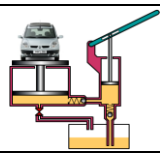
Si  $P_1$  est une pression ambiante " $P_{\text{amb}}$ " et  $P_2$  une pression atmosphérique " $P_{\text{atm}}$ " Donc :  $P_{\text{amb}} - P_{\text{atm}} = P_{\text{eff}}$



\*Effectif : Qui existe réellement, qui se traduit en action

\*Ambiant : Propre au milieu dans lequel on vit.

\*Isobare : à pression constante



## 2.5- Évaluation d'une pression en hauteur de liquide :

Considérons un réservoir fermé contenant un liquide. Celui-ci est soumis sur sa surface libre à une pression ambiante  $P_{amb}$ . Relions ce réservoir à un tube dont l'autre extrémité est à l'air libre. La hauteur de liquide au dessus de la surface libre, dans le tube, permet d'évaluer la pression qui règne dans le volume libre du réservoir.

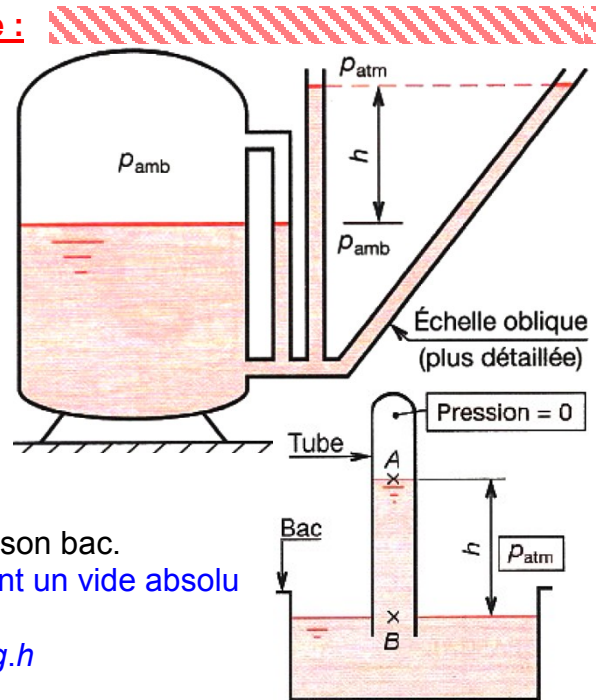
$$P_{amb} - P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$$

On pose:

$$P_{amb} - P_{atm} = P_{eff} : \text{pression effective}$$

⚡ **Remarque :** Retournons un tube plein de liquide sur son bac. Le liquide descend dans le tube en créant un vide absolu et se stabilise à la hauteur "h".

$$\text{Entre A et B, on peut écrire : } P_B - 0 = \rho \cdot g \cdot h$$

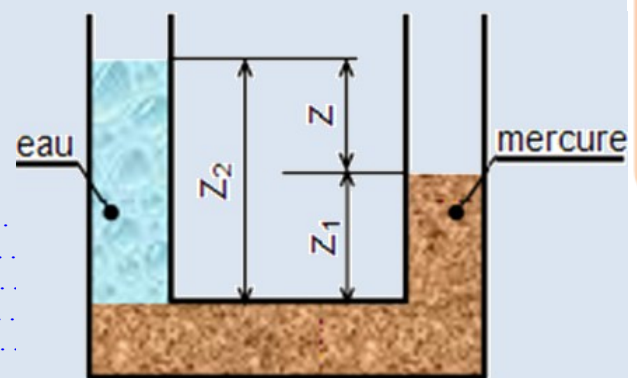


### Exemple 3 : Évaluation d'une pression :

Calculer  $z_2$  ;  $z_1$  et  $z$  si :

- $\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ kg/dm}^3$  -  $V_{\text{eau}} = 2 \text{ litres}$
- $\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$  -  $V_{\text{mercure}} = 3 \text{ litres}$
- diamètre du vase :  $\varnothing 80 \text{ mm}$

Réponse: .....



## III- THÉORÈME DE PASCAL :

Dans un fluide incompressible au repos ; toute variation de pression en un point "A" engendre la même variation de pression en tous points "B" du fluide.

⊗  $P_A = P_B$  (surface isobare)

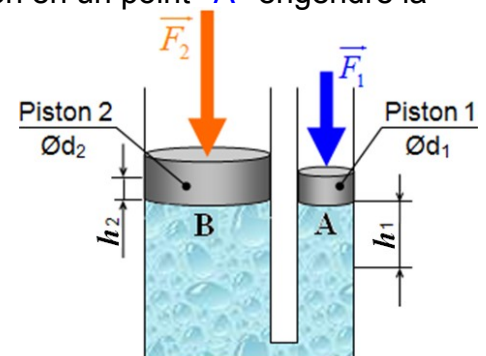
$$P_A = \frac{F_1}{S_1} = \frac{4F_1}{\pi d_1^2}; P_B = \frac{F_2}{S_2} = \frac{4F_2}{\pi d_2^2} \text{ d'où } \frac{F_1}{d_1^2} = \frac{F_2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

