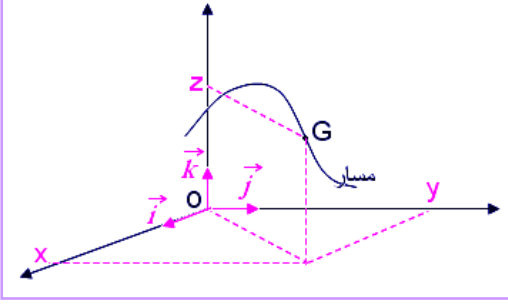


الميكانيك – قوانين نيوتن

I. حركية مركز القصور لجسم صلب

• معلمة الموضع

■ استعمال أساس ديكارتي



في معلم الفضاء $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ يحدد موضع G مركز القصور لجسم صلب في حركة في كل لحظة بالمتجهة:

$$\overrightarrow{OG} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

و تسمى متجهة الموضع.

و $x = f(t)$ و $y = g(t)$ و $z = h(t)$ تسمى المعادلات الزمنية المميزة للحركة، أو المعادلات البارامترية للمسار.

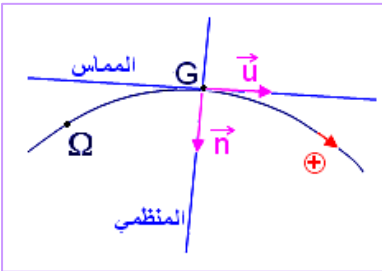
في حالة حركة مستوية يكتفى بمعادلتين زمنيتين و في هذه الحالة تحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن بينهما. و في حالة حركة مستقيمة توصف طبيعة الحركة بمعادلة زمنية واحدة.

■ استعمال أساس فريني

معلم أو أساس فريني هو الأساس $(G, \vec{u}, \vec{n})$ بحيث:

- أصله مرتبط بالنقطة المتحركة G ،
- $\vec{u}$ متجهة واحدة حاملها المماس للمسار و موجهة في منحنى موجب اعتباطي،
- $\vec{n}$ متجهة واحدة حاملها المنظمي و موجهة نحو تقعر المسار.

تعريف



في حركة مستوية يمكن معلمة موضع النقطة المتحركة

$$s = \widehat{\Omega G} \quad (m)$$

بأصولها المنحني: $s = f(t)$ المعادلة الزمنية للحركة.

• متجهة السرعة

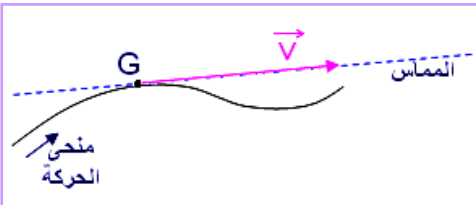
$$\vec{V}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

تساوي متجهة السرعة اللحظية المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع:

تعريف

مميزات متجهة السرعة اللحظية للنقطة G في لحظة t هي:

- أصلها G،
- اتجاهها المماس للمسار في G ،
- منحناها هو منحنى الحركة.

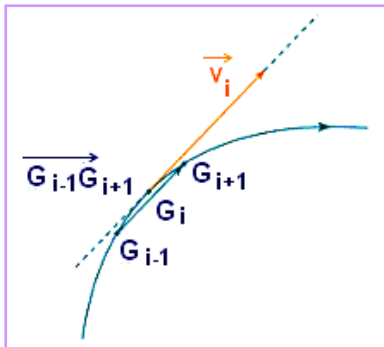


تعبير متجهة السرعة

في أساس فيرني	في أساس ديكارتي
$\vec{V}_G = v \vec{u}$ $v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} \quad \text{بحيث:}$ تمثل v القيمة الجبرية لمتجهة السرعة اللحظية: $v = \pm \ \vec{V}\ $ تتعلق إشارة v بمنحى الحركة: ▪ $v > 0$: G تتحرك في المنحى الموجب أي منحى $\vec{u}$ ▪ $v < 0$: G تتحرك في المنحى السالب أي عكس منحى $\vec{u}$. و قيمة السرعة اللحظية هي: $\ \vec{V}\ = v \quad (m.s^{-1})$	$\vec{V}_G = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ بحيث: $\vec{V}_G \begin{cases} v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt} \end{cases} \quad (m.s^{-1})$ إحداثيات متجهة السرعة تساوي في كل لحظة المشتقات بالنسبة للزمن لإحداثيات متجهة الموضع. و قيمة السرعة اللحظية هي: $\ \vec{V}\ = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (m.s^{-1})$

