التمرين الأول

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$(1)\ e^{2x}=5 \qquad (2)\ e^{x^2-x}=1 \qquad (3)\ e^{3x-2}=e^{x+1} \qquad (4)\ e^{x}+e^{1-x}-e=1$$

$$(5)\ e^{2x}-3e^{x}+2=0 \qquad (6)\ e^{x}-2e^{-x}-1=0 \qquad (7)\ \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=\frac{1}{3}$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$$(1)\ e^{x-2}<1 \qquad (2)\ \frac{e^{-x}-3}{e^{2x}-1}\geq 0 \qquad (3)\ \left|e^{x+1}-3\right|<2 \qquad (4)\ e^{2x}-6e^{x}+5\geq 0$$

$$(6)\ 3e^{x}-2e^{-x}+1\leq 0 \qquad (7)\ -1<\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}<1$$

التمرين الثاني

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^{2}+1}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^{2}-e^{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^{3}e^{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^{2}}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}-2}{e^{x}+1}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-e^{3x}}{2x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}e^{-x}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^{3}+e^{-x}\right)$
$\lim\limits_{x\to0^{+}}\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{\sqrt{x}}-1}{x}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{-x}}{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

التمرين الثالث

أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ في كل من الحالات التالية :

$f(x)=\frac{e^{2x}-1}{x}$	$f(x)=\frac{e^{x}}{x+1}$	$f(x)=xe^{-x}+e^{-x}-1$	$f(x)=2e^{2x}+3x-2$
$f(x)=e^{\sqrt{x}}\ln x$	$f(x)=\frac{e^{x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}$	$f(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}-1}-x$	$f(x)=\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{x}$
$f(x)=e^{x}-x+\ln x$	$f(x)=x\left(e^{-\frac{1}{x}}+x\right)$	$f(x)=x+1-\ln\left(1+e^{x}\right)$	$f(x)=x-\frac{1}{2}\ln\left\|e^{x}-1\right\|$

التمرين الرابع

[I نعتبر الدالة u المعرفة بما يلي : $u(x)=1+(x-1)e^{x}$

1ـ أدرس تغيرات الدالة u

2ـ استنتج إشارة الدالة u (أحسب $u(0)$)

[II لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=(x-2)(e^{x}+1)$

1ـ أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ ، $-\infty$

2ـ أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

3ـ أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ و أعط جدول تغيرات الدالة f

4ـ أدرس تقعر المنحنى C_f

5ـ حدد وضع المنحنى C_f والمستقيم (D) ذي المعادلة $y=x-2$

6ـ أرسم المنحنى C_f

التمرين الخامس

I] أدرس تغيرات الدالة $u(x)=1+(x-1)e^{x}$ و استنتج إشارتها (أحسب $u(0)$)

II] لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=(2x-3)e^{2x}+4e^{x}-1$

1ـ أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$, $-\infty$

2ـ أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

3ـ بين أن $f'(x)=4e^{x}\,u(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة f

4ـ أرسم المنحنى C_f

التمرين السادس

f دالة عددية معرفة بما يلي : $f(x)=x-\dfrac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$

1ـ حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و أدرس زوجية الدالة f

2ـ أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

3ـ أ- تحقق أن $(\forall x\in D_f)\;\; f(x)=x-1+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}-1}$

ب- استنتج أن $(\Delta)\; y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$

4ـ أ- أدرس تغيرات الدالة f

ب- بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا في المجال $]\ln 2;\ln 5[$

5ـ أدرس تقعر المنحنى C_f

6ـ أرسم المنحنى C_f

التمرين السابع

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^{+}$ بما يلي : $x\neq 1$ و $x\neq 0$ $f(x)=e^{\frac{1}{\ln x}}$ و $f(0)=1\;;\;f(1)=0$

1) أ-- أدرس اتصال الدالة f على يمين 0 وعلى يسار 1

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\;;\;\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$

2) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 و على يسار 1

3) أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى C_f

5) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=[0,1]$ بين أن g تقبل دالة عكسية من نحو مجال يتم تحديده و عرف الدالة العكسية g^{-1}

6) ناقش حسب قيم البارامير m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$

التمرين الثامن

I] نعتبر الدالة g المعرفة ب : $g(x)=e^{x}-x-1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)\;;\;\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) أحسب $g'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g