⊗ Si le piston 1 descend de  $h_1$  ; le piston 2 monte de  $h_2$ .

$$V = h_1 S_1 = h_2 S_2; \frac{h_1 \pi d_1^2}{4} = \frac{h_2 \pi d_2^2}{4} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

⊗ ➤ Le travail moteur :  $W_{\text{moteur}} = F_1 h_1$  ;

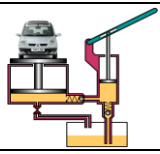
➤ Le travail résistant :  $W_{\text{récepteur}} = F_2 h_2 = F_1 \frac{d_2^2}{d_1^2} \cdot h_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = F_1 h_1 \Rightarrow W_m = W_r$



**Exemple 4 :** Masse du piston 1 ;  $m_1 = 500 \text{ g}$  ;  $d_1 = 20 \text{ mm}$  ;  $d_2 = 80 \text{ mm}$ . Le liquide c'est l'eau.

Calculer :  $F_1$  ;  $F_2$  et la hauteur  $h_1$ , si la masse du volume déplacé égale 120 g ;

Quelle doit être la masse du piston 2 pour que la différence de niveau soit égale à 0.



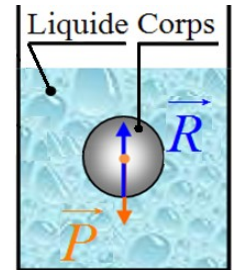
## IV- THÉORÈME \*D'ARCHIMÈDE :

Tout corps plongé dans un liquide reçoit de ce liquide une poussée \*hydrostatique de bas en haut, égale au **poids du volume de liquide déplacé**.  $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow R - P = 0 ; R = P$

R : poussée hydrostatique = **poids du volume de liquide déplacé** ; P : poids du corps.

- ✦ **Remarque :**
- Si  $R > P \Rightarrow$  Le corps monte à la surface.
  - Si  $R = P \Rightarrow$  Le corps flotte dans l'eau (équilibre statique).
  - Si  $R < P \Rightarrow$  Le corps descend jusqu'à le fond.

$$\text{densité} = d = \frac{\text{Masse du corps de densité inconnue}}{\text{Masse du même volume}} \begin{cases} \text{de l'eau pure à } 4^{\circ}\text{C (pour les liquides ou solides)} \\ \text{de l'air (pour les gaz)} \end{cases}$$



La masse volumique de l'eau pure à  $4^{\circ}\text{C}$  ;  $\rho_{\text{eau}} = 1\text{kg/dm}^3 = 10^3\text{kg/m}^3$

La masse volumique de l'air ;  $\rho_{\text{air}} = 1,293\text{kg/m}^3$

La mesure de la densité d'un liquide peut s'effectuer à l'aide d'un densimètre (ou aréomètre).

## V- CINÉMATIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES :

### 5.1- Description d'un écoulement :

En injectant dans un fluide des produits colorés de densités voisines, on peut visualiser les mouvements des particules élémentaires.

♦ **Trajectoire :** Courbe décrite par une particule au cours du temps. Le vecteur vitesse est tangent à cette trajectoire.

♦ **Ligne de courant :** Courbe tangente aux vecteurs vitesses des particules de fluide. Elle donne une image des directions des vecteurs vitesses à un instant donné.

♦ **Écoulement permanent :** Les particules situées sur une trajectoire particulière, continuent de décrire cette trajectoire au cours du temps. Elles passent toutes à la même vitesse en un point particulier. Les trajectoires se confondent alors avec les lignes de courant.

♦ **Écoulement perturbé :** Les particules changent; de trajectoire au cours du temps.

La vitesse de passage en un point varie.

Les trajectoires se distinguent alors des lignes de courant.

♦ **Écoulement laminaire :** Les particules suivent des trajectoires sensiblement parallèles aux parois de la canalisation. **Le nombre de Reynolds (§ V.5.2)** permet de mettre cet écoulement en évidence.

♦ **Écoulement turbulent :** Les particules suivent des trajectoires \*erratiques par rapport aux parois : on dit qu'il existe des turbulences. **Reynolds** le met en évidence.

♦ **Écoulement intermittent :** Il cesse et reprend de temps à autre.

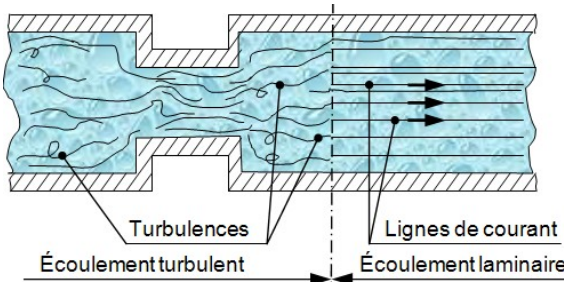
♦ **Écoulement fluide :** Le frottement est négligeable entre - les particules, - particules et parois.

Dans une section droite de la canalisation, toutes les particules ont une même vitesse (ou célérité C en m/s).