تحديد و إنشاء متجهة السرعة

انطلاقا من تسجيل لمواضع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن تحديد قيمة السرعة اللحظية في موضع ما G_i بتطبيق علاقة التأطير التالية:



$$\vec{v}_i \approx \frac{\vec{G}_{i-1}G_{i+1}}{2\tau}$$

• متجهة التسارع

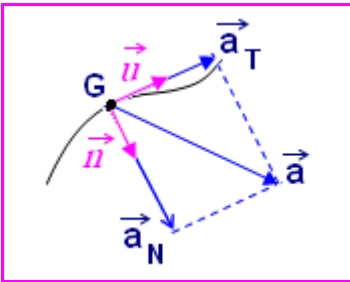
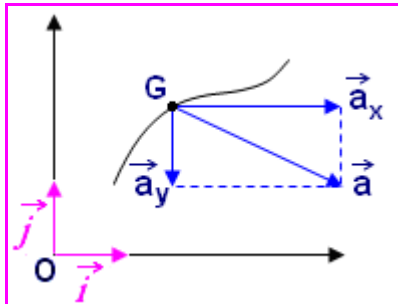
تساوي متجهة التسارع اللحظي المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة السرعة أي المشتقة الثانية

تعريف

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$$

بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع :

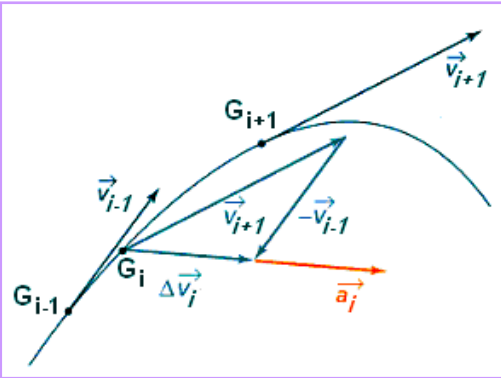
تعبير متجهة التسارع

في أساس فيرني	في أساس ديكارتي
$\vec{a}_G = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$ $\vec{a}_G \begin{cases} a_T = \dot{v} = \dot{s} \\ a_N = \frac{v^2}{\rho} \end{cases} \quad (m.s^{-2}) \quad \text{بحيث:}$ ρ شعاع الانحناء للمسار في موضع G. وهو يساوي شعاع الدائرة المماسية للمسار في هذا الموضع. وقيمة التسارع اللحظي هي: $\ \vec{a}\ = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} \quad (m.s^{-2})$ 	$\vec{a}_G = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ بحيث: $\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases} \quad (m.s^{-2})$ و قيمة التسارع اللحظي هي: $\ \vec{a}\ = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (m.s^{-2})$ 

إنشاء متجهة التسارع

باستغلال تسجيل لمواضع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن إنشاء متجهة التسارع في موضع ما G_i بتطبيق علاقة التأخير التالية:

$$\vec{a}_i \approx \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{2\tau}$$

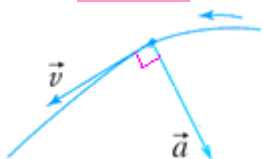
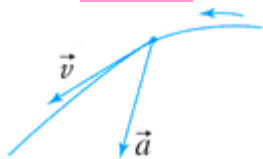


متجهة التسارع هي دائما موجهة نحو تقعر المسار.

