

المعادلات التفاضلية

2 ع ت

خاصية : (حل المعادلة) $y'' + ay' + by = 0$

ليكن a و b عدادين حقيقيين . حيث $0 \neq b$

$$y'' + ay' + by = 0$$

نعتبر المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ حيث $r^2 + ar + b = 0$ حيث r عدد عقدي تسمى معادلتها المميزة

ليكن Δ مميز هذه الأخيرة .

اذا كان $0 > \Delta$ فان المعادلة المميزة تقبل حلين حقيقيين مختلفين r_1 و r_2

والحل العام للمعادلة التفاضلية هو الدوال العددية

$$(\alpha, \beta) \in R^2 \text{ حيث } y = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x}$$

اذا كان $0 = \Delta$ فان المعادلة المميزة تقبل حلاً مزدوجاً r والحل العام

$$\text{للمعادلة التفاضلية هو الدوال العددية } y = (\alpha x + \beta) e^{rx} \text{ حيث}$$

$$(\alpha, \beta) \in R^2$$

اذا كان $0 < \Delta$ فان المعادلة المميزة تقبل حلين عقديين متراافقين

والحل العام للمعادلة التفاضلية هو

$$(\alpha, \beta) \in R^2 \text{ حيث } y = (\alpha \cos qx + \beta \sin qx) e^{px}$$

حالات خاصة :

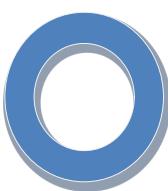
ليكن ω عدداً حقيقياً غير منعدم

الحل العام للمعادلة $y'' + \omega^2 y = 0$ هو $y = \alpha e^{\omega x} + \beta e^{-\omega x}$ حيث

$$(\alpha, \beta) \in R^2$$

الحل العام للمعادلة $y'' + \omega^2 y = 0$ هو $y = \alpha \cos \omega x + \beta \sin \omega x$ حيث

$$(\alpha, \beta) \in R^2$$



1. المعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى

تعريف : (المعادلة) $y' = ay$

ليكن a عدداً حقيقياً . المعادلة $y' = ay$ ذات المجهول الدالة العددية

وأقلية للاشتغال على R تسمى معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

ملاحظة :

اذا كان $a = 0$ فان المعادلة تصبح y' و بالتالي y دالة ثابتة .

خاصية : (حل المعادلة) $y' = ay$

ليكن a عدداً حقيقياً غير منعدم .

الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' = ay$ هو $y = \alpha e^{ax}$ حيث

$$\alpha \in R$$

خاصية : (حل المعادلة) $y' = ay$ بشرط بدئي)

ليكن a و x_0 و β اعداد حقيقية حيث $a \neq 0$.

$$\begin{cases} y' = ay \\ y(x_0) = \beta \end{cases}$$

تقبل حلاً وحيداً وهو

خاصية : (حل المعادلة) $y' = ay + b$

ليكن a و b اعداد حقيقة غير منعدمة .

$$y = \alpha e^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$y' = ay + b$$

$$\alpha \in R$$

الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هو $y = \alpha e^{ax} - \frac{b}{a}$ حيث

تعريف : (المعادلة) $y'' + ay' + by = 0$

2. المعادلات التفاضلية من الدرجة الثانية :

ليكن a و b عدادين حقيقيين . المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ ذات

المجهول الدالة العددية y أقلية للاشتغال مرتين على R تسمى معادلة

تفاضلية من الدرجة الثانية .

ملاحظة :

اذا كان $a = 0$ و $b \neq 0$

فان المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ تصبح $y'' + az = 0$ حيث $z = y'$ حيث

$z = y'$ و بالتالي نعود الى حلول المعادلة من الدرجة الاولى .

اذا كان $a = 0$ و $b = 0$ فان المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ تصبح

$$(\alpha, \beta) \in R^2 \text{ حيث } y = \alpha x + \beta$$

$$y'' = 0 \text{ و بالتالي } y = \alpha x + \beta = 0$$