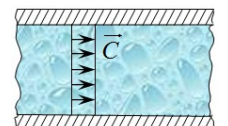
♦ **Écoulement visqueux :** Le frottement ne peut être négligé entre : - les particules, -particules et parois

### DIVERS TYPES D'ÉCOULEMENTS

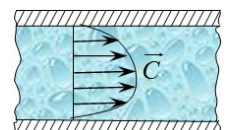
Dans une section droite de la canalisation, la vitesse des particules n'est plus uniforme.



Écoulement fluide (eau dans une canalisation lisse)



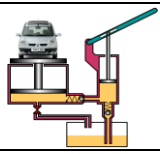
Écoulement visqueux (coulée d'une Matière plastique)



\***Archimède :** Savant grec. Son œuvre scientifique est considérable, tant en mathématiques qu'en physique ou en mécanique. En physique, il fut le fondateur de la statique des solides, ainsi que de l'hydrostatique, et formula le principe qui porte son nom. Et obtint une bonne approximation de  $\pi$ .

\***Hydrostatique :** Étude des conditions d'équilibre des liquides.

\***Erratique :** Qui n'a aucune régularité ; instable.



## 5.2- Nombre de "Reynolds" $Re$ :

Ce nombre, sans dimension, permet de caractériser la nature de l'écoulement dans une conduite.

$$Re = C \cdot \frac{d}{v}$$

Avec :

- $Re$  : nombre de Reynolds.
- $C$  : célérité (vitesse) du fluide dans la conduite en (m/s)
- $d$  : diamètre cinématique du fluide en (m)  
Dans le cas des canalisations non circulaires, prendre :  $d = 4 \cdot A / C_i$  ;  
avec  $A$  : aire de la section d'écoulement ;  $C_i$  : circonférence de la section.
- $v$  : (nu) viscosité cinématique du fluide en (m<sup>2</sup>/s ou \*Stokes) ;  
avec 1 Stokes - st - = 1 cm<sup>2</sup>/s = 10<sup>-4</sup>m<sup>2</sup>/s.
- $\mu$  : (mu) viscosité dynamique [N.s/m<sup>2</sup> ou kg/m.s, ou PI (\*Poiseuille) ou Pa.s] ; avec  $\mu = v \cdot \rho$
- $\rho$  : masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>)

⚡ Remarque : ➤ Si  $Re \leq 2300$  l'écoulement laminaire

➤ Si  $Re \geq 3000$  l'écoulement turbulent

➤ Si  $2300 < Re < 3000$  L'écoulement intermédiaire (instable)

## 5.3- débit :

Considérons une veine fluide animée d'un écoulement permanent. Soient  $\vec{C}_1$  et  $\vec{C}_2$  les vecteurs vitesses d'écoulement à travers les sections  $S_1$  et  $S_2$  de la veine.

Notons que  $C_1 = \|\vec{C}_1\| = \frac{dx_1}{dt}$  et  $C_2 = \|\vec{C}_2\| = \frac{dx_2}{dt}$  (1),

ne sont que des vitesses moyennes.

Tous les points de  $S_1$  ne sont pas nécessairement animés de la même vitesse.

À l'instant (t), on considère une certaine masse de fluide (m) comprise entre les sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) ; soit  $\rho$  la masse volumique du fluide. À l'instant (t + dt), la masse (m) s'est déplacée et se trouve comprise entre ( $S'_1$ ) et ( $S'_2$ ). Écrivons que la masse élémentaire (dm) de fluide qui s'est écoulee à travers ( $S_1$ ) est la même que celle qui s'est écoulee à travers ( $S_2$ ).

Cela traduit la continuité de l'écoulement.  $dm = \rho S_1 dx_1 = \rho S_2 dx_2$  (2).

### 5.3.1- Débit massique : (débit masse en kg/s)

Le débit massique d'une veine fluide est la limite du rapport  $\frac{dm}{dt}$  quand  $dt \rightarrow 0$  :  $q_m = \frac{dm}{dt}$  c'est la

masse de fluide par unité de temps qui traverse une section droite quelconque de la conduite.

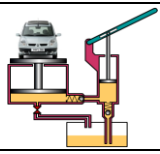
Exprimons le débit massique d'après la relation (1) et (2) :

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \rho S_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho S_2 \frac{dx_2}{dt} = \rho S_1 C_1 = \rho S_2 C_2 \text{ soit } q_m = \rho S C = cte \quad (3)$$

\*Osborne Reynolds: Belfast 1842 - Watchet Somerset 1912. Ingénieur britannique. Ses recherches concernent l'hydrodynamique (régimes d'écoulement des fluides visqueux), l'hydraulique et la mécanique (théorie de la lubrification).

\*Jean-Louis Poiseuille : Paris 1799 - Paris 1869 : Physicien français. Il a donné les lois de l'écoulement laminaire des fluides visqueux (1844)-

\*George Stokes : Skreen 1819 - Cambridge 1903. Physicien irlandais. Outre ses travaux d'hydrodynamique, il a aussi étudié la fluorescence et les rayons X, montrant que ceux-ci sont de même nature que la lumière (1896).