خاصية

منحى متجهة التسارع و طبيعة الحركة

تحدد إشارة الجداء السلمي $\vec{v} \cdot \vec{a} = v \cdot a_T$ طبيعة الحركة:

$\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$  حركة منتظمة	$\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$  حركة متباطئة	$\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$  حركة متسارعة
--	---	---

II. قوانين نيوتن

• مبدأ القصور (القانون الأول)

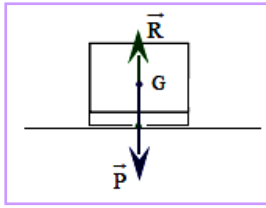
قانون

في معلم غاليلي إذا كان مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعزلاً (جسم معزول أو شبه معزول) فإن مركز قصوره G يكون في حالة السكون أو في حركة مستقيمة منتظمة:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{V}_G = \vec{Cte}$$

▪ **تحقق تجريبي:** يرسل حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك و تسجل مواضع مركز

قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



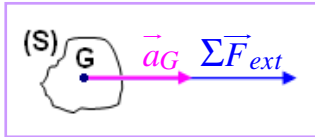
يلاحظ أن حركة G مستقيمة و منتظمة و $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

• مبرهنة مركز القصور (القانون الثاني)

قانون

في معلم غاليلي يساوي مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب متحرك جذاً كتلته و متجهة تسارع مركز قصوره في كل لحظة:

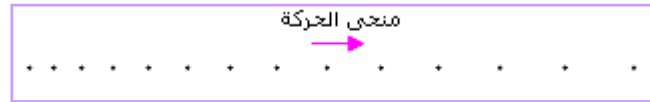
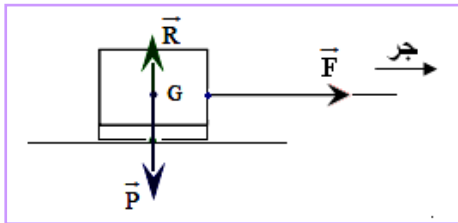
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \quad (\text{العلاقة الأساسية للديناميك})$$



متجهة التسارع و مجموع متجهات القوى مستقيمتان و لهما نفس المنحى في كل لحظة خلال حركة الجسم.

▪ **تحقق تجريبي:** يجر حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك تحت تأثير قوة ثابتة $\vec{F}$

اتجاهها أفقي و تسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



يمكن التحقق من أن حركة G مستقيمة و متسارعة بانتظام أي $\vec{a}_G = \vec{cte}$

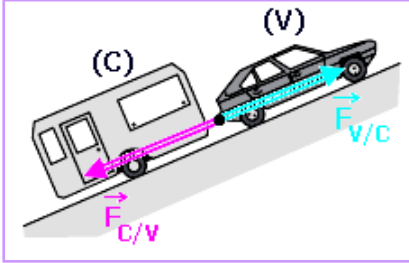
و أن: $\frac{F}{a_G} = m$ كما أن $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ و $\vec{a}_G$ مستقيمتان و لهما نفس المنحى.

• مبدأ التأثيرات البينية (القانون الثالث)

قانون

إذا كان جسمان A و B في تأثير بيني فإن القوتين المرتبطتين بهذا التأثير متعاكستان سواء كان الجسمان في حالة السكون أو في حركة:

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$



▪ **مثال:** التأثير البيني الحاصل بين سيارة و مقطورة.

القوة المرتبطة بتأثير السيارة على المقطورة و القوة المرتبطة بتأثير المقطورة على السيارة قوتان متعاكستان.

• طريقة منهجية لتطبيق القانون الثاني لنيوتن

✓ اختيار معلم غاليلي (معلم أرضي غالبا)،

✓ تحديد المجموعة المدروسة،

✓ جرد القوى الخارجية المطبقة عليها،

✓ تطبيق ع.أ.د. $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$

✓ إسقاطها في معلم للفضاء:

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots = ma_x \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots = ma_y \\ F_{1z} + F_{2z} + \dots = ma_z \end{cases}$$

- في معلم ديكارتي:

$$\begin{cases} F_{1T} + F_{2T} + \dots = ma_T \\ F_{1N} + F_{2N} + \dots = ma_N \end{cases}$$

- أو في معلم فريني (في حركة دائرية خاصة):

III. الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

تعريف

تعتبر حركة مركز القصور G لجسم صلب مستقيمة متغيرة بانتظام إذا كان مساره

$$\vec{a}_G = \overline{cte}$$

مستقيما و تسارعه ثابتا:

• المعادلات الزمنية

التسارع	السرعة	الأفصول
$a = cte$	$v = at + v_0$	$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

v_0 و x_0 على التوالي السرعة و الأفصول عند اللحظة $t=0$ و يحددان تبعا لاختيار الشروط البدئية.