# 2ع ت حساب التكامل

## 1. تكامل دالة على مجال مغلق :

لتكن f دالة متصلة على مجال I و F دالة أصلية عليه.

العدد $F(b)-F(a)$ غير مرتبط بالدالة الأصلية F ويسمى تكامل f

من a إلى b ويرمز له بالرمز : $\int_a^b f(x)dx$

نكتب $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

المتغير x في التكامل $\int_a^b f(x)dx$ صامت ولدينا :

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt=\int_a^b f(u)du...$$

## 2. علاقة شال :

لكل a و b و c من المجال I :

$$\int_a^b f(t)dt=\int_a^c f(t)dt+\int_c^b f(t)dt$$

نتائج :

. $\int_a^a f(t)dt=0$

. $\int_b^a f(t)dt=-\int_a^b f(t)dt$

## 3. خطانية التكامل :

. $\int_a^b (f(t)+g(t))dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$

. $\int_a^b \alpha f(t)dt=\alpha\int_a^b f(t)dt$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي .

## 4. الدالة الأصلية التي تنعدم في نقطة :

الدالة الأصلية للدالة f التي تنعدم في عدد a هي $x\mapsto\int_a^x f(t)dt$

## 5. التكامل والترتيب :

. إذا كان : $f(t)\geq 0$ لكل $t$ من $[a,b]$

فإن : $\int_a^b f(t)dt\geq 0$

. إذا كان : $f(t)\geq g(t)$ لكل $t$ من $[a,b]$

فإن : $\int_a^b f(t)dt\geq\int_a^b g(t)dt$

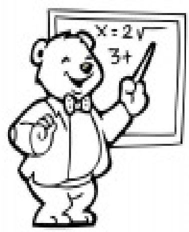
. إذا كان : $a\leq b$

فإن : $\left|\int_a^b f(t)dt\right|\leq\int_a^b |f(t)|dt$

. إذا كان : $a\leq b$

فإن : $\left|\int_a^b f(t)dt\right|\leq M(b-a)$ حيث : M هي القيمة القصوى

للدالة f على $[a,b]$.




## 6. القيمة المتوسطة :

. إذا كان $a\prec b$

فإن : $(\exists c\in[a,b]) : f(c)=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$

. $\mu=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$ يسمى القيمة المتوسطةللدالة f على $[a,b]$

## 7. حساب تكامل باستعمال مكاملة بالأجزاء :

إذا كانت: u و v دالتين ق ش و u' و v' متصلتين على $[a,b]$

فإن : $\int_a^b u'(t)v(t)dt=[u(t)v(t)]_a^b-\int_a^b u(t)v'(t)dt$

هذه المتساوية تسمى صيغة المكاملة بالأجزاء

## 8. حساب المساحات :

مساحة حيز المستوى المحصور بين منحني دالتين متصلتين على I والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x=a$ و $x=b$ هي :

$$\int_a^b |f(x)-g(x)|dx\,\|\vec i\|\times\|\vec j\|$$

. مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى f ومحور الأفاصيل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x=a$ و $x=b$ هي $\int_a^b |f(x)|dx\,\|\vec i\|\times\|\vec j\|$

.مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى f والمستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=ax+b$ والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x=a$ و $x=b$ هي

$$\int_a^b |f(x)-(ax+b)|dx\;u\,a$$

حيث $ua$ هي وحدة قياس المساحة ولدينا : $u\,a=\|\vec i\|\times\|\vec j\|$

## 9. حساب حجم مجسم :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم .

لتكن f دالة معرفة على مجال $[a,b]$.

حجم المجسم المولد بدوران منحنى f حول محور الأفاصيل هو:

$$\int_a^b \pi(f(t))^2dt\;\;uv$$

حيث $u\,v$ هي وحدة قياس الحجوم ولدينا $uv=\|\vec i\|^3$