### 5.3.2- Débit volumique : (débit volume en m<sup>3</sup>/s)

Soit  $dV$  le volume élémentaire de fluide compris entre les sections droites ( $S_1$ ) et ( $S'_1$ ) d'une part, ( $S_2$ ) et ( $S'_2$ ) d'autre part (fig. § 5.3). On sait que "  $dm = \rho.dV$  "

Le débit volumique d'une veine fluide est la limite du rapport  $\frac{dV}{dt}$  quand  $dt \rightarrow 0$  :  $q_v = \frac{dV}{dt}$  c'est le volume de fluide par unité de temps qui traverse une section droite quelconque de la conduite.

D'après la relation (2) et (3) on peut écrire :  $q_v = S_1 C_1 = S_2 C_2$  (4) Soit :  $q_v = SC = cte$  (5)

Avec :  $\rightarrow q_v$  : débit volumique (m<sup>3</sup>/s) ;

$\rightarrow S_1$  : section de passage dans la section 1 (m<sup>2</sup>) ;

$\rightarrow S_2$  : section de passage dans la section 2 (m<sup>2</sup>) ;

$\rightarrow C_1$  : célérité (vitesse) de passage dans la section 1 (m/s) ;

$\rightarrow C_2$  : célérité (vitesse) de passage dans la section 2 (m/s).

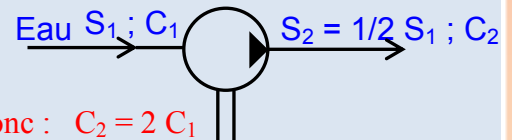
\* Remarque :  $\rightarrow$  Lors d'un écoulement continu, le débit est identique en toutes sections droites de la conduite, (Équation de continuité 4).

$\rightarrow$  La vitesse augmente lorsque la section diminue.

**Exemple 5 :** Soit une pompe qui transporte de l'eau d'un niveau bas à un niveau haut voir schéma

a- Calculer  $C_2$  en fonction de  $C_1$ .

b- Calculer  $C_2$  ;  $q_m$  et  $q_v$  , si  $S_1 = 0,03 \text{ m}^2$  et  $C_1 = 4 \text{ m/s}$ .



**Réponse :**

a- Équation de continuité:  $S_1.C_1 = S_2.C_2$  ;  $S_1.C_1 = 1/2 S_1.C_2$  donc :  $C_2 = 2 C_1$

b-  $\rightarrow$  la célérité  $C_2 = 2.C_1 = 2.4 = 8 \text{ m/s}$

$\rightarrow$  le débit masse  $q_m = \rho SC = 10^3.0,03.4 = 120 \text{ kg/s}$

$\rightarrow$  le débit volume  $q_v = q_m/\rho = 0,12 \text{ m}^3/\text{s}$

**Exemple 6 :** De l'huile ayant pour viscosité cinématique  $\nu = 4.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , circule dans une canalisation de  $\varnothing d = 20 \text{ mm}$ . Calculer le débit volumique maximal de cette huile pour que l'écoulement reste laminaire.

**Réponse :**

## VI- DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES :

### 6.1- Théorème \*d'Euler : (ou des quantités de mouvement)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{dm}{dt} (\vec{C}_2 - \vec{C}_1) = \vec{R}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = q_m (\vec{C}_2 - \vec{C}_1) = S_2 (\vec{P} - \vec{P}_{atm})$$

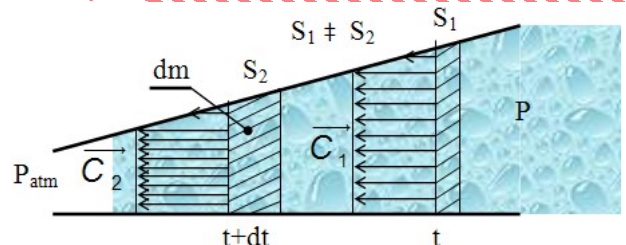
Avec :  $\rightarrow \sum \vec{F}_{ext}$  : somme des forces extérieures

par rapport un tronçon de fluide isolé (N)

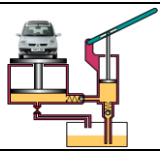
$\rightarrow q_m$  : débit massique (kg/s)

$\rightarrow C_1$  : Célérité (vitesse) du fluide (m/s) (à l'entrée de la canalisation)

$\rightarrow C_2$  : Célérité (vitesse) du fluide (m/s) (à la sortie de la canalisation)



\*Leonhard Euler : Bâle 1707 - Saint-Petersbourg 1783. Mathématicien suisse. Il fut, au XVIII<sup>e</sup> s., le principal artisan de l'essor de l'analyse, qu'il réorganisa autour du concept fondamental de fonction. Il exerça son inventivité dans de nombreux domaines de la physique mathématique.