3) أستنتج اشارة الدالة g

[II لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{e^{x}-1}$

1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب نهايات الدالة f

2) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

3) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

4) أرسم المنحنى C_f

التمرين التاسع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{-e^{2x}+8e^{x}-7}{e^{2x}}$

1-- أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2-- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

3-- حدد نقط تقاطع المنحنى C_f و محور الأفاصيل

4-- بين أن $f'(x)=\dfrac{14-8e^{x}}{e^{2x}}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f\left(\ln\dfrac{7}{4}\right)=\dfrac{9}{7}$)

5-- أكتب معادلة المماس للمنحنى C_f في النقطة $x_0=0$

6-- أحسب $f''(x)$ وأدرس تقعر المنحنى C_f

7-- أرسم المنحنى C_f

(نأخذ $\ln 7\approx 1,9$ و $\ln 2\approx 0,7$ ونقبل أن C_f يقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\ln\left(\dfrac{7}{2}\right)$)

التمرين العاشر

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x)=x-\dfrac{4e^{x}}{1+e^{x}}$

1 ـ حدد D_f

2 ـ احسب النهايات عند محدات D_f

3 ـ ادرس الفروع اللانهائية لـ C_f

4 ـ احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ واعط جدول التغيرات

5 ـ بين أن لكل x من IR : $f'(x)=\dfrac{4e^{x}(e^{x}-1)}{\left(1+e^{x}\right)^{3}}$ ثم أدرس تقعر C_f وحدد نقط الانعطاف

6 ـ ادرس الوضع النسبي لـ C_f مع مقاربيه

7 ـ ارسم C_f

أ- احسب التكامل: $I=\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+e^{x}}\,dx$

ب ـ احسب مساحة الحيز Δ_f المحصور بين المنحنى C_f والمستقيمات (D) $y=x-4$ و $x=0$ و $x=1$

التمرين الحادي عشر

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{e^{x}+1}$

1- أ- بين أن النقطة $\Omega(0,1)$ مركز تماثل للمنحنى C_f

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$

2- أ- بين أن المشتقة $f'(x)=\dfrac{(e^x-1)^2}{2(e^x+1)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

3- أدرس تقعر المنحنى C_f

4- أ- بين أن $\dfrac{1}{2}x \le f(x) \le \dfrac{1}{2}x+1 \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

ب- أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني عشر

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=1-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^x+1}$ و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ- تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R});\dfrac{1}{e^{-x}+1}=1-\dfrac{1}{e^x+1}$

ب- بين أن f دالة فردية

2. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3. أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});f'(x)=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f

ج- استنتج أن: $(\forall x\in\mathbb{R}^+);1-\dfrac{2}{e^x+1}\le\dfrac{1}{2}x$

4. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\dfrac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم أول النتيجة هندسيا

5. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثالث عشر

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) أحسب $g'(x)$ ثم استنتج أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$

2) أ- أحسب $g(0)$ و استنتج أن $g(x)\ge 0 \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

ب- استنتج أن $e^{-x}+x\ge 1 \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D=\mathbb{R}$

2) أ- بين أن $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^x}} \quad (\forall x\in\mathbb{R}^*)$

ب- أثبت أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم أول هندسيا النتيجتين

3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2} \quad (\forall x\in\mathbb{R})$

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أ- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $x_0=0$

ب- تحقق أن $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ ثم أدرس إشارة $x-f(x)$

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) $y=x$

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) (نأخذ $\dfrac{1}{1-e}=-0,6$)

(III) لتكن $(U_n)_n$ متتالية معرفة بما يلي : $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1) بين أن $0\le U_n\le 1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) بين أن $(U_n)_n$ متتالية تناقصية

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايته

التمرين الرابع عشر

الجزء الأول : نعتبر الدالة $g(x)=x-1-2x\ln x$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ- أحسب $g'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

ب- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α في المجال $\left]0,e^{-\frac{1}{2}}\right[$

ج- استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أن $g(1)=0$)

الجزء الثاني : لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ بما يلي : $f(x)=1+x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

3) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

ب- أدرس رتابة الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

4) أ- تحقق أن $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) $y=x$

ب- تحق أن $f(\alpha)=\alpha$ أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha=0,3$)

الجزء الثالث : نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1}=f(u_n) \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

أ- بين بالترجع أن : $\alpha<u_n<1$: $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_n$

ج- استنتج أن $(u_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها