

حساب التكامل

السلسلة 1 (14 تمرين)

التمرين 1:

أحسب التكاملات التالية :

$$\begin{aligned} K &= \int_0^{\ln 2} e^x dx & (3) & \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx & (2) & \quad I = \int_0^1 (x^2 - x + 1) dx & (1) \\ N &= \int_0^1 x (x^2 - 1)^4 dx & (6) & \quad M = \int_0^4 \sqrt{x+3} dx & (5) & \quad L = \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx & (4) \end{aligned}$$

التمرين 2:

أحسب التكاملات التالية :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^2 |x-1| dx & (1) \\ J &= \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{|\ln x|}{x} dx & (2) \end{aligned}$$

التمرين 3:

$$(1) \text{ أحسب القيمة المتوسطة لـ } f(x) = \cos 2x \text{ على } \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$$

(2) أدرس إشارة التكاملات التالية :

$$\begin{aligned} \text{أ. } I &= \int_1^2 \frac{x^4}{1+x^2} dx \\ \text{ب. } J &= \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx \end{aligned}$$

التمرين 4:

أحسب التكاملات التالية :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 x (x^2 + 3)^2 dx & (1) \\ J &= \int_0^1 \frac{x-1}{(x^2 - 2x + 3)^2} dx & (2) \\ K &= \int_0^2 \frac{2}{x+1} dx & (3) \end{aligned}$$

$$L = \int_1^2 \frac{x}{x+1} dx \quad (4)$$

$$M = \int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x} dx \quad (5)$$

التمرين 5:

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات التالية :

$$\int_1^e x \ln x dx \quad (1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx \quad (2)$$

$$\int_1^e \ln x dx \quad (3)$$

$$\int_0^1 \ln(x+1) dx \quad (4)$$

$$\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad (5)$$

$$\int_0^1 x^2 e^x dx \quad (6) \text{ باستعمال مكاملة بالأجزاء مرتين أحسب :}$$

التمرين 6:

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad (1)$$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين مهادلتهما على التوالي: $x=1$ و $x=4$

(2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$:
نعتبر الدالة $f: x \mapsto 1 - e^x$. أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x = \ln 2$ و $x = \ln 4$

$$\|\vec{i}\| = 1cm \quad (3) \text{ المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم } (O, \vec{i}, \vec{j}) \text{ حيث :}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x^2 - 2x$

أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين مهادلتهما على التوالي:

$$x=1 \text{ و } x=3$$

$$\|\vec{i}\| = 3cm \text{ و } \|\vec{j}\| = 2cm \quad (4) \text{ المستوى منسوب إلى معلم متعامد } (O, \vec{i}, \vec{j}) \text{ حيث :}$$

$$g(x) = e^{-x} \text{ و } f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1} + e^{-x} \text{ المعرفتين بما يلي :}$$

أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنىي الدالتين f و g و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x = \ln 2$ و $x = 0$

التمرين 7:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \sqrt{x(e^x - 1)}$
أحسب V حجم المجسم المولد بدوران (C_f) حول محور الأفاصيل على المجال $[0,1]$.

التمرين 8:

أحسب التكاملات التالية :

$$\int_1^2 \left(x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 2x - 5 - \frac{1}{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx \quad (1)$$

$$\int_0^1 3x(x^2 - 1)^4 dx \quad (2)$$

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx \quad (3)$$

$$\int_0^1 \frac{x^5}{\sqrt[3]{x^6 + 1}} dx \quad (4)$$

$$\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x} dx \quad (5)$$

$$\int_2^3 \frac{x^3}{(x^4 - 1)^2} dx \quad (6)$$

$$\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \quad (7)$$

$$\int_0^1 \frac{x+2}{x^2 + 4x + 3} dx \quad (8)$$

التمرين 9:

باستعمال مكالمة بالأجزاء أحسب التكاملات التالية :

$$\int_0^1 (x+2)e^{-x} dx \quad (1)$$

$$\int_0^1 x \ln(x+3) dx \quad (2)$$

$$(3) \text{ أ. تحقق أن لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\} \text{ لدينا : } \frac{1}{x(x^2 - 1)} = \frac{-1}{x} + \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$\text{ب. أحسب } \int_2^3 \frac{1}{x(x^2 - 1)} dx$$

ج. باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_2^3 \frac{x}{(x^2-1)^2} \ln(x) dx$

التمرين 10:

(1) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_0^1 x e^x dx$

(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_0^1 x^2 e^x dx$

(3) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (x^2 + 4x + 4)e^x$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=0$

$(\|\vec{i}\|=1,5cm; \|\vec{j}\|=2cm)$

التمرين 11:

(1) تحقق أن الدالة $F : x \mapsto \frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x}$ دالة أصلية للدالة $f : x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على $]0, +\infty[$

(2) أحسب التكامل $\int_1^4 \frac{\ln x}{x^2} dx$

التمرين 12:

(1) بين أن الدالة $H : x \mapsto x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على $]0, +\infty[$

(2) أحسب : $\int_1^2 h(x) dx$

(3) في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_h) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

التمرين 13 :

أحسب التكامل :

$\int_2^4 |\ln(x) - 1| dx$

التمرين 14 :

(1) أحسب التكاملات التالية :

$$A = \int_1^2 (x^3 - 2x + 3) dx$$

$$B = \int_0^1 x (x^2 + 1)^2 dx$$

$$C = \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx$$

$$D = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{|\ln x|}{x} dx \quad (2) \text{ أحسب التكامل :}$$

$$(3) \text{ أ- تحقق أن : } \frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1} \quad (\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\})$$

$$E = \int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx \quad \text{ب- أحسب}$$

$$F = \int_0^2 x \ln(x+1) dx \quad \text{ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء استنتج قيمة التكامل :}$$