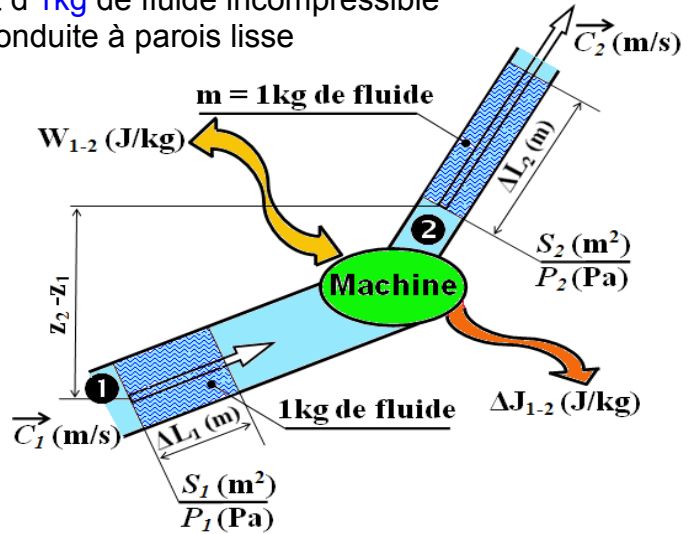
## 6.2- Équation de \*Bernoulli :

L'expérience est basée à l'étude de l'écoulement d'**1kg** de fluide incompressible en régime permanent qui se déplace dans une conduite à parois lisse (pas de frottement, donc sans pertes de charge), à travers une machine.

L'échange de l'énergie entre machine et fluide est donné par l'équation ci-dessous :

$$\Delta W_{1-2} = \Delta E_P + \Delta E_K + \Delta E'_P$$

Énergie échangée entre fluide et machine	Variation d'énergie potentielle de pression	Variation d'énergie cinétique	Variation d'énergie potentielle d'altitude
--	---	-------------------------------	--



### a- Conservation de signe : pour le travail

- $\Delta W_{1-2} > 0$  : Le fluide **reçoit** de l'énergie de la machine ; il s'agit donc d'une **pompe**.
- $\Delta W_{1-2} < 0$  : Le fluide **fournit** de l'énergie à la machine ; il s'agit donc d'une **\*turbine**.

### b- Variation d'énergie potentielle due aux pressions : " $\Delta E_P$ "

Cette énergie s'exprime comme le **travail des forces de pression** à travers la section S pour un déplacement  $\Delta L$  :  $\Delta E_P = F_2 \cdot \Delta L_2 - F_1 \cdot \Delta L_1$  or  $F = P \cdot S$

$$= P_2 \cdot S_2 \cdot \Delta L_2 - P_1 \cdot S_1 \cdot \Delta L_1 \text{ mais } S_2 \cdot \Delta L_2 = S_1 \cdot \Delta L_1 = \Delta V \text{ (variation de volume)}$$

$$= (P_2 - P_1) \cdot \Delta V \quad \text{et} \quad \Delta V = m/\rho = 1/\rho \text{ (volume massique pour 1kg)}$$

Donc  $\Delta E_P = \frac{P_2 - P_1}{\rho}$  pour 1 kg de fluide

### c- Variation de l'énergie cinétique : " $\Delta E_K$ "

Soit  $\vec{C}$  le vecteur vitesse de l'écoulement à travers la section S.

Nous avons vu au 1<sup>er</sup> année que l'énergie cinétique s'exprime par :

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m C_2^2 - \frac{1}{2} m C_1^2 \text{ ici pour une masse } m \text{ de } 1 \text{ kg ; donc : } \Delta E_K = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}$$

### d- Variation de l'énergie potentielle d'altitude : " $\Delta E'_P$ "

Cette énergie s'exprime comme le **travail possible des forces de pesanteur**.

Soit  $g$  la valeur de l'accélération de la pesanteur du lieu considéré :

$$\Delta E'_P = mgz_2 - mgz_1 \text{ donc : } \Delta E'_P = g(z_2 - z_1) ; \text{ car } m = 1 \text{ kg de fluide}$$

☞ L'équation de Bernoulli (**sans pertes de charges**)

$$\Delta W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

- Avec :
- $\Delta W_{1-2}$  ( $W_{1-2}$ ) en (J/kg)
  - $P_1$  et  $P_2$  en (Pa ou N/m²)
  - $\rho$  en (kg/m³)
  - $C_1$  et  $C_2$  en (m/s)
  - $z_2$  et  $z_1$  en (m)
  - $g$  en (m/s²)

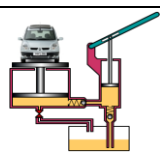
⚡ **Remarque :** ➤ Écoulement dans une conduite sans machine :  $\Delta W_{1-2} = 0$

C'est-à-dire :  $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$

- $\mathcal{P}_n = W_{1-2} \cdot q_m$  Avec :
- $\mathcal{P}_n$  : Puissance nette de la machine (W) ou (J/s) ; 1 cheval vapeur = 736 W
  - $W_{1-2}$  : Travail échangé par 1 kg de fluide qui traverse la machine (J/kg)
  - $q_m$  : Débit massique du fluide (kg/s)

\*Daniel **Bernoulli**, Groningue 1700 - Bâle 1782, physicien suisse. Il est l'un des fondateurs de l'hydrodynamique (**théorème de Bernoulli**) et mena des recherches fondamentales en mécanique.

