

ب- أثبت أنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

ثم أول هندسيا التنبؤيه

(3) أ- ييه أنه $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $x_0 = 0$

ب- تحقق أنه $(\forall x \in \mathbb{R}) x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$

ثم أدرس إشارة $x - f(x)$

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (Δ)

(5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) (نأخذ $\frac{1}{1-e} = -0,6$)

(III) لتلك $(U_n)_n$ متتالية معرفة بما يلي :

$U_{n+1} = f(U_n)$ و $U_0 = 1$

(1) ييه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 \leq U_n \leq 1$

(2) ييه أنه $(U_n)_n$ متتالية تناقصية

(3) استنتج أنه المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

مسألة (1)

الجزء 1 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي :

$g(x) = x - 1 + e^{2x}$

(1) أ- أحسب النهايتي $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب- أحسب المشتقة $g'(x)$ ثم منج جدول تغيرات الدالة f

(2) استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أنه $g(0) = 0$)

الجزء 2 : لتلك f الدالة العددية المعرفة بما يلي $f(x) = x^2 - 2x + e^{2x}$

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ييه أنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- أدرس الفرعيه اللانهائيه للمنحنى (C_f)

(2) ييه أنه $f'(x) = 2g(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(3) أدرس تغير المنحنى (C_f)

(4) أسمى المنحنى (C_f)

الجزء 3 : نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$U_{n+1} = U_n^2 + e^{2U_n}$ و $U_0 = 1$

(1) ييه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 \leq U_n$

(2) أ- ييه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \geq 2U_n$

ب- ييه أنه $(U_n)_n$ تزايدية

(3) أ- أثبت أنه $U_n \geq 2^n$

ب- هل المتتالية متقاربة ؟ حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

العادية 2004

(I) لتلك f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

(1) أ- تحقق أنه $(\forall x \in \mathbb{R}) \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب- استنتج أنه f دالة فردية

(2) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- ييه أنه المستقيم $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(3) أ- ييه أنه $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^+$

ج- استنتج أنه $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}^+$

(4) أسمى المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

(5) أ- ييه أنه $\left(\frac{1}{e^x + 1} = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right) \int_{-1}^0 \frac{1}{1 + e^x} dx = \ln \left(\frac{e+1}{2} \right)$

ب- حدد مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C_f) و محور الأفصيل

والمستقيمي $x = 0$; $x = -1$

(II) لتلك $(U_n)_n$ متتالية معرفة بما يلي :

$U_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{U_n} + 1}$ و $U_0 = 1$

(1) ييه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 0$

(2) أ- تحقق أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \leq \frac{1}{2}U_n$

ب- استنتج أنه $(U_n)_n$ متتالية تناقصية

(3) ييه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \leq \left(\frac{1}{2} \right)^n$

ثم استنتج نهاية المتتالية $(U_n)_n$

العادية 2007

(I) لتلك g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

(1) أحسب $g'(x)$ ثم استنتج أنه g تزايدية على $[0, +\infty[$ و أنه تناقصية على $]-\infty, 0]$

(2) أ- أحسب $g(0)$ و استنتج أنه $g(x) \geq 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

ب- استنتج أنه $e^{-x} + x \geq 1$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

(1) ييه أنه مجموعة تعريف الدالة f هي $D = \mathbb{R}$

(2) أ- ييه أنه $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$