

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 4e^{-x} - e^{-2x}$

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

(3) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) أحسب $f''(x)$ و أدرس تقع المنحنى C_f

(5) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x(1 - e^{-x})$

(1) أحسب نهايتي f

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

(3) أ- أحسب الدالة المشتقة

ب- بين أن $\forall x > 0 : e^x - 1 + x > 0$ و $\forall x < 0 : e^x - 1 + x < 0$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

(4) أدرس تقع المنحنى C_f

(5) أدرس الوضع النسبي لـ C_f و المستقيم $y = x$ (Δ)

(6) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثالث

[I] لتكن h الدالة بحيث $h(x) = 1 - (x-1)e^{x-1}$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

2- أحسب $h'(x)$ و أخرج جدول تغيرات h

3- استنتج أن $h(x) > 0$ لكل x من $]-\infty, 1]$

[II] نعتبر الدالة f المعرفة على $D =]-\infty, 1[$ بما يلي: $f(x) = \ln(1-x) - e^{x-1}$

و ليكن C_f منحنىها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- أدرس الفرع اللانهائي لـ C_f بجوار $-\infty$

3- أ- أثبت أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x-1}$ ($\forall x \in D$)

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f

4- بين أن $f(\alpha) = 0$ $(\exists! \alpha \in]-1, 0[)$

6- أنشئ C_f

التمرين الرابع

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = x + xe^{\frac{1}{x}} ; x < 0 \\ f(x) = (x - 2\sqrt{x})e^{\sqrt{x}} ; x \geq 0 \end{cases}$$
 وليكن (C_f) منحنىها في $\mathbb{R}^3$ $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أ) أن f دالة متصلة في 0

ب) ادرس قابلية الاشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3. ادرس الفروع اللانهائية لـ (C_f)

4. ادرس تغيرات الدالة f ثم أعط جدول تغيراتها

5. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 وليكن (C_f) منحنىها في $\mathbb{R}^3$ $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. ادرس زوجية الدالة f

2. ادرس اتصال الدالة f على $\mathbb{R}$

3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على $\mathbb{R}$

4. ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

5. ادرس تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$ وأعط جدول تغيراتها

6. أ- بين أن $f(x) > x$ $(\forall x < 0)$

ب- أنشئ المنحنى (C_f)

7. لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بين أن $U_n < 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- أثبت أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

ج- استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين السابع

أجزاء (1)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2e^x - x - 2$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أحسب $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g

(3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما $\beta = 0$ و الثاني α ينتمي للمجال $]-2, -1[$

ب- استنتج إشارة $g(x)$

أجزاء (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

(3) أ- بين أن $f'(x) = e^x g(x)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ و أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \approx -1,6$ و $f(\alpha) \approx 0,2$)

(5) ليكن (Δ_a) أكبر المستوي المماس بين المنحنى (C_f) و المستقيمين $x=0$; $x=a$ حيث $a < 0$

أ- تحقق أن $F(x) = xe^x$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow (x+1)e^x$

ب- أحسب S_a مساحة (Δ_a) بدلالة a ثم حدد $\lim_{a \rightarrow -\infty} S_a$

التمرين الثامن

أجزاء 1 : نعتبر الدالة $g(x) = \frac{-x}{x+1} - \ln(x+1)$

(1) بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} g(x) = +\infty$ (ضع $X = x+1$)

(2) أ- أحسب المشتقة $g'(x)$ و استنتج أن g تناقصت قطعاً على $]-1, +\infty[$ أنجز جدول تغيرات g

ب- أحسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$

أجزاء 2 : لنكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = e^{-x} (1 + \ln(x+1))$

(1) أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ما ذا تستنتج ؟

(3) بين أن $f'(x) = e^{-x} g(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل في المجال $]0, 1[$ حلاً وحيداً α (نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$; $e \approx 2,7$)

(5) أرسم المنحنى (C_f)