\***Turbine** : Moteur composé d'une roue mobile sur laquelle est appliquée l'énergie d'un fluide moteur à (eau, vapeur, gaz,...)



### 6.3- Équation de Bernoulli généralisée: (ou avec perte de charge)

Dans ce cas considérons une paroi lisse (ou non) d'une conduite rectiligne (ou non), avec (ou sans) variation de section brutale, et un fluide non parfait.

Puis qu'il y a turbulence et échauffement due au **frottement** donc elle est une partie de l'énergie en chaleur, non récupérable. Soit "J" cette perte de chaleur exprimée en (J/kg).

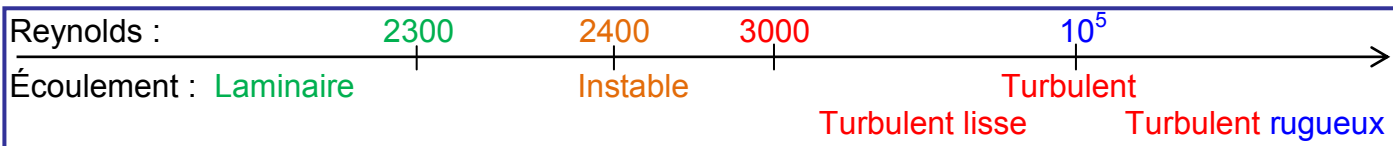
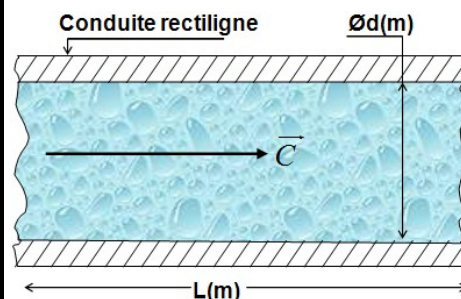
On distingue les pertes de charges régulières et singulières.

#### a- Pertes de charges régulières « $J_r$ » : (ou linéaires) (ou systématiques)

Elles se produisent le long des conduites rectilignes par frottement du fluide sur des parois plus (ou moins) rugueuses.

Elles varient selon le type d'écoulement.  $J_r = \lambda \frac{C^2 L}{2d}$  en (J/kg)

Écoulement laminaire	Écoulement turbulent	
$Re \leq 2300$ $\lambda = 64/Re$ $\lambda$ : caractérise le frottement entre la conduite et le fluide	Écoulement Turbulent lisse	Écoulement turbulent rugueux
	$3000 \leq Re \leq 10^5$	$Re > 10^5$
	$\lambda = \frac{1}{(100Re)^{1/4}} = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$	Il existe des abaques $\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{\epsilon}{d}}$
	En régime turbulent : $\lambda$ est déterminé à partir de l'abaque de <b>Moody-Mourine</b> . (par exemple) R/d: rugosité relative	



❖ **Remarque** : Pertes de charges en écoulement laminaire < Pertes de charges en écoulement turbulent.

#### b- Pertes de charges singulières « $J_s$ »:

Elles se situent dans certaines sections présentant des variations brutales dans la conduite du fluide.

$$J_s = \epsilon \cdot \frac{C^2}{2} \text{ en (J/kg) (Pour déterminer le coefficient de perte } \epsilon \text{ ; voir tableau ci-dessous)}$$

❖ **Remarque** : ➤ Les pertes de charges singulières s'ajoutent aux pertes de charges régulières "  $J_{1-2} = J_r + J_s$  "

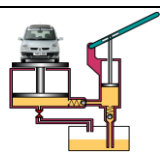
➤  $J_{1-2} < 0$  ; car toutes les pertes de charge représentent de l'énergie perdue par le fluide.

#### c- Équation de Bernoulli généralisée :

Si  $J_{1-2}$  représente la somme de toutes les pertes de charges (\*enthalpie), singulières et linéaires, entre les sections repérées 1 et 2 et si  $W_{1-2}$  représente le travail mécanique échangé entre le fluide et les machines (éventuellement) placées entre 1 et 2, alors le théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante (pour 1kg de fluide) :

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}$$

\*enthalpie n.f : Grandeur thermodynamique égale à la somme de l'énergie interne et du produit de la pression par le volume.



NOTATION ET UNITÉ : J en (J/kg) ;  $C_1$  et  $C_2$  en (m/s) ;  $\alpha$  en ( $^\circ$ ) ;  $Re$  : nombre de Reynolds (§ 5.2)

<p>Élargissement brusque</p> $J \approx \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) \cdot \frac{C_1^2}{2}$	<p>Arrivée d'une conduite</p> $J \approx 0,54 C_1^2$	<p>Entrée d'une conduite</p> $J \approx 0$	<p>Entrée d'une conduite</p> $J \approx \frac{C_2^2}{4}$	
<p>Divergent (diffuseur)</p> $\alpha \leq 10^\circ : J \approx 0$ $\alpha \geq 70^\circ : J \approx 0,4 C_1^2$	<p>Rétrécissement progressif</p> <p>Variation linéaire entre 10 et 70°</p> $J \approx \left(\frac{1}{C} - 1\right)^2 \cdot C_2^2 \cdot \sin \alpha ; \text{ si } \alpha \leq 90^\circ$ $J \approx \left(\frac{1}{C} - 1\right)^2 \cdot C_2^2 ; \text{ si } \alpha \leq 90^\circ$ <p>où <math>C = 0,63 + 0,37 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^3</math></p>	<p>Rétrécissement brusque</p> $J \approx \left(\frac{1}{C} - 1\right)^2 \cdot \frac{C_2^2}{2}$ $J \Rightarrow \frac{\sigma}{S_2}$ <p>lorsque <math>Re \nearrow</math></p>	<p>Changement de direction</p> $J = \left[0,13 + 1,85 \left(\frac{d}{2r}\right)^{3,5}\right] \cdot \frac{\alpha^\circ}{180} C_1^2$ $J = \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^4 \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{C_1^2}{2}$	<p>Soupape</p> $J \approx C_1^2$

#### d- Autres formes de l'équation :

En termes de pression : (multiplier chaque terme par  $\rho$ )

$$W_{1-2} = P_2 - P_1 + \frac{\rho}{2} (C_2^2 - C_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) + J_{1-2} \quad \text{où } \Delta P$$

$\frac{J}{kg} \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{N}{m^2}$ 
 $Pa = \frac{N}{m^2}$ 
 $\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2} = \frac{N}{m^2}$ 
 $\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{N}{m^2}$ 
 $Pa = \frac{N}{m^2}$

En termes de hauteur de liquide transporté : (diviser chaque terme par g)

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + J_{1-2} \quad \text{où } \Delta z$$

$\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} \cdot \frac{s^2}{m} = m$ 
 $\frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{s^2}{m} = m$ 
 $m$ 
 $m$

$\frac{J}{kg} \cdot \frac{s^2}{m} = \frac{N \cdot m}{kg} \cdot \frac{s^2}{m} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m}{kg} \cdot \frac{s^2}{m} = m$

#### e- rendement : " $\eta$ "

Le rendement global d'une machine est le rapport entre la puissance qu'elle fournit et la puissance qu'elle utilise.

Suivant que la machine utilise ou produit de l'énergie mécanique, le rendement global s'exprime de façon différente.

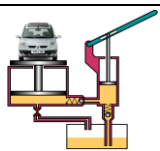
Fluide reçoit de l'énergie cas d'une pompe	Fluide fournit de l'énergie cas d'une turbine
$\eta = P_n / P_a$ ( $P_n < P_a$ )	$\eta = P_u / P_n$ ( $P_u < P_n$ )
$P_n$ : puissance nette échangée avec le fluide	$P_u$ : puissance utile sur l'arbre de sortie
$P_a$ : puissance absorbée sur l'arbre d'entrée	$P_n$ : puissance nette échangée avec le fluide

$$\eta = \frac{P_{\text{hydraulique}}}{P_{\text{mécanique}}}$$

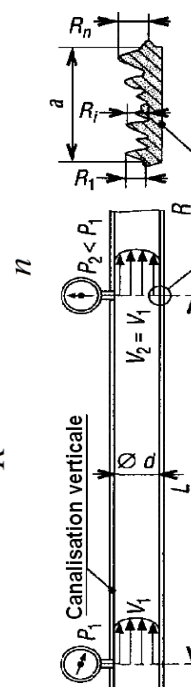
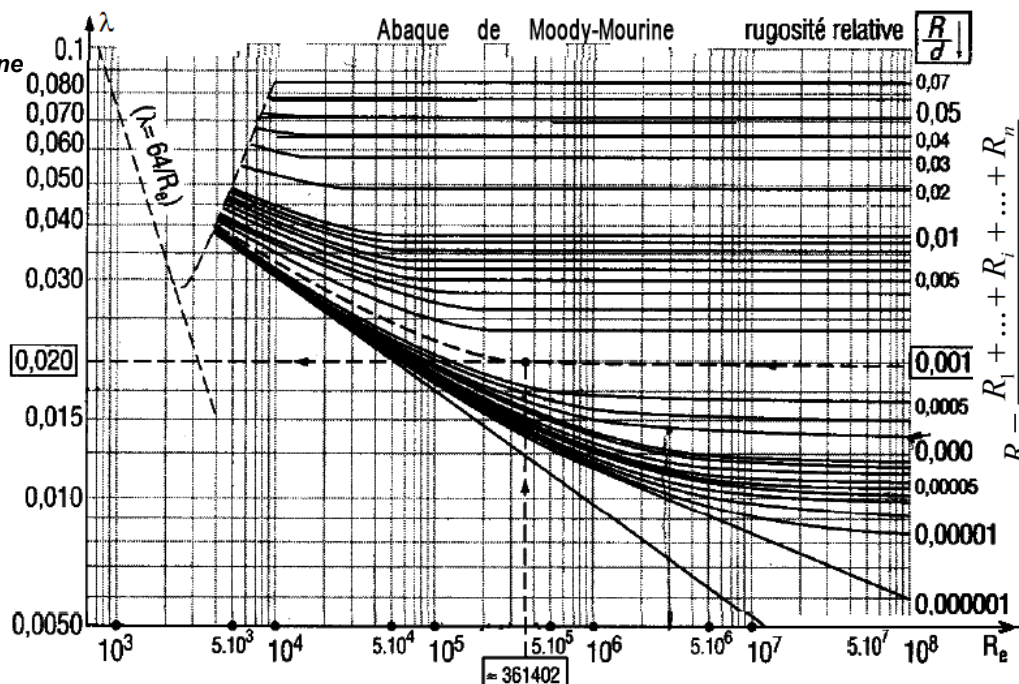
avec

- $- P_{\text{hydraulique}} = q_v \cdot P_{\text{utilisation}}$
- $- P_{\text{mécanique}} = F \cdot V + C \cdot \omega$

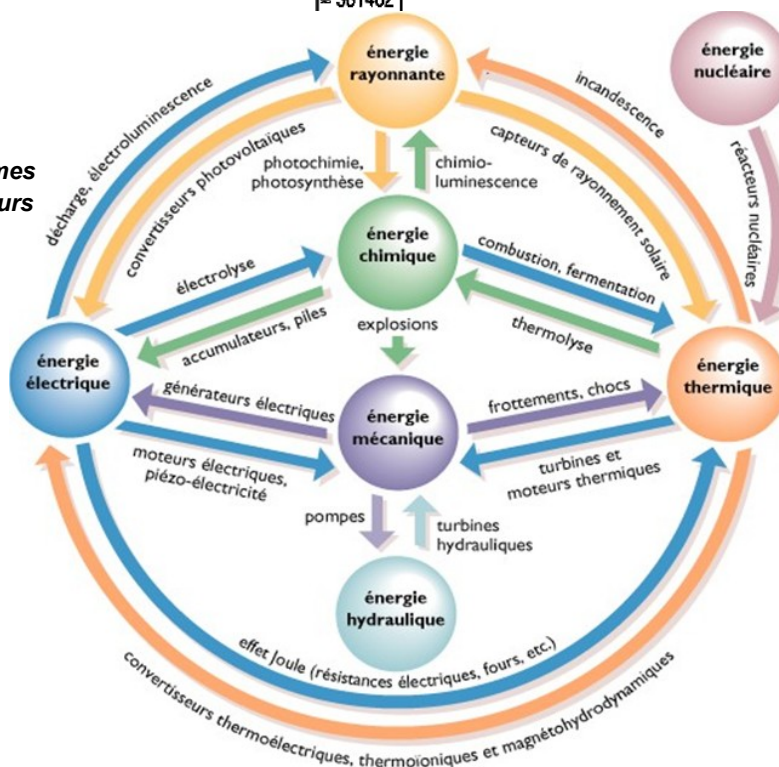
- $- q_v$  : Débit volumique ( $m^3/s$ )
- $- P_{\text{ression/utilisation}} = \rho \cdot W_{1-2}$  ( $Pa = N/m^2$ )



Abaque de Moody-Mourine



Conversions des sept formes principales d'énergie et leurs convertisseurs



LES ALPHABET GREC

Nom	Minuscule	Majuscule	Nom	Minuscule	Majuscule	Nom	Minuscule	Majuscule
<b>alpha</b>	$\alpha$	A	<b>kappa</b>	$\kappa$	K	<b>sigma</b>	$\sigma$	$\Sigma$
<b>bêta</b>	$\beta$	B	<b>epsilon</b>	$\epsilon$	E	<b>tau</b>	$\tau$	T
<b>gamma</b>	$\gamma$	$\Gamma$	<b>rhô</b>	$\rho$	P	<b>upsilon</b>	$\upsilon$	$\Upsilon$
<b>delta</b>	$\delta$	$\Delta$	<b>êta</b>	$\eta$	H	<b>xi</b>	$\xi$	$\Xi$
<b>lambda</b>	$\lambda$	$\Lambda$	<b>thêta</b>	$\theta$	$\Theta$	<b>omicron</b>	$o$	O
<b>phi</b>	$\phi$	$\Phi$	<b>nu</b>	$\nu$	N	<b>khi</b>	$\chi$	X
<b>oméga</b>	$\omega$	$\Omega$	<b>mu</b>	$\mu$	M	<b>iota</b>	$\iota$	I
<b>psi</b>	$\psi$	$\Psi$	<b>pi</b>	$\pi$	$\Pi$	<b>dzêta</b>	$\zeta$	Z